

# 内管が軸方向に運動する偏心環状流路内の 十分に発達した層流熱伝達の解析

## (第4種境界条件の基本解)

茂地 徹\*・桃木 悟\*  
東井上 真哉\*\*・Y. Lee\*\*\*

## Fully Developed Laminar Heat Transfer in an Eccentric Annulus With an Axially Moving Core

### (Fundamental Solutions of the Fourth Kind Boundary Condition)

by

Toru SHIGECHI\*, Satoru MOMOKI\*, Shinya HIGASHIUE\*\*  
and Y. LEE\*\*\*

Fundamental solutions of the fourth kind boundary condition were obtained analytically in the bipolar coordinate system for the hydrodynamically and thermally developed laminar flow in an eccentric annulus with an axially moving core. The thermal boundary condition is the fourth kind, i. e., constant heat flux is specified on one wall and constant temperature is specified on the other wall. The effects of the radius ratio, the eccentricity of the annulus and the relative core velocity on the local and average values of wall temperature, wall heat flux and Nusselt number were investigated.

#### 1. まえがき

前報<sup>1)</sup>では、内管が軸方向に運動する偏心環状流路内で流体の速度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を第1種の熱的境界条件、つまり内管と外管の表面温度が異なる一定値に保たれている場合に対して、バイポーラ座標系でエネルギー式の厳密解を得て、壁面熱流束とヌッセルト数に及ぼす内管と外管の半径比、内管の偏心率および内管の相対速度の影響を理論的に明らかにした。

本研究では、内管が軸方向に運動する偏心環状流路内で流体の速度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を第4種の熱的境界条件、つまり、(i)内管の表面

熱流束と外管の表面温度が一定に保たれている場合 (CASE A), と(ii)内管の表面温度と外管の表面熱流束が一定に保たれている場合 (CASE B), に対してバイポーラ座標系でエネルギー式の厳密解を得て、表面温度、表面熱流束およびヌッセルト数に及ぼす内管と外管の半径比、内管の偏心率および内管の相対速度の影響を理論的に検討した結果について報告する。なお、紙幅の制約から、第1種境界条件の解析<sup>1)</sup>と重複する部分については省略し、第4種の境界条件に対する伝熱解析のみに限定して報告する。

平成8年4月30日受理

\*機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

\*\*大学院修士課程機械システム工学専攻 (Graduate Student, Dept. of Mechanical Systems Engineering)

\*\*\*オタワ大学工学部 (Fac. of Engineering, Univ. of Ottawa)

主要記号(第1種境界条件の場合<sup>1)</sup>と定義が異なる記号)

- $h_{ji}$  エネルギー式の境界条件として内管表面(i)で零でない無次元温度勾配の条件が課せられる場合 (CASE A) の壁面  $j$  の熱伝達係数
- $h_{jo}$  エネルギー式の境界条件として外管表面(o)で零でない無次元温度勾配の条件が課せられる場合 (CASE B) の壁面  $j$  の熱伝達係数
- $Nu_{ji}$  ヌッセルト数  $\equiv h_{ji} \cdot 2 (R_o - R_i) / k$
- $Nu_{jo}$  ヌッセルト数  $\equiv h_{jo} \cdot 2 (R_o - R_i) / k$
- $\theta$  無次元温度, 式(4) (CASE A), 式(5) (CASE B)
- $\theta_{bi}$  エネルギー式の境界条件として内管表面(i)で零でない無次元温度勾配の条件が課せられる場合 (CASE A) の無次元バルク温度
- $\theta_{bo}$  エネルギー式の境界条件として外管表面(o)で零でない無次元温度勾配の条件が課せられる場合 (CASE B) の無次元バルク温度

2. 第4種境界条件の場合の伝熱解析

解析の物理モデルと仮定は前報<sup>1)</sup>と同一である。

2.1 エネルギー式

直交座標系におけるエネルギー式は, 次のように書ける。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{u}{a} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1)$$

第4種の熱的境界条件は, 次のように表される。

CASE A:

$$\begin{cases} -k \frac{\partial T}{\partial r_i} \Big|_{R_i} = q_i & (\text{内管表面}) \\ T = T_o & (\text{外管表面}) \end{cases} \quad (2)$$

CASE B:

$$\begin{cases} T = T_i & (\text{内管表面}) \\ k \frac{\partial T}{\partial r_o} \Big|_{R_o} = q_o & (\text{外管表面}) \end{cases} \quad (3)$$

ここで,  $q_i, q_o$  はそれぞれ壁面から流体へ向かう方向を正にとる。

次式で定義される無次元温度  $\theta$  を導入する。

CASE A:

$$\theta \equiv \frac{(T - T_o)}{q_i (R_o - R_i) / k} \quad (4)$$

CASE B:

$$\theta \equiv \frac{(T - T_i)}{q_o (R_o - R_i) / k} \quad (5)$$

第4種の境界条件に関しても, 環状流路内の十分に発達した流れに対して第1種の境界条件の場合と同様に, 一方の表面(内管または外管)から入ってくる熱はすべて他方の表面(外管または内管)から出ていくので<sup>3)</sup>,  $\theta$  の  $z$  方向の温度勾配は零となる。つまり

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

したがって, 式(1)のエネルギー式はバイポーラ座標系で次のように書かれる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = 0 \quad (7)$$

境界条件は次のようになる。

CASE A:  $\theta \equiv (T - T_o) / [q_i (R_o - R_i) / k]$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \left[ \frac{S}{1 - \alpha} \right] \frac{1}{(\cosh \eta_i - \cos \xi)} & \text{at } \eta = \eta_i \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \theta = 0 & \text{at } \eta = \eta_o \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 & \text{at } \xi = 0, \pi \quad (\eta_o \leq \eta \leq \eta_i) \end{cases} \quad (8)$$

CASE B:  $\theta \equiv (T - T_i) / [q_o (R_o - R_i) / k]$

$$\begin{cases} \theta = 0 & \text{at } \eta = \eta_i \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \left[ \frac{-S}{1 - \alpha} \right] \frac{1}{(\cosh \eta_o - \cos \xi)} & \text{at } \eta = \eta_o \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 & \text{at } \xi = 0, \pi \quad (\eta_o \leq \eta \leq \eta_i) \end{cases} \quad (9)$$

式(7)を境界条件式(8)あるいは式(9)の下で解けば, 厳密解が次のように得られる。

CASE A:

$$\begin{aligned} \theta = & \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right] \\ & \times \left[ (\eta - \eta_o) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_i}}{n} \left[ \frac{\sinh n(\eta - \eta_o)}{\cosh n(\eta_i - \eta_o)} \right] \cos n\xi \right] \end{aligned} \quad (10)$$

CASE B:

$$\theta = \left[ \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

$$\times \left[ (\eta_i - \eta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_0}}{n} \left[ \frac{\sinh n(\eta_i - \eta)}{\cosh n(\eta_i - \eta_0)} \right] \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (11)$$

式(10)と式(11)より、内管表面と外管表面での無次元温度は次のようになる。

CASE A:

$$\theta_{ii} = \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right] \times \left[ (\eta_i - \eta_0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_i}}{n} \tanh n(\eta_i - \eta_0) \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (12)$$

$$\theta_{oi} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

CASE B:

$$\theta_{io} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta_{oo} = \left[ \frac{1}{1 - \alpha} \right] \times \left[ (\eta_i - \eta_0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_0}}{n} \tanh n(\eta_i - \eta_0) \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (15)$$

以上の無次元温度からヌッセルト数を計算することができるが、その前に、この系での全体のエネルギーバランスを検討しておく。

2.2 エネルギーバランス

第4種境界条件では、CASE A と CASE B の場合に次のようなエネルギーバランスが成り立つ。

CASE A:

$$\int_0^\pi q_i R_i d\phi_i = \int_0^\pi \left[ -k \frac{\partial T}{\partial r_o} \Big|_{R_o} \right] R_o d\phi_o$$

ここで、 $q_i$  = 一定であるから、無次元化とバイポーラ座標系への変換を行うと次式が得られる。

$$\int_0^\pi (\cosh \eta_0 - \cos \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} d\phi_o = \left[ \frac{\alpha S}{1 - \alpha} \right] \pi \dots\dots\dots (16)$$

CASE B:

$$\int_0^\pi q_o R_o d\phi_o = \int_0^\pi \left[ k \frac{\partial T}{\partial r_i} \Big|_{R_i} \right] R_i d\phi_i$$

ここで、 $q_o$  = 一定であるから、無次元化とバイポーラ座標系への変換を行うと次式が得られる。

$$\int_0^\pi (\cosh \eta_i - \cos \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} d\phi_i = \left[ \frac{-S}{\alpha(1 - \alpha)} \right] \pi \dots\dots\dots (17)$$

2.3 ヌッセルト数

(a) CASE A の場合

内管表面での局所ヌッセルト数  $Nu_{ii}$  は次のように

定義される。

$$Nu_{ii} \equiv h_{ii} \cdot 2(R_o - R_i) / k \dots\dots\dots (18)$$

$$h_{ii} \equiv q_i / (T_i - T_b)$$

$$= \left[ \frac{k}{R_o - R_i} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{ii} - \theta_{bi}} \right] \dots\dots\dots (19)$$

したがって、局所ヌッセルト数は次のように計算される。

$$Nu_{ii} = \left[ \frac{2}{\theta_{ii} - \theta_{bi}} \right] \dots\dots\dots (20)$$

周方向平均ヌッセルト数  $\overline{Nu}_{ii}$  は、内管表面における周方向平均の無次元温度  $\overline{\theta}_{ii}$  を用いて、次式のように定義される。

$$\overline{Nu}_{ii} = \left[ \frac{2}{\overline{\theta}_{ii} - \theta_{bi}} \right] \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $\overline{\theta}_{ii}$  は次式で定義される。

$$\begin{aligned} \overline{\theta}_{ii} &\equiv \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \theta_{ii} d\phi_i \\ &= \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right] \\ &\quad \times \left[ (\eta_i - \eta_0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-2n\eta_i}}{n} \tanh n(\eta_i - \eta_0) \right] \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

外管表面における局所ヌッセルト数  $Nu_{oi}$  は次のように定義される。

$$Nu_{oi} \equiv h_{oi} \cdot 2(R_o - R_i) / k \dots\dots\dots (23)$$

$$h_{oi} \equiv \left[ -k \frac{\partial T}{\partial r_o} \Big|_{R_o} \right] / (T_b - T_o)$$

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{k(\cosh \eta_0 - \cos \xi)}{c} \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} \right] / (T_b - T_o) \\ &= \left[ \frac{k(\cosh \eta_0 - \cos \xi)}{c} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bi}} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

したがって、局所ヌッセルト数は次のように計算される。

$$Nu_{oi} = \left[ \frac{2(1 - \alpha)}{S} \right] \left[ \frac{\cosh \eta_0 - \cos \xi}{\theta_{bi}} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} \dots\dots\dots (25)$$

ここで、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} = \left[ \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right] \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_i}}{\cosh n(\eta_i - \eta_0)} \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (26)$$

であるから、

$$\begin{aligned} Nu_{oi} &= \left[ \frac{2\alpha}{S} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bi}} \right] (\cosh \eta_0 - \cos \xi) \\ &\quad \times \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\eta_i}}{\cosh n(\eta_i - \eta_0)} \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

平均ヌッセルト数  $\overline{Nu_{oi}}$  は、外管表面の周方向平均熱流束を用いて次式で定義する。

$$\begin{aligned} \overline{Nu_{oi}} &\equiv \left[ \frac{2(R_o - R_i)/k}{(T_b - T_o)} \right] \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[ -k \frac{\partial T}{\partial r_o} \Big|_{R_o} \right] d\phi_o \\ &= \left[ \frac{2(1 - \alpha)}{S} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bi}} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\cosh \eta_o - \cos \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_o} d\phi_o \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ここで、式(16)のエネルギーバランスを適用すると、平均ヌッセルト数は結局、次式のようにになる。

$$\overline{Nu_{oi}} = 2\alpha/\theta_{bi} \dots\dots\dots (29)$$

(b) CASE B の場合

内管表面における局所ヌッセルト数  $Nu_{io}$  は次のように定義される。

$$Nu_{io} \equiv h_{io} \cdot 2(R_o - R_i)/k \dots\dots\dots (30)$$

$$\begin{aligned} h_{io} &\equiv \left[ k \frac{\partial T}{\partial r_i} \Big|_{R_i} \right] / (T_b - T_i) \\ &= \left[ \frac{-k(\cosh \eta_i - \cos \xi)}{c} \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} \right] / (T_b - T_i) \\ &= \left[ \frac{-k(\cosh \eta_i - \cos \xi)}{c} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bo}} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

したがって、局所ヌッセルト数は次のように計算される。

$$Nu_{io} = \left[ \frac{-2(1 - \alpha)}{S} \right] \left[ \frac{\cosh \eta_i - \cos \xi}{\theta_{bo}} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} \dots\dots\dots (32)$$

ここで、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} = \left[ \frac{-1}{1 - \alpha} \right] \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-n\eta_o}}{\cosh n(\eta_i - \eta_o)} \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (33)$$

であるから、

$$\begin{aligned} Nu_{io} &= \left[ \frac{2}{S} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bo}} \right] (\cosh \eta_i - \cos \xi) \\ &\quad \times \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-n\eta_o}}{\cosh n(\eta_i - \eta_o)} \cos n\xi \right] \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

平均ヌッセルト数  $\overline{Nu_{io}}$  は、内管表面の周方向平均熱流束を用いて次式で定義する。

$$\begin{aligned} \overline{Nu_{io}} &\equiv \left[ \frac{2(R_o - R_i)/k}{(T_b - T_i)} \right] \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left[ k \frac{\partial T}{\partial r_i} \Big|_{R_i} \right] d\phi_i \\ &= \left[ \frac{-2(1 - \alpha)}{S} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bo}} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\cosh \eta_i - \cos \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta_i} d\phi_i \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ここで、式(17)のエネルギーバランスを適用すると、平

均ヌッセルト数は結局、次式のようにになる。

$$\overline{Nu_{io}} = 2/(\alpha \cdot \theta_{bo}) \dots\dots\dots (36)$$

外管表面での局所ヌッセルト数  $Nu_{oo}$  は次のように定義される。

$$Nu_{oo} \equiv h_{oo} \cdot 2(R_o - R_i)/k \dots\dots\dots (37)$$

$$\begin{aligned} h_{oo} &\equiv q_o / (T_o - T_b) \\ &= \left[ \frac{k}{R_o - R_i} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{oo} - \theta_{bo}} \right] \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

したがって、局所ヌッセルト数は次のように計算される。

$$Nu_{oo} = \left[ \frac{2}{\theta_{oo} - \theta_{bo}} \right] \dots\dots\dots (39)$$

周方向平均ヌッセルト数  $\overline{Nu_{oo}}$  は、内管表面における周方向平均の無次元温度  $\overline{\theta_{oo}}$  を用いて、次のように定義される。

$$\overline{Nu_{oo}} \equiv \left[ \frac{2}{\overline{\theta_{oo}} - \theta_{bo}} \right] \dots\dots\dots (40)$$

ここで、 $\overline{\theta_{oo}}$  は次式で定義される。

$$\begin{aligned} \overline{\theta_{oo}} &\equiv \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \theta_{oo} d\phi_o \\ &= \left[ \frac{1}{1 - \alpha} \right] \\ &\quad \times \left[ (\eta_i - \eta_o) + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-2n\eta_o}}{n} \tanh n(\eta_i - \eta_o) \right] \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

なお、ヌッセルト数の計算式に表われる  $\theta_{bj}$  (CASE A の場合には  $j=i$ , CASE B の場合には  $j=0$ ) は、次式で定義される無次元バルク温度である。

$$\begin{aligned} \theta_{bi} &\equiv \frac{\int_A u\theta dA}{\int_A u dA} \\ &= \frac{2S^2}{\pi(1 - \alpha^2)} \int_{\eta_o}^{\eta_i} \int_0^\pi \frac{(u/u_m)\theta}{(\cosh \eta - \cos \xi)^2} d\xi d\eta \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

式(42)の右辺の  $\theta$  は無次元温度で、CASE A の場合には式(10)で、CASE B の場合には式(11)で計算する。また、 $u/u_m$  は無次元速度で、前報<sup>1)</sup>に与えられている。

3. 結果と考察

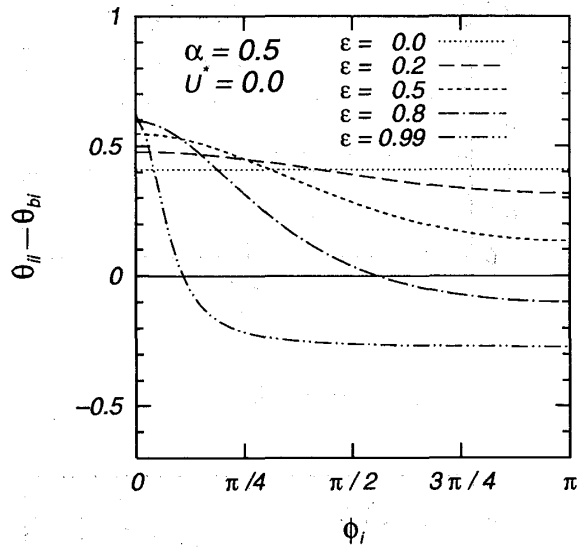
本研究で取り扱うパラメーターの範囲は次の通りである。

- 半径比：  $0 < \alpha < 1$
- 偏心率：  $0 \leq \epsilon < 1$
- 内管の相対速度：  $-\infty \leq U^* < U^*_c = 1/E$

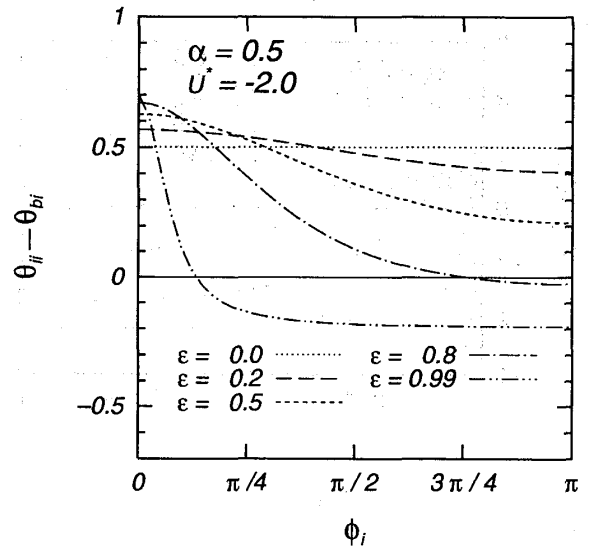
ここで、 $U^*_c$  は同心環状流路の場合に摩擦係数が零と

なる。つまり、 $(-dP/dz)_{\epsilon=0} = 0$  の場合の  $U^*$  の値である<sup>2)</sup>。内管が軸方向に運動する場合の偏心環状流路の流動特性に関しては、既に、詳細に議論しているので<sup>2)</sup>、本報告では、第4種の境界条件に対する伝熱特性に限定して検討する。

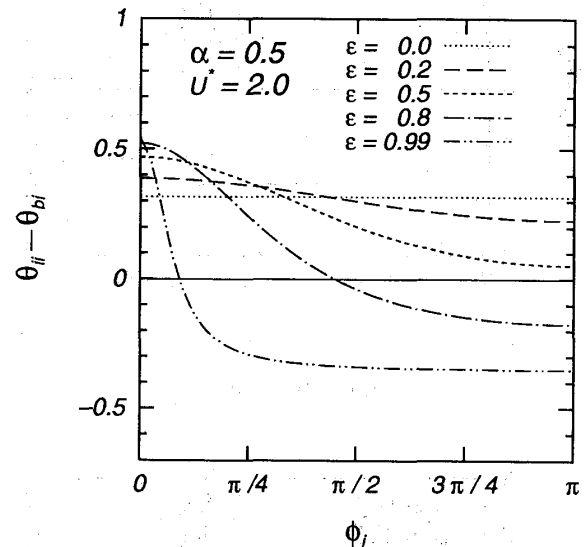
CASE A の場合の内管表面での無次元温度と CASE B の場合の外管表面での無次元温度の分布を、無次元温度差  $(\theta_{ii} - \theta_{bi})$  と  $(\theta_{oo} - \theta_{bo})$  の形式で、 $\alpha = 0.5$  の場合に Fig. 1 と Fig. 2 に示すが、これらは、式(20)と式(29)で示されるように、それぞれ、局所ヌッセルト数  $Nu_{ii}$  と  $Nu_{oo}$  に反比例する量である。図から明らかのように、これらの無次元温度差は偏心率  $\epsilon$  が大きくなるにつれて周方向の不均一が増大し、偏心環状流路の最も広い所 ( $\phi_i = 0$  と  $\phi_o = 0$ ) で最大値をとり、最も狭い所 ( $\phi_i = \pi$  と  $\phi_o = \pi$ ) で最小値をとる。



(b)  $U^* = 0.0$



(a)  $U^* = -2.0$



(c)  $U^* = +2.0$

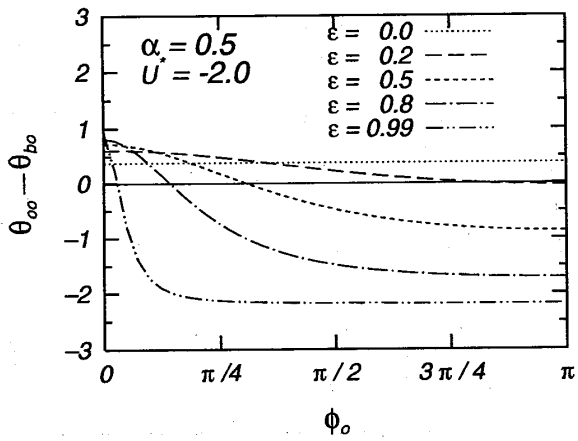
Fig. 1 Distribution of dimensionless temperature on the inner wall (CASE A,  $\alpha = 0.5$ )

内管と外管の表面における局所ヌッセルト数  $Nu_{ii}$ ,  $Nu_{oi}$ ,  $Nu_{io}$  および  $Nu_{oo}$  は、紙幅の制約から図示していないが、偏心率  $\epsilon$  が大きくなるにつれて周方向の不均一が増大する。なお、これらの値はすべて、偏心環状流路の最も広い所 ( $\phi_i = 0$  と  $\phi_o = 0$ ) で最小値をとり、最も狭い所 ( $\phi_i = \pi$  と  $\phi_o = \pi$ ) で最大値をとる。これは、環状流路断面内を熱が熱伝導によって流れるためである (式(7)参照)。

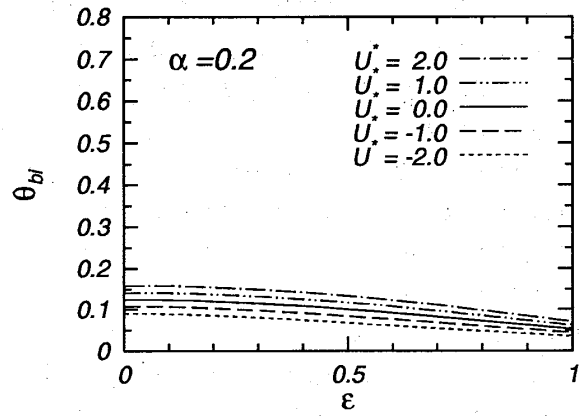
Fig. 3 と Fig. 4 に、CASE A の場合の無次元バルク温度  $\theta_{bi}$  および CASE B の場合の無次元バルク温度  $\theta_{bo}$  と偏心率  $\epsilon$  との関係を示す。 $\theta_{bi}$  と  $\theta_{bo}$  は、それぞれ、式(29)と式(30)で示されるように、平均ヌッセルト数

$\overline{Nu_{oi}}$  と  $\overline{Nu_{io}}$  に反比例し、半径比  $\alpha$  と偏心率  $\epsilon$  の他に、内管の相対速度  $U^*$  にも依存する。 $\theta_{bi}$  の  $\epsilon$  に関する挙動は  $\alpha$  の大きさによって変化し複雑であるが、 $\theta_{bo}$  は  $\epsilon$  が大きくなる程、増大する傾向にある。また  $\theta_{bi}$  は  $U^*$  が増加すると大きくなるが、 $\theta_{bo}$  はその逆の傾向を示す。

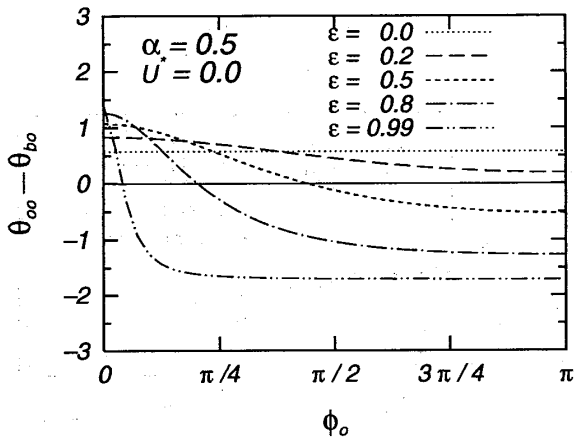
Fig. 5 から Fig. 12 に示す図は、内管と外管の表面における平均ヌッセルト数に及ぼす半径比  $\alpha$ 、偏心率  $\epsilon$  および内管の相対速度  $U^*$  の影響を調べたものである。図中に○印で示したのは Trombetta<sup>3), 4)</sup> の計算結果で、内管が静止している場合 ( $U^* = 0$ ) に対応する。Trombetta の結果は、本解析の  $U^* = 0$  の場合



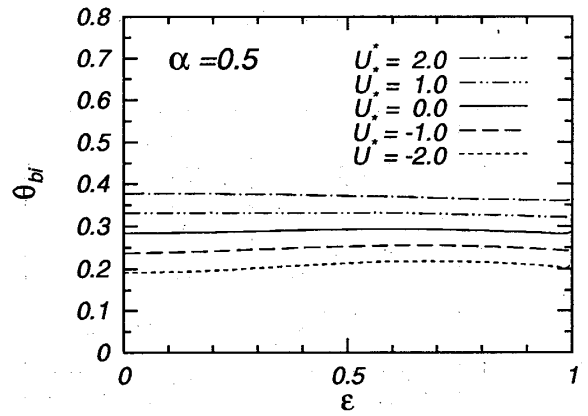
(a)  $U^* = -2.0$



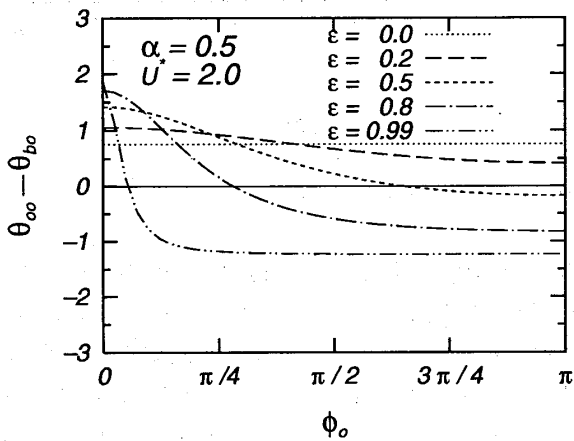
(a)  $\alpha = 0.2$



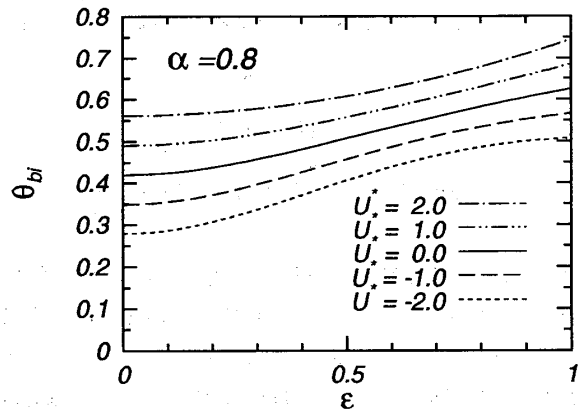
(b)  $U^* = 0.0$



(b)  $\alpha = 0.5$



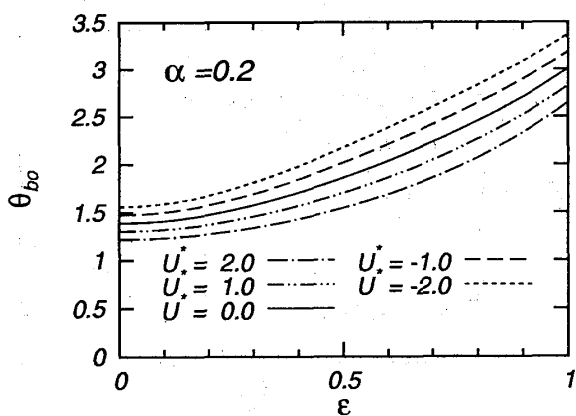
(c)  $U^* = +2.0$



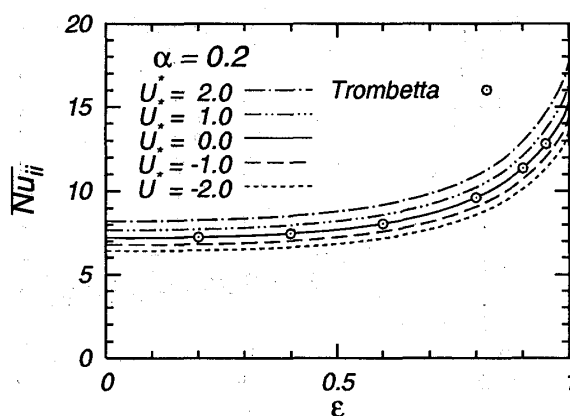
(c)  $\alpha = 0.8$

Fig. 2 Distribution of dimensionless temperature on the outer wall(CASE B,  $\alpha=0.5$ )

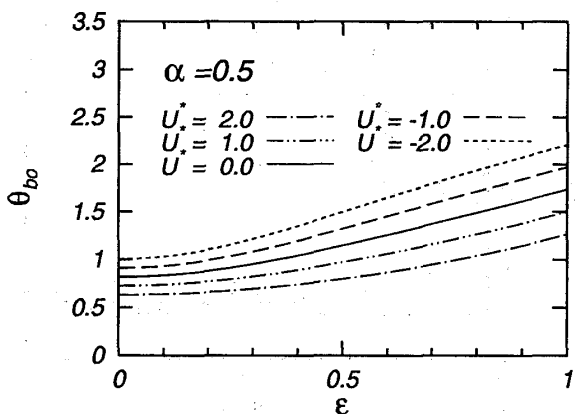
Fig. 3 Dimensionless bulk temperature,  $\theta_{bi}$ , vs.  $\epsilon$ (CASE A)



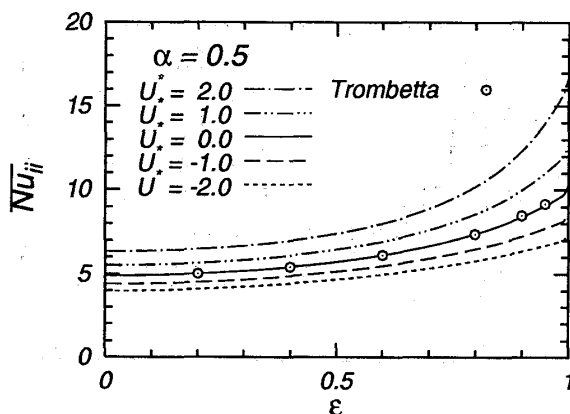
(a)  $\alpha=0.2$



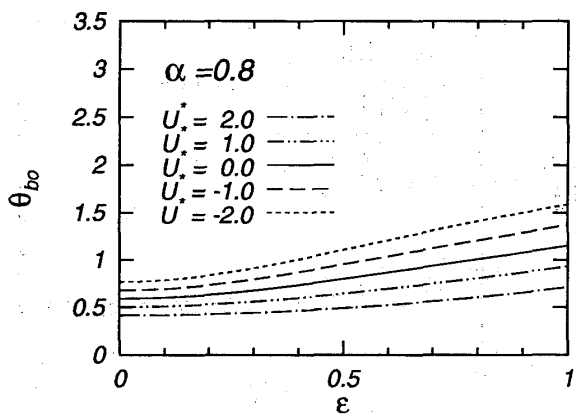
(a)  $\alpha=0.2$



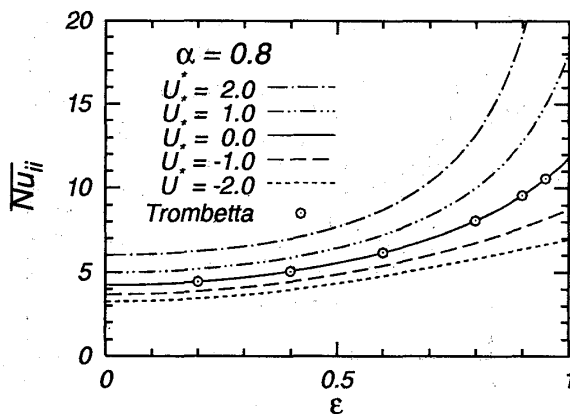
(b)  $\alpha=0.5$



(b)  $\alpha=0.5$



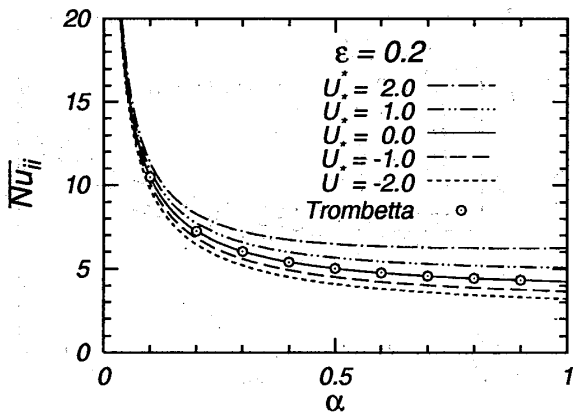
(c)  $\alpha=0.8$



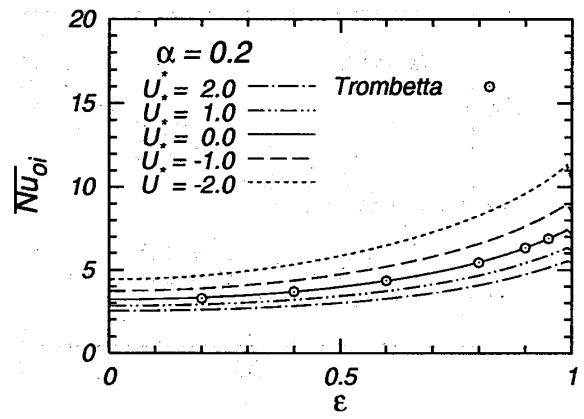
(c)  $\alpha=0.8$

Fig. 4 Dimensionless bulk temperature,  $\theta_{bo}$ , vs.  $\epsilon$  (CASE B)

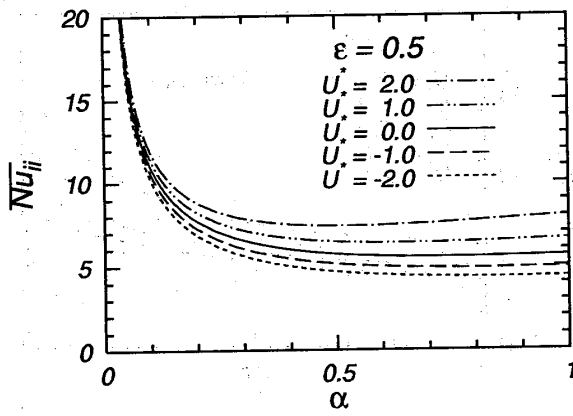
Fig. 5 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{ij}$ , vs.  $\epsilon$



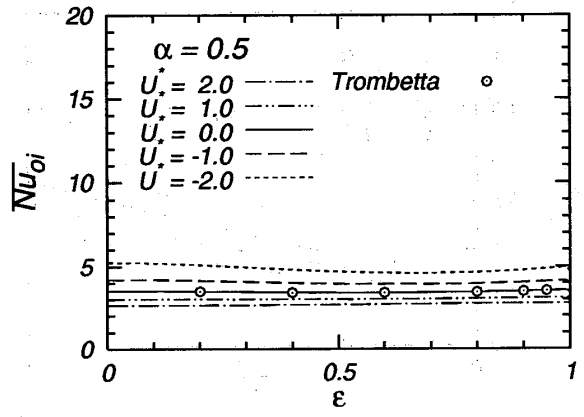
(a)  $\epsilon = 0.2$



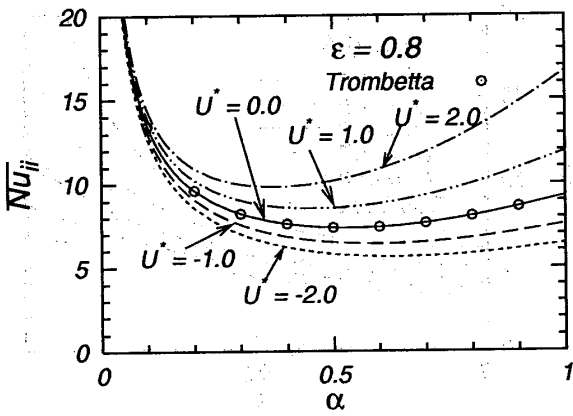
(a)  $\alpha = 0.2$



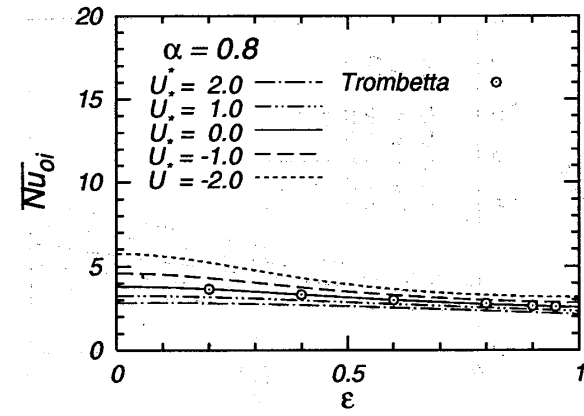
(b)  $\epsilon = 0.5$



(b)  $\alpha = 0.5$



(c)  $\epsilon = 0.8$

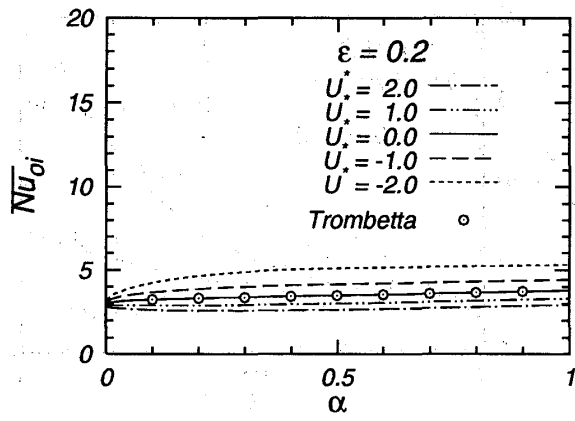


(c)  $\alpha = 0.8$

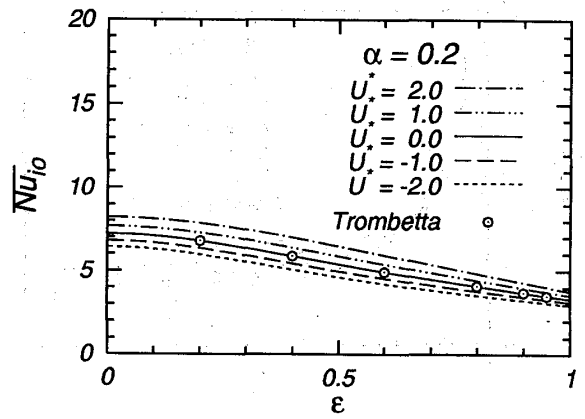
Fig. 6 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{ij}$ , vs.  $\alpha$

Fig. 7 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{oi}$ , vs.  $\epsilon$

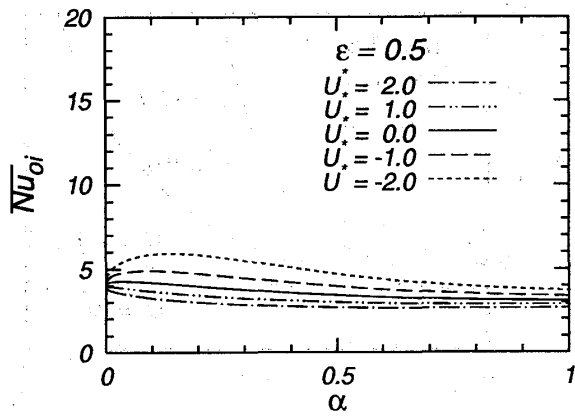




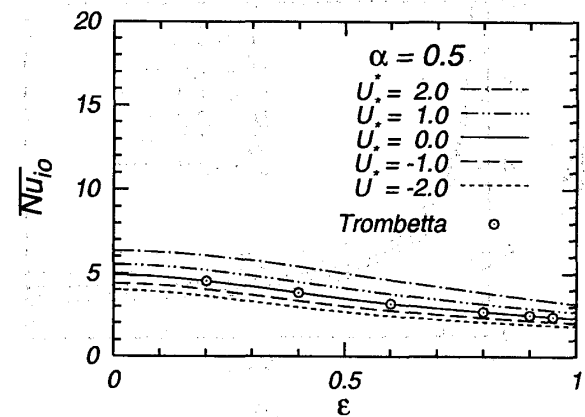
(a)  $\epsilon = 0.2$



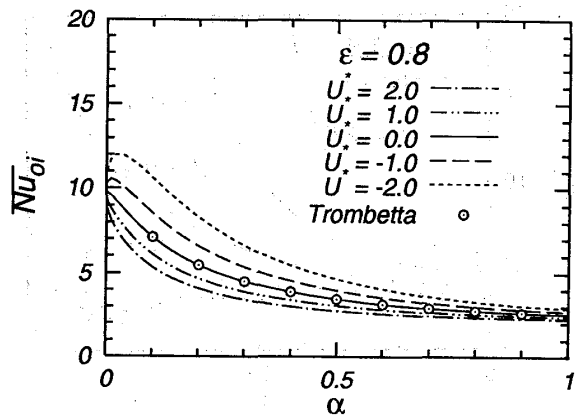
(a)  $\alpha = 0.2$



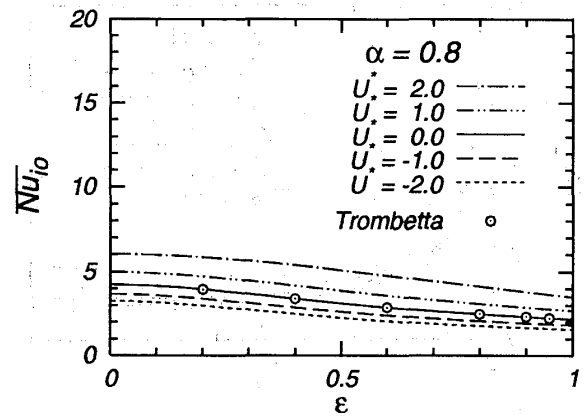
(b)  $\epsilon = 0.5$



(b)  $\alpha = 0.5$



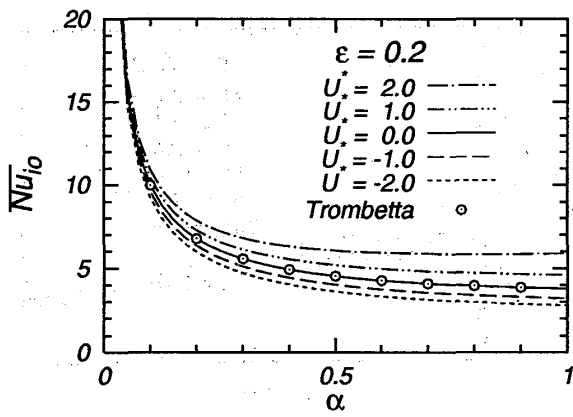
(c)  $\epsilon = 0.8$



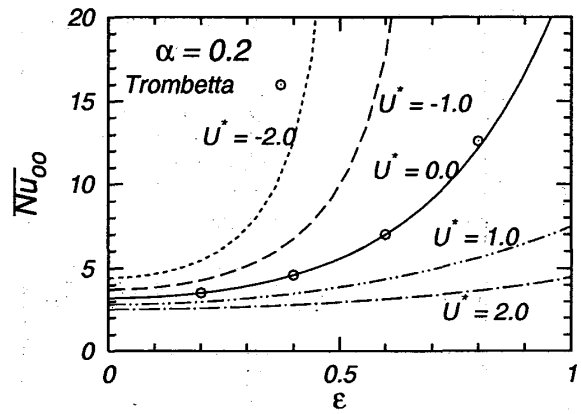
(c)  $\alpha = 0.8$

Fig. 8 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{oi}$ , vs.  $\alpha$

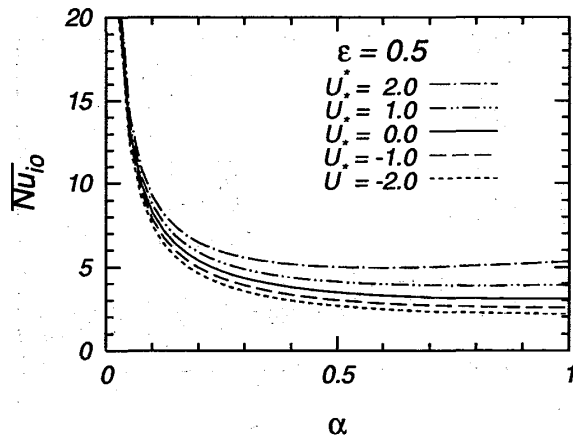
Fig. 9 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{io}$ , vs.  $\epsilon$



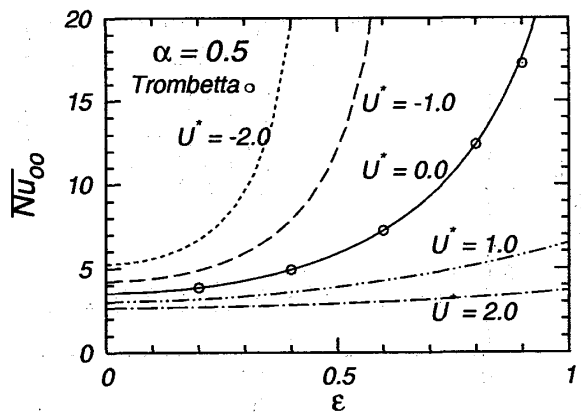
(a)  $\epsilon = 0.2$



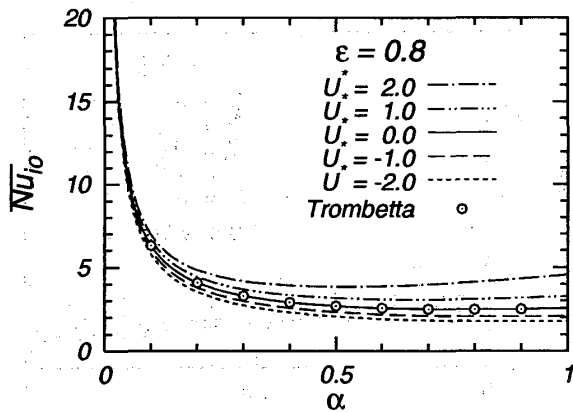
(a)  $\alpha = 0.2$



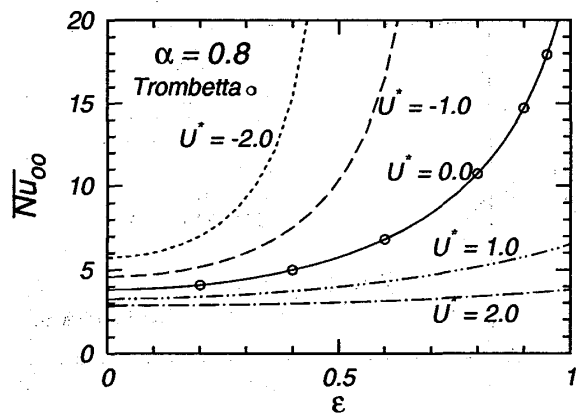
(b)  $\epsilon = 0.5$



(b)  $\alpha = 0.5$



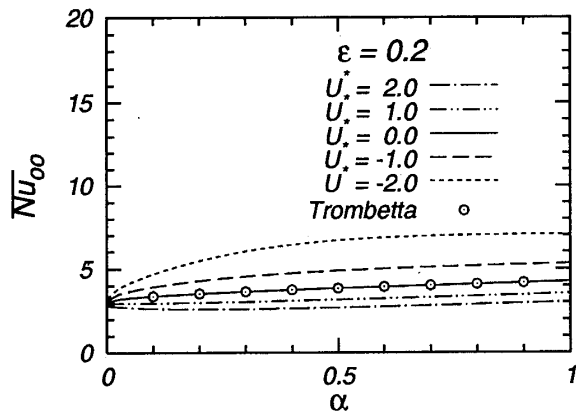
(c)  $\epsilon = 0.8$



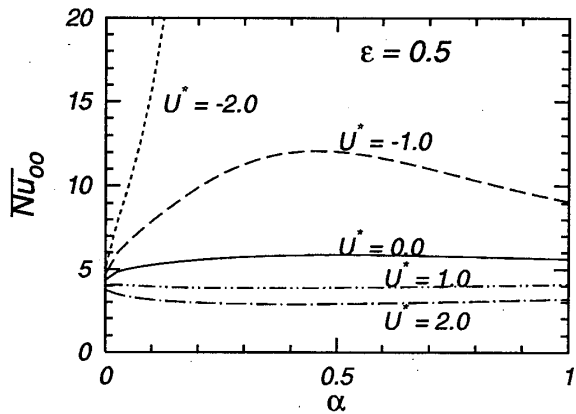
(c)  $\alpha = 0.8$

Fig. 10 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{10}$ , vs.  $\alpha$

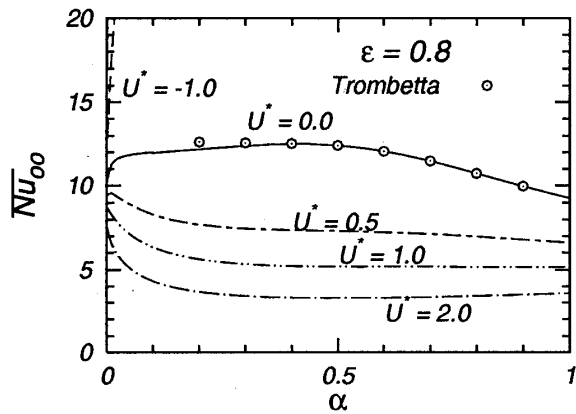
Fig. 11 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{00}$ , vs.  $\epsilon$



(a)  $\epsilon = 0.2$



(b)  $\epsilon = 0.5$



(c)  $\epsilon = 0.8$

Fig. 12 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{oo}$ , vs.  $\alpha$

の厳密解と約1%の精度で一致している。これらの図から、偏心率 $\epsilon$ が大きくなると、内管と外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ と $\overline{Nu}_{oo}$ は共に増大し、 $\epsilon$ が1に近づくにつれて、急激に増大する。また、内管の相対速度 $U^*$ が大きくなると、内管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ は増大するが、外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{oo}$ は減少する。 $\alpha$ に関しては、 $\overline{Nu}_{ii}$ と $\overline{Nu}_{oo}$ は、 $\epsilon$ の大きさに依存して複雑な挙動を示す。CASE Aの場合の外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{oi}$ とCASE Bの場合の内管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{io}$ は $\alpha$ と $\epsilon$ に依存して図に示すような挙動を示す。なお、 $U^*$ が大きくなると、 $\overline{Nu}_{oi}$ は減少するが、 $\overline{Nu}_{io}$ は増大する。

4. むすび

内管が軸方向に運動する偏心環状流路内で流体の速度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を第4種の熱的境界条件に対してバイポーラ座標系でエネルギー式の厳密解を得た。表面温度、表面熱流束およびヌッセルト数に及ぼす内管と外管の半径比、内管の偏心率および内管の相対速度の影響を検討し、以下の結論を得た。

1. 内管と外管の表面における表面温度、表面熱流束およびヌッセルト数は、偏心率が大きくなると、その周方向不均一が増大する。
2. 内管と外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ と $\overline{Nu}_{oo}$ の大きさは、偏心率 $\epsilon$ が増すと増加する。内管の相対速度 $U^*$ が増加すると、内管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ は増加するが、外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{oo}$ は減少する。
3. CASE Aの場合の外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{oi}$ とCASE Bの場合の内管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{io}$ は $\alpha$ と $\epsilon$ に依存してFig. 7~10に示すような挙動を示すが、 $U^*$ が大きくなると、 $\overline{Nu}_{oi}$ は減少するが、 $\overline{Nu}_{io}$ は増大する。

参考文献

- 1) 茂地 他3名, 長崎大学工学部研究報告, 本報告の155ページ
- 2) 茂地 他2名, 長崎大学工学部研究報告, **24**, (1994). 141.
- 3) M. L. Trombetta, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **14**, (1971), 1161.
- 4) R. K. Shah & A. L. London, *Advances in Heat Transfer*, Supplement 1, Academic Press, New York, (1978), 322.