周期的支点変位を受ける傾斜ケーブルの非線形応答解析

高　橋　和　雄*・山　口　健　市**
HERATH. M. C. R***

Analysis on the Nonlinear Response of Inclined Cables Excited by Periodic Motions of Their Supports

by

Kazuo TAKAHASHI*, Ken-ichi YAMAGUCHI**
and HERATH. M. C. R***

In the present paper, the nonlinear vibrations of inclined cables excited by periodic motions of their supports are studied. This paper deals with vibrations of inclined cables of cable-stayed bridges. Periodic motions of girders induce parametric vibrations and forced vibrations simultaneously. The coupled nonlinear ordinary differential equations in their first two modes are solved by the harmonic balance method and Runge-Kutta-Gill method. The influences of amplitudes of their supports, cable length, inclination angle and damping force on nonlinear response are established.

1．まえがき

ケーブルに現れる振動問題は，非常に多岐にわたり，特に非線形振動は，興味深い現象が多くみられ注目されている。非線形現象の一つの例として，走行荷重などによる斜張橋の桁が周期的振動を受けることによって支持ケーブルに振動が生じる，いわゆる係数励振振動問題が挙げられる。この方面の研究は Kovacs[1]によって開始され，その後著者らによって，ケーブルの支点が動かない場合[2]と動きうる場合[3]の線形解析がなされている。さらに，Lilien[4]によって斜張橋の支持を対象とした詳しい検討がなされ，Pinto da Costa[5]によって非線形振動解析が開始されているが，まだ，非線形連成振動まで評価するまでに至っていない。そこで，本研究においては，傾斜したケーブルが周期的な支点変位を受ける場合[5]について2自由度までを採用し，1次および2次振動の非線形連成項を介して発生する分岐応答をケーブル長，ケーブルの傾斜角および支点変位をパラメータとして解析する。

解析にあたっては，非線形運動方程式に調和バランス法を適用して，連立代数方程式に変換し，Newton-Raphson 法により解析解を求める。また，Runge-Kutta-Gill 法を適用した時間応答解析により解析解の精度の検証を行う。

2．非線形運動方程式

ここで取り扱うケーブルは，Fig. 1 に示すように，一端が周期的な支点変位を受ける傾斜ケーブルを対象とする。

Fig. 1 に示すような周期的な支点変位$X\sin\Omega t$を受ける傾斜した偏平ケーブルの応答yを1次および2次振動を考慮して次のように仮定する[5]。

$$y(x,t)=(X\sin\theta)\cdot\left(1-\frac{x}{L}\right)\sin\Omega t+p_1(t)\sin\frac{\pi x}{L}+p_2(t)\sin\frac{2\pi x}{L} \tag{1}$$

平成8年4月26日受理
*社会開発工学科（Department of Civil Engineering）
**P.S.（株）（P S Co.）
***大学院修士課程社会開発工学専攻（Graduate Student, Department. of Civil Engineering）

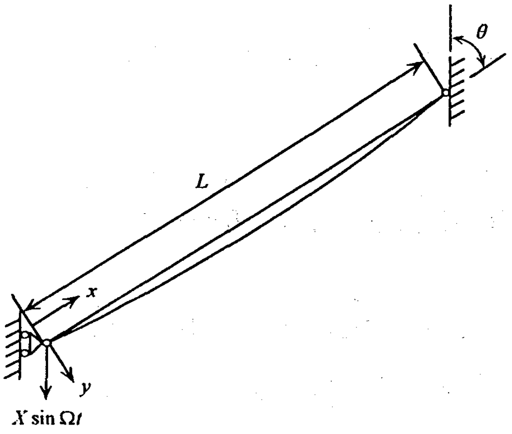

Fig. 1　Geometry of a cable

ここに，L：ケーブルのスパン長，X：周期的な支点変位の振幅，x：スパン方向の座標，Ω：支点変位の円振動数，θ：ケーブルの傾斜角，p_1, p_2：1次および2次振動の時間関数，y：たわみ。

ケーブルのひずみエネルギー，運動エネルギーおよび重力のなす仕事を用いて，Hamilton の原理を適用し，さらに粘性減衰力を考慮すると，次のような連立非線形常微分方程式が得られる[5]。

$$\ddot{P}_1 + 2h_1\omega_1\dot{P}_1 + \{\omega_1^2 + C_1\sin\omega\tau + C_2(\sin\omega\tau)^2\}P_1 + C_3\left(P_1^2 + \frac{4}{3}P_2^2\right) + \frac{4}{3}P_1^3 + \frac{16}{3}P_1P_2^2 = C_4\sin\omega\tau + C_5(\sin\omega\tau)^2 \qquad (2)$$

$$\ddot{P}_2 + 2h_2\omega_2\dot{P}_2 + 4\left\{\frac{\omega_2^2}{4} + \bar{C}_1\sin\omega\tau + \bar{C}_2(\sin\omega\tau)^2\right\}P_2 + \bar{C}_3P_1P_2 + \frac{4}{3}P_1^2P_2 + \frac{16}{3}P_2^3 = \bar{C}_4\sin\omega\tau \qquad (3)$$

ここに，$C_1 = \left(\Psi\cos\theta - \frac{\lambda\eta}{2\sqrt{3}}\sin\theta\right), C_2 = \frac{1}{6}(\eta\sin\theta)^2$,

$C_3 = -\frac{4\sqrt{3}}{\pi^2}\lambda, C_4 = \frac{1}{2}\eta\left[\left(\omega^2 - \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2\right)\sin\theta + \frac{2}{\kappa}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2\cos\theta\right]$,

$C_5 = \frac{\sqrt{3}}{6\pi^2}\lambda(\eta\sin\theta)^2, \bar{C}_1 = \left(\Psi\cos\theta - \frac{\lambda\eta}{2\sqrt{3}}\sin\theta\right)$,

$\bar{C}_2 = \frac{1}{6}(\eta\sin\theta)^2, \bar{C}_3 = -\frac{8\sqrt{3}}{3\pi^2}\lambda$,

$\bar{C}_4 = \frac{1}{4}\eta\omega^2\sin\theta$：1次および2次振動の係数，

$\omega_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\lambda^2}, \omega = 2$：1次および2次振動の無次元固有円振動数，$P_1 = p_1/K$，$P_2 = p_2/K$：1次および2次振動の無次元時間関数，$\Psi = X/X_0$，$X_0$：緊張したときの伸び，$\eta = X/(X_0L/3)^{1/2}$，$\kappa = \chi L$，$\chi = mg\sin\theta/F_0$，$mg$：ケーブルの単位長さあたりの重量，$F_0$：静的軸力，$\lambda = \kappa/(F_0/ES)^{1/2}$，$E$：ヤング率，$S$：断面積，$K = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{X_0L}{3}}$，$\tau = \omega_0 t$：無次元時間，$\omega_0$：弦の1次の固有円振動数，$\omega = \Omega/\omega_0$：支点変位の無次元円振動数，$h_1, h_2$：1次および2次振動の減衰定数。

式(2)および式(3)は，非同次の非線形連立の Hill 型の方程式である。支点の鉛直変動変位によってケーブルには変動軸力と変動荷重が作用する。また，特別な場合として鉛直ケーブル，水平ケーブルは，以下の式のように表すことができる。

1）鉛直ケーブル

$\theta = 0°$ とおいて，$\cos\theta = 1, \sin\theta = 0, \lambda = 0$ より，

$$\ddot{P}_1 + 2h_1\omega_1\dot{P}_1 + (1 + \Psi\sin\omega\tau)P_1 + \frac{4}{3}P_1^3 + \frac{16}{3}P_1P_2^2 = 0 \qquad (4)$$

$$\ddot{P}_2 + 2h_2\omega_2\dot{P}_2 + 4(1 + \Psi\sin\omega\tau)P_2 + \frac{4}{3}P_1^2P_2 + \frac{16}{3}P_2^3 = 0 \qquad (5)$$

2）水平ケーブル

$\theta = 90°$ とおいて $\cos\theta = 0, \sin\theta = 1$ より，

$$\ddot{P}_1 + 2h_1\omega_1\dot{P}_1 + \left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\lambda^2 - \frac{\lambda\eta}{2\sqrt{3}}\sin\omega\tau + \frac{1}{6}\eta^2(\sin\omega\tau)^2\right\}P_1 - \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2}\left(P_1^2 + \frac{4}{3}P_2^2\right) + \frac{4}{3}P_1^3 + \frac{16}{3}P_1P_2^2 = \frac{1}{2}\eta\left\{\omega^2 - \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2\right\}\sin\omega\tau + \frac{\sqrt{3}}{6\pi^2}\lambda\eta^2(\sin\omega\tau)^2 \qquad (6)$$

$$\ddot{P}_2 + 2h_2\omega_2\dot{P}_2 + 4\left\{1 - \frac{\lambda\eta}{2\sqrt{3}}\sin\omega\tau + \frac{1}{6}\eta^2(\sin\omega\tau)^2\right\}P_2 - \frac{8\sqrt{3}}{3\pi^2}\lambda P_1P_2 + \frac{4}{3}P_1^2P_2 + \frac{16}{3}P_2^3 = \frac{1}{4}\eta\omega^2\sin\omega\tau. \qquad (7)$$

3．解　法

(1) 調和バランス法による解法

式(2)，(3)には固有円振動数付近に生じる付随解の他に分岐解には，それぞれ固有円振動数付近に生じる周期 T をもつ副不安定領域および2倍の固有円振動数

付近に生じる周期 2T をもつ主不安定領域が重要であることから，式(2)，(3)の解を次のように仮定することができる。

$$P_1=c_{10}+A_{1P}\cos\left(\frac{\omega\tau}{2}-\varphi_1\right)+A_{1S}\cos(\omega\tau-\varphi_2) \tag{8}$$

$$P_2=c_{20}+A_{2P}\cos\left(\frac{\omega\tau}{2}-\varphi_3\right)+A_{2S}\cos(\omega\tau-\varphi_4) \tag{9}$$

ここに，c_{10}, A_{1P}, A_{1S}：1次振動の振幅成分，φ_1, φ_2：1次振動の位相差，c_{20}, A_{2P}, A_{2S}：2次振動の振幅成分，φ_3, φ_4：2次振動の位相差。

式(8)，(9)を式(2)，(3)に代入して，調和バランス法を適用すれば，未定定数を求めるための10個の連立非線形代数方程式が得られる。これに Newton-Raphson 法を用いて，仮定した初期値のもとに解けば，振幅成分が得られる。

(2) Runge-Kutta-Gill 法による数値解法

式(2)，(3)において，$P_1=T_1, \dot{P}_1-T_2, P_2=T_3, \dot{P}_2=T_4$，とおくと，次式に示す4元連立の1階常微分方程式に変換することができる。

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{T}_1=T_2\\
&\dot{T}_2=-2h_1\omega_1T_2-\{\omega_1^2+C_1\sin\omega\tau\\
&\qquad\qquad+C_2(\sin\omega\tau)^2\}T_1\\
&-C_3\left(T_1^2+\frac{4}{3}T_3^2\right)-\frac{4}{3}T_1^3-\frac{16}{3}T_1T_3^2\\
&+C_4\sin\omega\tau+C_5(\sin\omega\tau)^2\\
&\dot{T}_3=T_4\\
&\dot{T}_4=-2h_2\omega_2T_4-4\left\{\frac{\omega_1^2}{4}\right.\\
&\qquad\qquad\left.+\bar{C}_1\sin\omega\tau+\bar{C}_2(\sin\omega\tau)^2\right\}T_3\\
&-\bar{C}_3T_1T_3-\frac{4}{3}T_1^2T_3-\frac{16}{3}T_3^3+\bar{C}_4\sin\omega\tau
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式(10)に，Runge-Kutta-Gill 法を適用して直接数値積分すれば，時間応答が得られる。なお，初期条件として1次および2次振動の初期変位 T_1, T_3 および初期速度 T_2, T_4 を0とする。

(3) 解析条件

本研究では，Table 1 に示す4種類のケーブルを対象として取り扱う。また，ケーブルの支点変位の振幅を変化させることより Case 1,2,3（それぞれスパンの1/20,000，1/10,000，1/5,000）として解析を行う。Case 1,2,3 に対するケーブルのパラメータを，Table 2,3,4 に示す[5]。

Table 1　Geometric, material and force of inclined cables.

Cable	θ	L	S	F_0	W	E
	(°)	(m)	(cm²)	(kgf)	(kgf)	(kgf/m²)
A	10	25	24	1.22×10^5	19.2	204×10^8
B	10	50	36	1.99×10^5	29	204×10^8
C	70	170	96	5.71×10^5	77	204×10^8
D	70	440	153	8.16×10^5	136	194×10^8

Table 2　Cable parameters for inclined cables of case 1 (1/20,000).

Cable	X_0	X	Ψ	η	κ	K	λ
	(cm)	(cm)			$\times10^{-5}$	(m)	
A	6.25	1.28	0.205	0.0177	68.4	0.9189	0.0137
B	13.5	1.62	0.120	0.0108	126.8	1.9130	0.0243
C	49.6	1.62	0.033	0.0031	2154.9	6.7500	0.3990
D	121.1	4.28	0.035	0.0032	6893.5	16.9680	1.3257

Table 3　Cable parameters for inclined cables of case 2 (1／10,000).

Cable	X_0	X	Ψ	η	κ	K	λ
	(cm)	(cm)			$\times10^{-5}$	(m)	
A	6.25	2.56	0.410	0.0355	68.4	0.9189	0.0137
B	13.5	3.24	0.240	0.0216	126.8	1.9130	0.0243
C	49.6	3.24	0.065	0.0061	2154.9	6.7500	0.3990
D	121.1	8.56	0.071	0.0064	6893.5	16.9680	1.3257

Table 4　Cable parameters for inclined cables of case 3 (1／5,000).

Cable	X_0	X	Ψ	η	κ	K	λ
	(cm)	(cm)			$\times10^{-5}$	(m)	
A	6.25	5.12	0.819	0.0709	68.4	0.9189	0.0137
B	13.5	6.48	0.480	0.0432	126.8	1.9130	0.0243
C	49.6	6.48	0.131	0.0122	2154.9	6.7500	0.3990
D	121.1	1.712	0.141	0.0128	6893.5	16.9680	1.3257

4．数値結果

(1)　1次および2次の連成振動の応答特性

Fig. 2 は，ケーブルの傾斜角を変化させた場合のサグ比と固有円振動数の関係を示した図である[6]。横軸は，サグ比，縦軸は，無次元固有円振動数であり，実線は対称1次モード，破線は逆対称1次モードを示す。水平ケーブル（θ=90°）においては，対称モードのみがある特定のサグ比で一段階高次の対称モードに遷移するのに対して，傾斜ケーブルの場合には，奇数次のモードは一段階高次の偶数次モードへ，偶数次モードはさらに一段階高次の奇数次モードに遷移し，その遷移領域は傾斜角が小さい程サグ比の大きい方へ移動する傾向を示す。

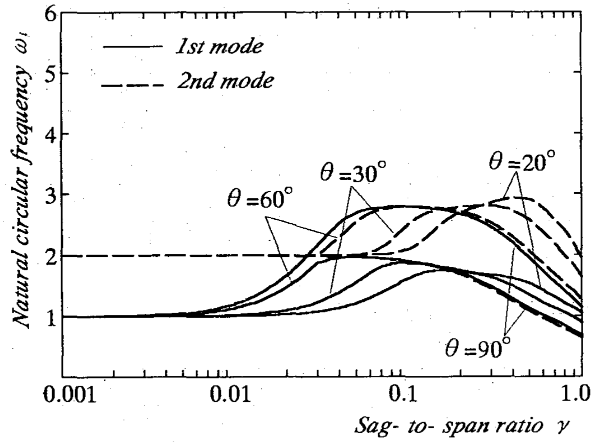

Fig. 2 Natural circular frequency vs. sag-to-span ratio.
(縦波–横波伝播速度比 $k=30$)

本研究では，弦に近い場合の傾斜ケーブルを対象としているのでFig. 2 より，1次振動および2次振動の固有円振動数，ω_1, ω_2は，ケーブルの傾斜角にかかわらず，それぞれ $\omega_1 \fallingdotseq 1, \omega_2 \fallingdotseq 2$ となる。

Fig. 3，4 は，Cable A（ケーブル長 L=25m，ケーブルの傾斜角θ=10°）の Case 2（支点変位の振幅 X=2.56cm）について，非線形連成項を無視した1次および2次振動の応答曲線を示す。横軸は，支点変位の無次元円振動数ω，縦軸は，無次元応答振幅および実振幅である。両者とも固有円振動数（副不安定領域）とその2倍の振動数領域（主不安定領域）において，応答が顕著に現れている。連成項を考慮した場合の1次および2次振動においては，1次振動の主不安定領域と2次振動の副不安定領域が共存し，連成振動が生じることが考えられる。Fig. 5 には，連成項を考慮した場合の1次および2次振動の応答曲線を示す。また，Fig. 6 は $\omega=2$ 付近の拡大図である。Fig. 5 に示すように，1次振動の副不安定領域（$\omega=1$ 付近）と2次振動の主不安定領域（$\omega=4$ 付近）においては，連成項を無視した場合の応答と相違はない。しかし，1次振動の主不安定領域と2次振動の副不安定領域が共存する $\omega=2$ 付近（Fig. 6）においては，1次および2次の連成振動が現れ，その影響は振幅の小さい特定の振動数領域のみ現れる。この領域においては，ω の増加にともない両者の振幅は互いに成長していくが，やがて，1次振動の振幅のみが減少する。さらに，ω を増加させると互いに連成しない単独の応答が現れ，成長していく傾向がある。シミュレーションによる結果においても，同様な結果が得られている。

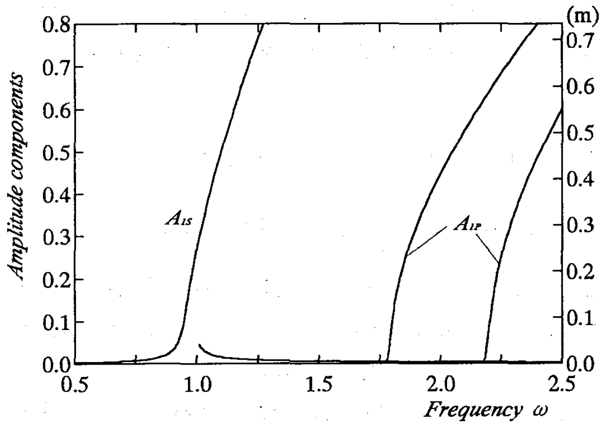

Fig. 3 Frequency response curves of the 1st mode neglecting coupling term:Cable A and Case 2.

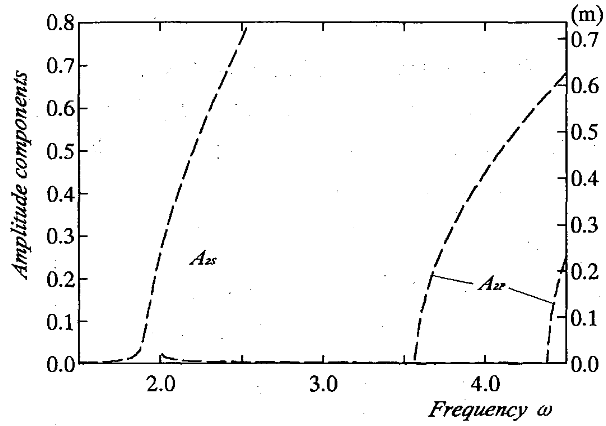

Fig. 4 Frequency response curves of the 2nd mode neglecting coupling term:Cable A and Case 2.

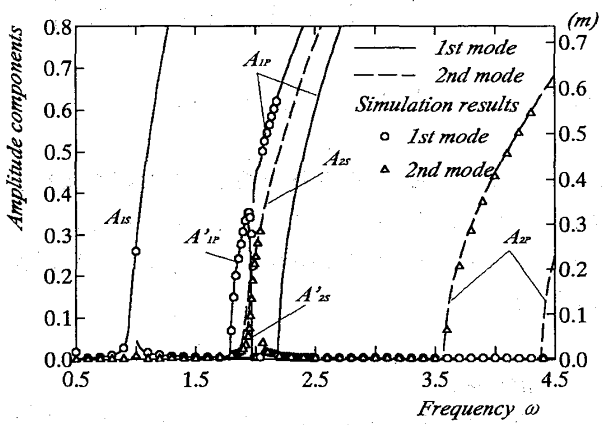

Fig. 5 Frequency response curves of the 1st and 2nd modes:Cable A and Case 2.

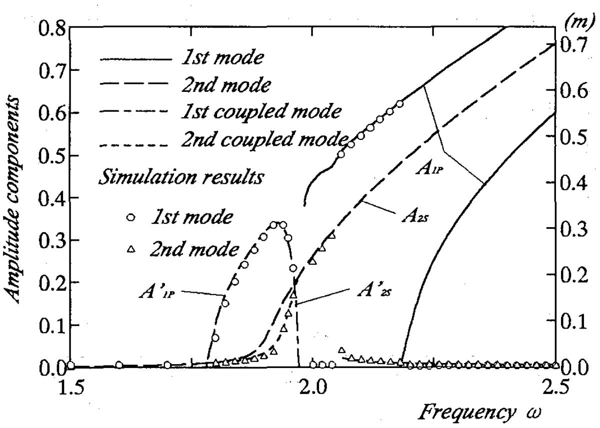

Fig. 6　Magnified diagram of near $\omega=2$: Cable A and Case 2.

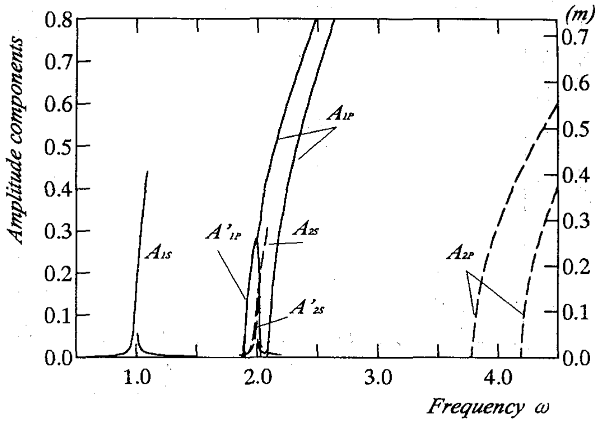

Fig. 7　Frequency response curves: Cable A and Case 1.

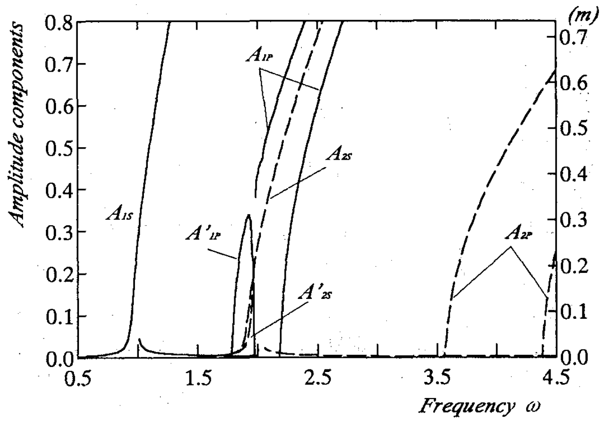

Fig. 8　Frequency response curves: Cable A and Case 2.

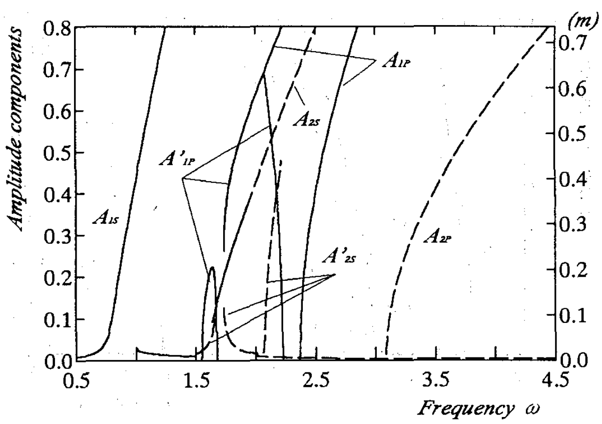

Fig. 9　Frequency response curves: Cable A and Case 3.

(2) ケーブルの支点変位およびケーブル長の影響

Fig. 7～18は，Cable A, B, C, D について，支点変位を変化させた場合（Case 1，2，3）の1次，2次振動の主および副不安定領域の応答曲線を示す。また，図中の実線は1次振動を，破線は2次振動を表す。Cable A ($\theta=10°$，L=25m) においては，支点変位が大きくなると主および副不安定領域の1次（連成）振動（A_{1S}, A_{1P}, (A'_{1P})）ならびに主および副不安定領域の2次（連成）振動（A_{2S}, A_{2P}, (A'_{2S})）の発生領域はともに広くなり，Case 3では，振幅の大きい領域と小さい領域に1次の連成応答（A'_{1P}）が存在する。Cable B ($\theta=10°$，L=50m) においては，Case 1の場合，1次振動の副不安定領域の応答 A_{1S} に比べて，1次振動の主不安定領域の応答 A_{2P} および1次振動の副不安定領域の応答 A_{1S} が卓越している。また，前述と同様に支点変位が大きくなると1次（連成）振動（A_{1S}, A_{1P}, (A'_{1P})）ならびに2次（連成）振動(A_{2S}, A_{2P}, (A'_{2S}))の発生領域はともに広くなる。Cable C ($\theta=70°$, L=170m) ならびにCable D ($\theta=70°$, L=440m) においては，1次および2次振動の副不安定領域の応答 A_{1S}, A_{2S}, のみ存在しており，1次振動が卓越している（Case 1）。支点変位が大きくなると1次および2次振動の主不安定領域の応答, A_{1P}, A_{2P} が現れ（Case 2），それらは支点変位の増加にともない発生領域は広くなる（Case 3）。しかし，両者ともに Cable A, B において現れた連成応答（A'_{1P}, A'_{2S}）は存在しない。また，これらの結果からいえることは，ケーブル長が長い程応答（実振幅）は大きくなるが，連成応答（A'_{1P}, A'_{2S}）が現れるか否かに関しては，ケーブル長の影響は関与せず傾斜角に依存することが考えられる。傾斜角の影響に関しては，次節で詳述する。

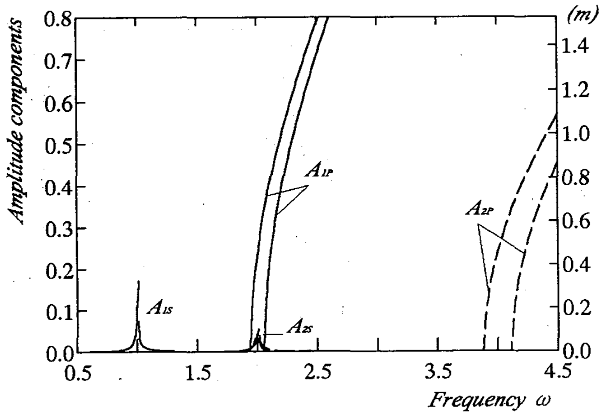

Fig.10 Frequency response curves: Cable B and Case 1.

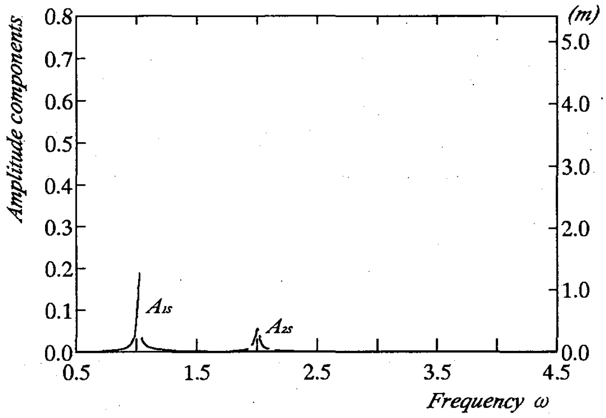

Fig.13 Frequency response curves: Cable C and Case 1.

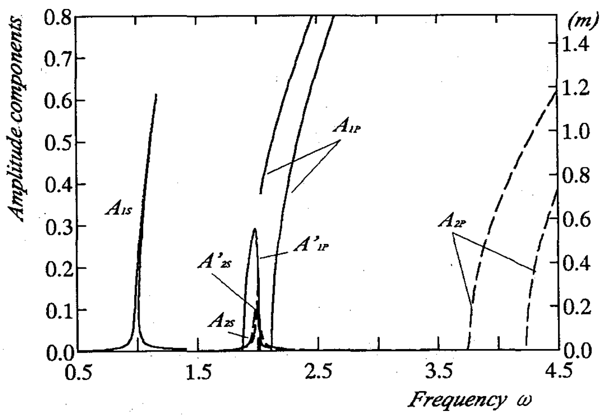

Fig.11 Frequency response curves: Cable B and Case 2.

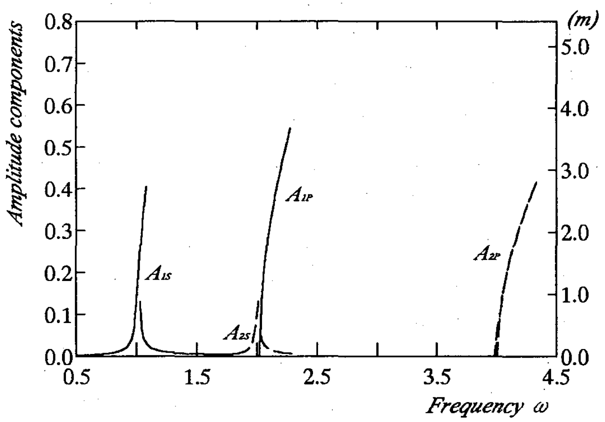

Fig.14 Frequency response curves: Cable C and Case 2.

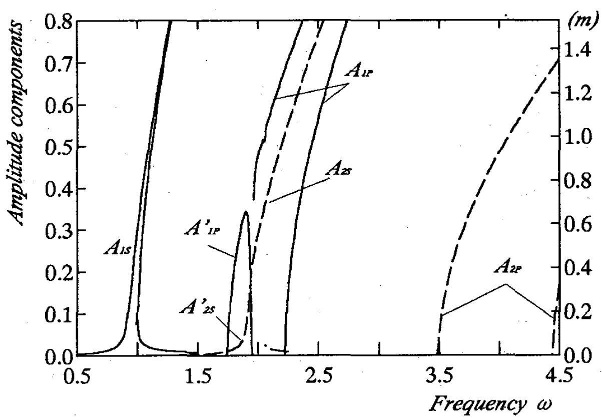

Fig.12 Frequency response curves: Cable B and Case 3.

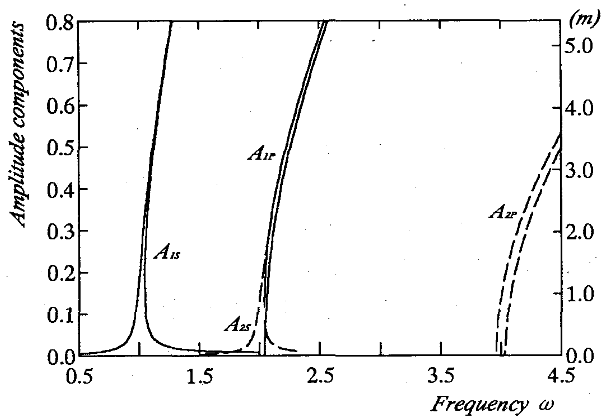

Fig.15 Frequency response curves: Cable C and Case 3.

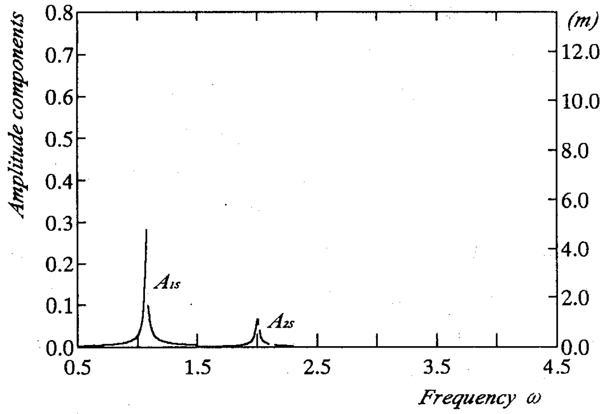

Fig.16　Frequency response curves: Cable D and Case 1.

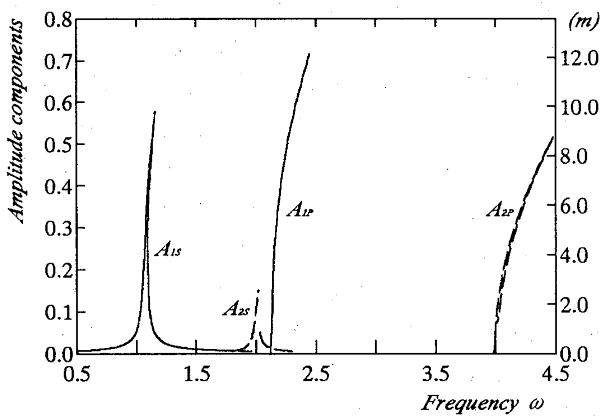

Fig.17　Frequency response curves: Cable D and Case 2.

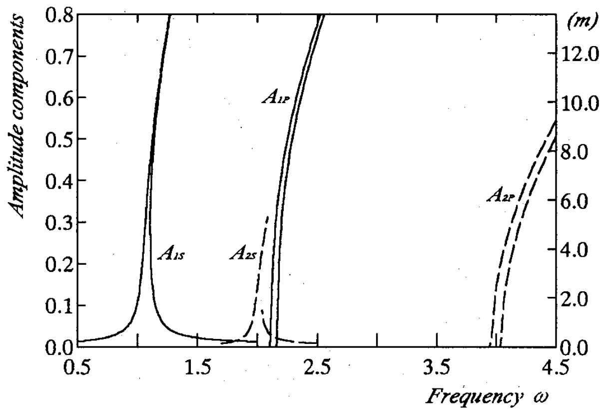

Fig.18　Frequency response curves: Cable D and Case 3.

(3)　**ケーブルの傾斜角の影響**

Fig.19～22は，ケーブル長　L＝50m　のケーブルのCase 3 について，傾斜角を変化させた場合の 1 次，2 次振動の主および副不安定領域の応答曲線を示す。また，図中の実線は 1 次振動を，破線は 2 次振動を表す。1 次振動の副不安定領域の応答 A_{1S} においては，鉛直ケーブル（$\theta=0°$）から水平ケーブル（$\theta=90°$）へ傾斜角 θ を大きくしていくと，それに追随して共振領域は広くなる。すなわち，支点変位が一定ならば，励振力のみが作用する鉛直ケーブル（$\theta=0°$），励振力と強制外力が同時に作用する傾斜ケーブル($\theta=30°$，$60°$)，強制外力のみが作用する水平ケーブル（$\theta=90°$）の順に共振領域は広くなり，応答に関しては強制外力が励振力よりも支配的である。

一方，2 次振動の主不安定領域の応答 A_{2P} においては，傾斜角 θ が大きくなるにしたがい発生領域は狭くなり，水平ケーブル（$\theta=90°$）では応答は存在しない。このことより，A_{2P} においては，応答に関しては励振力が強制外力よりも支配的である。また，1 次振動の主不安定領域の応答 A_{1P} と 2 次振動の副不安定領域の応答 A_{2S} が共存する振動数領域では，傾斜角 θ を大きくしていくと，連成しない単独の応答 A_{1P}のみ現れ，ついで振幅の小さい領域に 1 次の連成応答 A'_{1P} および 2 次の連成応答 A'_{2S} が現れる。さらに，傾斜角 θ を大きくすると，連成振動は現れなくなり，やがて 2 次連成応答　A_{2S}のみ存在する。これらより，連成応答 A'_{1P}, A'_{2S} は傾斜角が小さい場合，すなわち，励振力が強制外力よりも支配的な傾斜ケーブルのみ現れることになる。

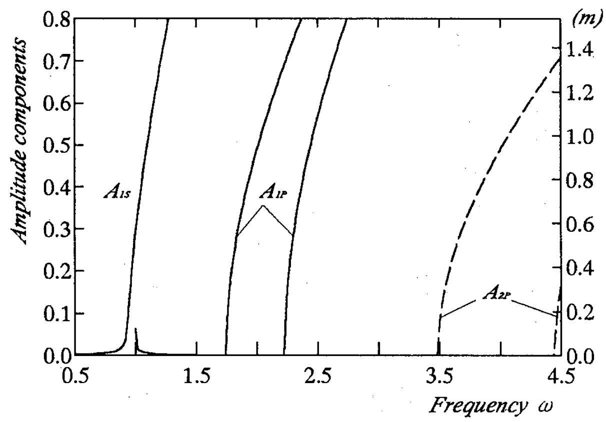

Fig.19　Frequency response curves: Cable 3 and $\theta=0°$

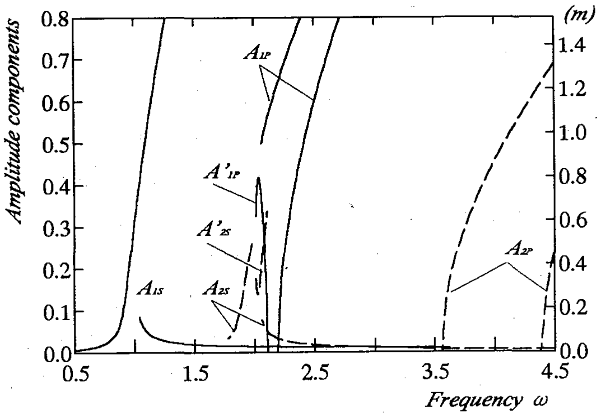

Fig.20 Frequency response curves: Cable 3 and $\theta=30°$

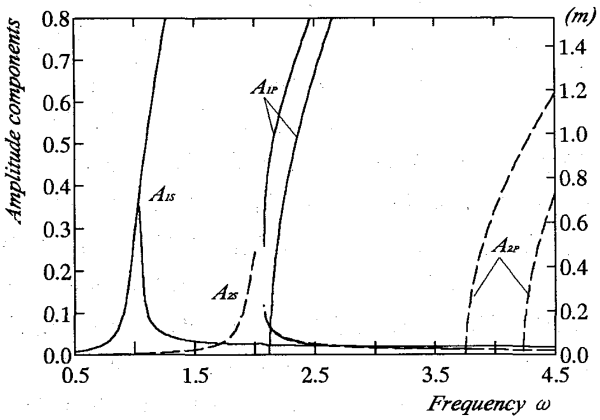

Fig.21 Frequency response curves: Cable 3 and $\theta=60°$

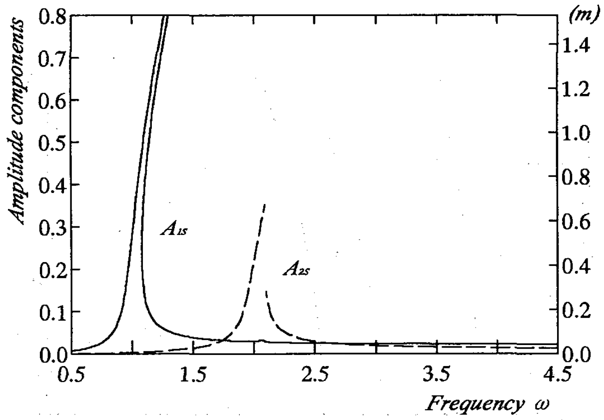

Fig.22 Frequency response curves: Cable B, Case 3 and $\theta=90°$

(4) 減衰定数の影響

Fig.23～27は，Cable B ($\theta=10°$, L=50m) の Case 2について，減衰力を変化させた場合の1次，2次振動の主および副不安定領域の応答曲線を示す。また，Fig.23，24において，実線，破線および一点破線はそれぞれ減衰定数 $h=0.01$，0.005，0.0の場合を表す。1次振動の副不安定領域の応答 A_{1S} (*Fig.*23) においては，減衰力を無視した場合に定まらなかった共振振幅は，減衰力が大きくなるにしたがい，抑制され有限となる。また，2次振動の主不安定領域の応答 A_{2P} (*Fig.*24) においては，減衰力による顕著な差異は見られない。次に1次振動の主不安定領域の応答 A_{1P} と2次振動の副不安定領域の応答 A_{2S} が共存する振動数領域 (Fig.25～27) では，2次振動副不安定領域の応答 A_{2S} は前述の副不安定領域の応答 A_{1S} と同様に減衰力の増加にともない応答は抑制され有限となる。1次振動主不安定領域の応答 A_{1P}，1次の連成応答 A'_{1P} および2次の連成応答 A'_{2S} は，減衰力 $h=0.0$，0.005 (Fig.25，26) の場合には大きな差異は見られないが，$h=0.01$ (Fig.27) においては両者の応答は現れなくなり，減衰力の効果が著しい。したがって，これらのことより減衰力の影響は，2次振動の主不安定領域の応答 A_{2P} 以外の応答において顕著に現れ，2次振動の主不安定領域の応答 A_{2P} における減衰力の効果はあまり現れない。

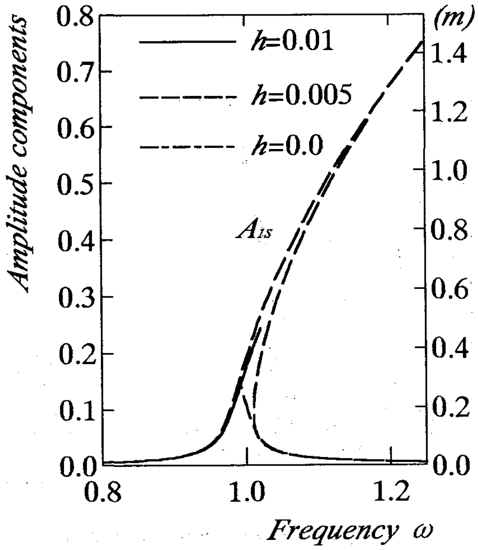

Fig.23 Frequency response curves: Cable B and Case 2.

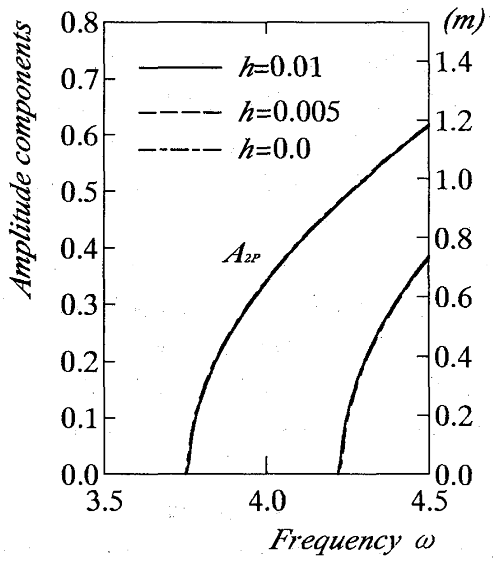

Fig.24　Frequency response curves: Cable B and Case 2.

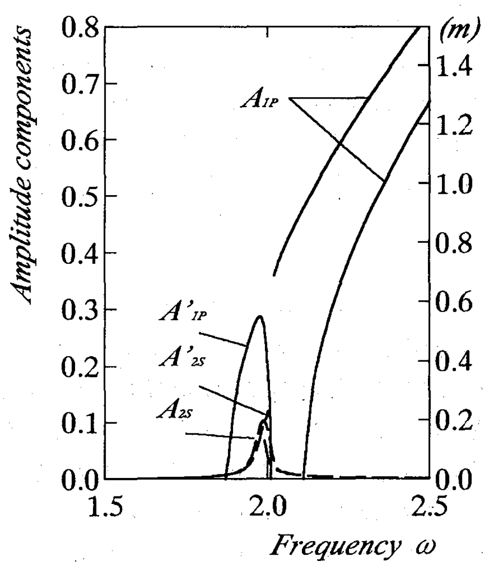

Fig.26　Frequency response curves: Cable B, Case 2 and $h=0.005$.

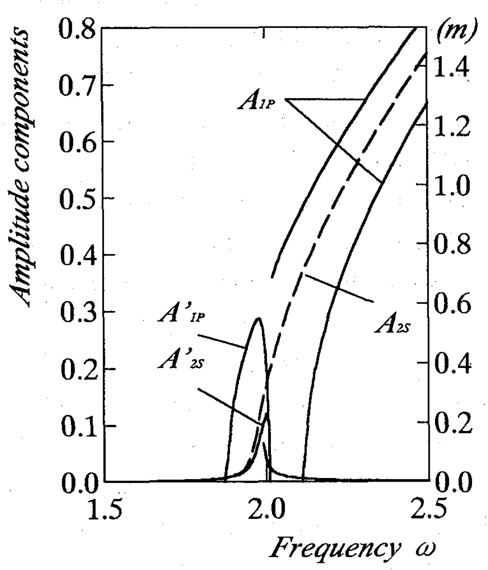

Fig.25　Frequency response curves: Cable B, Case 2 and $h=0.0$.

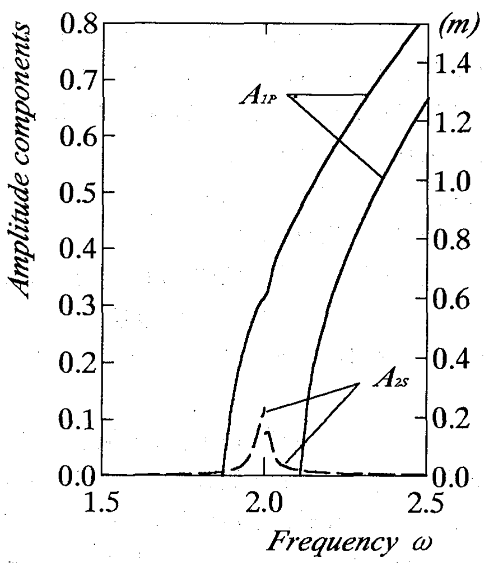

Fig.27　Frequency response curves: Cable B, Case 2 and $h=0.01$.

5．まとめ

本研究では，一端が周期的な支点変位を受ける傾斜ケーブルの応答特性について，ケーブルの支点変位，ケーブル長，傾斜角および減衰力をパラメータに検討したものである。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1)　1次および2次の連成振動の応答特性

傾斜角が小さい傾斜ケーブルの場合，1次振動の主不安定領域と2次振動の副不安定領域が共存する振動数領域において，1次および2次の連成振動が現れ，その影響は振幅の小さい特定の振動数領域に現れやすい。この領域においては，振動数の増加にともない両者の振幅は互いに成長していくが，やがて，1次振動の振幅のみが減少する。さらに，振動数を増加させると互いに連成しない単独の応答が現れ，成長していく傾向がある。シミュレーションによる結果においても，同様な結果が得られている。

(2)　ケーブルの支点変位およびケーブル長の影響

支点変位が大きくなると主および副不安定領域の1次（連成）振動ならびに主および副不安定領域の2次（連成）振動の応答はともに大きくなる。また，ケーブル長が長い程，応答（実振幅）は大きくなる

(3)　ケーブルの傾斜角の影響

1）1次振動の副不安定領域においては，傾斜角が大きくなるにしたがい，発生領域は広くなり，応答に関しては強制外力が励振力よりも支配的である。

2）1次振動の主不安定領域と2次振動の副不安定領域が共存する振動数領域においては，1次および2次の連成振動は傾斜角が小さい場合，すなわち，励振力が強制外力よりも支配的な傾斜ケーブルのみ現れる。

3）2次振動の主不安定領域においては，傾斜角が大きくなるにしたがい発生領域は狭くなり，水平ケーブルでは応答は存在しないことより，応答に関しては励振力が強制外力よりも支配的である。

(4)　減衰力の影響

減衰力の影響は，2次振動の主不安定領域の応答以外の応答において顕著に現れ，2次振動の主不安定領域の応答における減衰力の効果はあまり現れない。

なお，数値計算には，長崎大学総合情報処理センタFACOM VP-1200を使用したことを付記する。

参考文献

1）Kovacs, I.: Zur frage der seilschwingdngen und der seildampfung, Die Bautechnik, 10, pp. 325〜332, 1982.

2）Takahashi, K.: Dynamic Stability of Cables Subjected to an Axial Periodic Load, Journal of Sound and Vibration, Vol.144, No. 2, pp. 323〜330, 1991.

3）高橋・鎌田・町田・松野：支点が動きうるサグ比の小さいケーブルの動的安定性，土木学会論文集，第495号，pp. 127〜130，1994.

4）Lilien, J. L. and Pinto da Costa, A.: Vibration Amplitudes Caused by Parametric Excitation of Cable Stayed Bridges, Journal of Sound and Vibration, Vol. 174, No. 1, pp. 69〜90, 1994.

5）A. Pinto da Costa and J. A. C. Martins: The Nonlinear Oscillations of Inclined Excited Periodic Motions of Their Supports, International Symposium on Cable Dynamics, pp. 205〜212, 1995.

6）Irvine, H. M.: Cable Structures, The MIT Press Series in Structural Mechanics, 1981.