

SOLA-VOF法による水平下向き加熱面まわりから飽和水への 膜沸騰数値解析

中野 昭裕*¹・茂地 徹*²・桃木 悟*²

Numerical Analysis of Film Boiling from a Heated Plate Facing Downwards in Saturated Water by the SOLA-VOF method

by

Akihiro NAKANO*¹, Toru SHIGECHI*² and Satoru MOMOKI*²

A numerical method to track a vapor-liquid interface was explored for the film boiling heat transfer from a downward facing plate, based on the SOLA-VOF method. In order to take into account the effect of the compressibility, the LC(limited compressibility) method was modified to be applicable to phase change problems and incorporated into the SOLA-VOF method. The numerical solutions were obtained for the film boiling of saturated water at the atmospheric condition. In the present calculation the width of the vapor film at the edge of the heated plate was determined with reference to the analysis of Shigechi-Yamada and Nishio et al., and treated as the constant. Also, the Nusselt number was examined with the semi-empirical equation that was based on the Nishio et al.'s correlation.

1 緒言

金属の焼入れ、材料の製造工程、超伝導機器の冷却、緊急冷却時の原子炉等では、冷却過程の初期は物体の温度が高いため、伝熱面表面は蒸気膜で覆われる膜沸騰が発生する。膜沸騰熱伝達は一般的に核沸騰熱伝達と比べて高くないので、蒸気膜の存在により冷却速度が低下する問題が生じる。膜沸騰熱伝達特性を把握しておくことは物体の冷却速度や熱応力を正確に推定して制御する上で必要であり、また原子炉内の燃料集合体や超伝導磁石の沸騰熱伝達の研究から分かるように機器の安全を確保する上でも重要であることから、平板、円柱、球などを対象にした膜沸騰に関する研究が行われている。⁽¹⁾

有限の下向き水平面からの膜沸騰において、蒸気は伝熱面の中心から端部へ面に沿って流れ、端部より上昇流出することが実験により観察されており、熱伝達は上向き面など他の系と比較してかなり低いことが示されている。^{(2)~(7)} 解析に当たっては端部における流れや膜厚についての扱いが蒸気膜厚さ、形状、ひいては熱伝達特性に大きく影響を与える。Farahat-Madbouly⁽⁸⁾は数値解析を行い、Ishigaiら

⁽²⁾の実験結果と比較しているが、端部の蒸気膜形状の影響が十分考慮されていないため実験値との差は大きい。Barron-Dergham⁽⁵⁾、西尾ら⁽⁶⁾、茂地ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾は端部で境界条件を設定して蒸気膜の形状をプロフィール法により決定して解析を行っているが、それでも実験結果⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾を茂地ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の解析結果と比較するとFarahat-Madbouly⁽⁸⁾より改善されているものの、2倍以上の差がある。西尾⁽⁶⁾らはその原因として解析で想定されている系と実験系との相違を指摘し、実験装置を工夫して得られた実験結果と理論解析⁽⁶⁾を比較して気液界面が平滑な場合、良好に一致することを示している。ただし、これらのプロフィール法による解析は数学的に解が得られるように蒸気膜の形状を設定してあるため、端部からの蒸気膜の流出速度や質量流量が蒸気膜の厚さや形状に与える影響が明確ではない。

膜沸騰では、蒸気膜は複雑な形状を呈することが多く、界面の追跡が可能な気液二相流の数値解析を行う必要がある。界面の追跡方法には、SOLA-VOF法⁽¹¹⁾、MARS法⁽¹²⁾、Level-Set法⁽¹³⁾、CIP法⁽¹⁴⁾、Front-Tracking法⁽¹⁵⁾などの方法が提案されており、詳細なレビューもある。^{(13)~(15)} 膜沸騰の数値解

平成 15年 10月 24日 受理

*¹大学院生産科学研究科博士後期課程(Graduate Student, Graduate School of Science and Technology)

*²機械システム工学科(Department of Mechanical Systems Engineering)

析として界面の追跡方法を組み込んだ例として、上向き面と垂直面についてはいくつかの研究があるが(16)~(20)、下向き面の場合には適用例がない。

本論文では、有限の下向き水平面からの膜沸騰について、気液界面の追跡方法に相変化を考慮して修正したSOLA-VOF法を用いて端部蒸気膜厚さを境界条件として与える場合における数値解析を行い、流動および熱伝達の特性を求めると共に理論解や実験との比較検討を行った結果について報告する。

主要記号

c	: 音速[m/s]
c_p	: 定圧比熱[J/(kg·K)]
\tilde{C}	: 連続関数
F	: VOF関数(液体体積占有率)[-]
F_{sv}	: 表面張力項[N/m ³]
g	: 重力加速度[m/s ²]
H	: 伝熱面厚さ[m]
h_x	: 局所熱伝達係数[W/(m ² K)]
\bar{h}	: 平均熱伝達係数[W/(m ² K)]
L	: 伝熱面幅[m]
ℓ	: 潜熱[J/kg]
p	: 圧力[Pa]
q	: 局所熱流束[W/m ²]
q_{ph}	: 蒸発等で使用される熱量[W/m ³]
T	: 温度[K]
ΔT	: 過熱度[K](= $T_w - T_s$)
t	: 時間[s]
x	: 空間座標
x, y	: 直角座標系[m]
u	: 速度ベクトル[m/s]
u, v	: u の x, y 方向速度成分[m/s]
κ	: 曲率[1/m]
λ	: 熱伝導率[W/(m·K)]
ρ	: 密度[kg/m ³]
σ	: 表面張力[N/m]
τ	: 応力テンソル[N/(m ²)]
Ω	: 相変化による液体体積減少量[1/s]
Nu	: 平均ヌセルト数
Pr	: プラントル数
Sp	: 無次元過熱度(文献(6)の式(11)参照)
Gr	: グラスホフ数(文献(6)の式(13)参照)
K	: 蒸発潜熱修正係数 (文献(6)の式(14)参照)

添字

v	: 気相
l	: 液相
s	: 飽和状態

w : 壁面
[] : 跳び値

例えば、 $[C] = C_2 - C_1$
 $[F] = F_2 - F_1 = 1$

2 数値解析

2.1 解析モデル

幅 L 、厚さ H で一定温度 T_w に保たれた有限下向き水平面から静止した飽和温度 T_s の静止液体への2次元膜沸騰を考える。Fig.1のように原点を取り、水平方向に x 軸、垂直方向に y 軸を取る直角座標系とする。気液界面を含む流れの解析方法としてSOLA-VOF法⁽¹¹⁾を用いた。SOLA-VOF法⁽¹¹⁾は方程式を離散化した時の格子セル内部の流体の占有率 F に注目して運動方程式と連動して解く方法であり、 F の移流にDonor-Acceptor法を用いることによって数値拡散を防ぐことができるので体積保存にすぐれている。流れは y 軸に関して対称としているので右側半分を解析の対象とする。解析に当り、以下の仮定を用いた。

1. 連続の式の中で気・液相共に圧縮性を考慮するが、連続の式以外では非圧縮性とし、気相・液相で物性値は一定とする。
2. 格子セル内部が界面を含む場合、内部全体は飽和温度一定とする。
3. 相変化は格子セル内部に界面がある場合にのみ起こるものとする。
4. 放射伝熱は考慮しない。

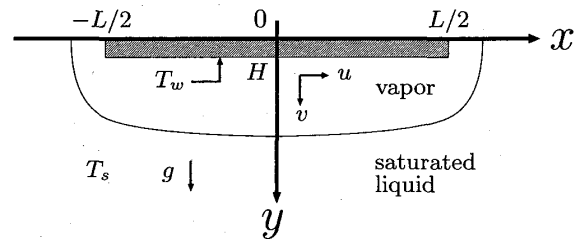


Fig. 1 Physical model and coordinate system

2.2 基礎方程式

格子セル内部で相変化によって単位体積、単位時間当りに減少する液体体積を Ω とし液体の体積率を F とすると相変化を考慮したVOF方程式は次のようになる。⁽²¹⁾

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (F\mathbf{u}) + \Omega = 0 \quad (1)$$

Ω, F は以下のように解釈される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega > 0 \cdots \text{蒸発} \\ \Omega < 0 \cdots \text{凝縮} \\ \Omega = 0 \cdots \text{相変化なし} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} F = 0 \cdots \text{気相} \\ 0 < F < 1 \cdots \text{界面が存在} \\ F = 1 \cdots \text{液相} \end{array} \right.$$

連続の式、運動方程式、エネルギー式はそれぞれ以下のようになる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sv} \quad (3)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_{ph} \quad (4)$$

式(3)中の \mathbf{F}_{sv} は表面張力項で、体積力として考慮されており、式(4)で q_{ph} は蒸発等で使用される熱量である。密度 ρ 、比熱 c_p 、粘性係数 μ 、熱伝導率 λ は F を導入して以下のように平均化する。

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_l F + \rho_v (1 - F) \\ \rho c_p &= \rho_l c_{pl} F + \rho_v c_{pv} (1 - F) \\ \frac{1}{\mu} &= \frac{F}{\mu_l} + \frac{1-F}{\mu_v}, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{F}{\lambda_l} + \frac{1-F}{\lambda_v} \end{aligned} \quad (5)$$

式(3)の運動方程式の圧力を次のように表現する。

$$p = p_o + p' \quad (6)$$

p_o は系全体が静止状態のときの圧力で、 p' は p_o からの時間変動分である。静止状態における液相に対して

$$-\nabla p_o + \rho_l \mathbf{g} = 0 \quad (7)$$

が成り立つので、式(6)、式(7)を式(3)に代入すると次式が得られる。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p' + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] - (\rho_l - \rho) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sv} \quad (8)$$

2.3 境界条件

Fig.2に計算領域と図中の(A)~(E)における境界条件は以下のように設定した。

$$\begin{aligned} (A) \quad u &= \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} = 0 & (x=0, H \leq y \leq y_N) \\ (B) \quad u &= v = \frac{\partial T}{\partial x} = F = 0 & (x=L/2, 0 \leq y \leq H) \\ (C) \quad \frac{\partial u}{\partial x} &= v = 0, F = 1, T = T_s & (x=x_M, 0 \leq y \leq y_N) \\ (D) \quad u &= v = F = 0, T = T_w & (0 \leq x \leq L/2, y=H) \\ (E) \quad u &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0, v \leq 0 & (L/2 \leq x \leq x_M, y=0) \\ (F) \quad u &= \frac{\partial v}{\partial y} = 0, F = 1, T = T_s & (0 \leq x \leq x_M, y=y_N) \end{aligned}$$

速度境界条件について、(A)は y 軸で滑り条件、(B)と(D)は滑りなし条件、(C)、(E)および(F)は圧力一定の自由流入出条件とする。ただし、(E)では気液両相共に上向きに運動すると仮定した。

温度境界条件について、液相および格子セル内部が界面を含む場合は飽和温度(T_s)とする。(A)は y 軸で、(B)は壁面で x 方向に対称、(D)は等温加熱面(T_w)、(C)と(F)は飽和温度とする。

VOF関数 F に関する境界条件は(A)は y 軸で x 方向に対称、(C)と(F)は液相である($F=1$)とする。(B)、(D)および(E)については、数値計算を行うに当たって、初期条件として蒸気膜の領域を与えることと端部($x=L/2$)における x 方向の膜厚の設定が必要になるため詳細は後述する。

その他、伝熱面の長さ(L)や厚さ(H)、計算領域の大きさ(x_M, y_N)についても後述する。

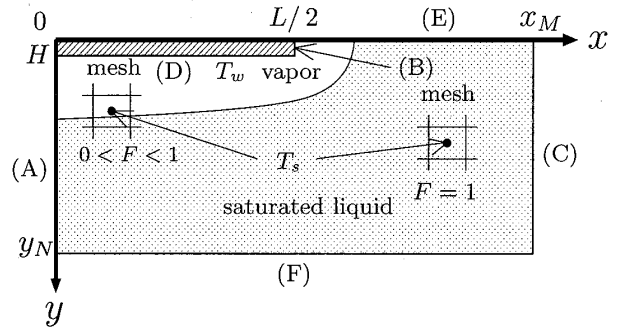


Fig. 2 Computation domain and boundary conditions

2.4 熱伝達率

下向き水平加熱面(面(D))の任意の位置での局所(h_x)および平均熱伝達率(\bar{h})は次のように定義される。

$$h_x = \frac{q_x}{\Delta T} = -\frac{\lambda_v}{\Delta T} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=H} \quad (9)$$

$$\bar{h} = \frac{2}{L} \int_0^{L/2} h_x dx \quad (10)$$

2.5 圧縮性

気相と液相の密度差が大きく界面で相変化が起こる場合、数値解析法として気相と液相の圧縮性を考慮する必要がある。LC法⁽²²⁾は気泡圧壊で生じる圧力波などの解析に必要な圧縮性を考慮した数値解析手法であり、この手法を膜沸騰の解析に試みる。式(6)と同様にして密度についても以下の式を用いる。

$$\rho_k = \rho_{ko} + \rho'_k \quad (k=v, l) \quad (11)$$

ρ_{ko} は式(6)の p_o に対応する密度であり、 ρ'_k は ρ_{ko} からの時間変動分である。等エントロピ変化を仮定して音

速を c_k とすれば, p' と ρ'_k には次のような関係が得られる.⁽²³⁾

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_{ko}} \right) \rho'_k = c_k^2 \rho'_k \quad (k = v, l) \quad (12)$$

$|u| \ll c_k$ の場合, 連続の式(2)は気相, 液相について式(12)より次のようになる.⁽²³⁾

$$\frac{1}{\rho_k c_k^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (k = v, l) \quad (13)$$

$0 < F < 1$ の場合, 式(2)の各項は式(5), 式(11)より

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho'_l}{\partial t} F + \frac{\partial \rho'_v}{\partial t} (1 - F) + (\rho_l - \rho_v) \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= (\rho_{lo} - \rho_{vo}) \nabla \cdot (F \mathbf{u}) + \rho_{vo} \nabla \cdot \mathbf{u} \\ &\quad + \nabla \cdot (\rho'_l - \rho'_v) (F \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho'_v \mathbf{u}) \end{aligned}$$

$\rho_k \simeq \rho_{ko}$ なので, 二次の微小量を無視すると(p' , ρ'_k , \mathbf{u} は一次の微小量)式(2)は次のようになる.

$$\frac{1}{\rho_v c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} - \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right) \Omega = 0 \quad (14)$$

c_l は以下のように表される.

$$\frac{1}{c^2} = \frac{F}{c_l^2} + \frac{1-F}{c_v^2} \quad (15)$$

式(13), 式(14)はまとめて次のように表すことができる.

$$\frac{1}{\rho_k c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} - \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right) \Omega = 0 \quad (16)$$

ここで,

- $F = 0$: $\rho_k = \rho_v$, $\Omega = 0$, $c = c_v$
- $0 < F < 1$: $\rho_k = \rho_v$
- $F = 1$: $\rho_k = \rho_l$, $\Omega = 0$, $c = c_l$

2.6 相変化の計算方法

Fig.3のように微小体積 ΔV を定義し, その内部の界面の表面積を ΔA とすると相変化量 Ω は以下の手順で求まる.⁽²¹⁾⁽²⁴⁾ 界面での質量流束を \dot{m} とすると, ΔV 内部でのエネルギー式は次のように表される.⁽²⁵⁾

$$\dot{m} l = (\mathbf{q}_l - \mathbf{q}_v) \cdot \mathbf{n}_i \quad (17)$$

\mathbf{n}_i は単位法線ベクトルであり界面から液相へ向く方向を正とする. 飽和液では $\mathbf{q}_l \cdot \mathbf{n}_i = 0$ であるから

$$\dot{m} l = -\mathbf{q}_v \cdot \mathbf{n}_i \quad (18)$$

単位時間, 単位体積当りの蒸発量を \dot{m}_{ev} とすると

$$\dot{m}_{ev} = \rho_l \Omega \quad (19)$$

\dot{m} と \dot{m}_{ev} , Ω との関係は膜沸騰が起こっている状況では, $\mathbf{q}_v \cdot \mathbf{n}_i \geq 0$ で $\Omega \geq 0$ と考えられるので次式で与えられる.

$$\dot{m}_{ev} \Delta V = \rho_l \Omega \Delta V = -\dot{m} \Delta A \quad (20)$$

従って, Ω は式(18)~式(20)より次の式で求められる.

$$\Omega = \frac{1}{\rho_l l} (\mathbf{q}_v \cdot \mathbf{n}_i) \frac{\Delta A}{\Delta V} \quad (21)$$

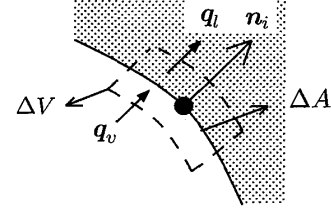


Fig. 3 Heat flux across the interface and control volume ΔV for Ω

SOLA-VOF法⁽¹¹⁾での気液界面の形状計算について, 界面の取り扱いは x 軸に平行となるか y 軸に平行となる. 即ち, Fig.4に示すように界面形状は格子セル内部の着色部分のように表される. Fig.4(a)は界面の単位法線ベクトル \mathbf{n}_i が x 方向に平行である場合, Fig.4(b)は y 方向に平行である場合を示している. 式(21)の Ω の決定には以下の式が用いられる.

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x_i} & \text{(Fig.4(a))} \\ \frac{1}{\Delta y_j} & \text{(Fig.4(b))} \end{cases} \quad (22)$$

$$\mathbf{q}_v \cdot \mathbf{n}_i = \begin{cases} -\lambda_v \frac{T_s - T_x}{\delta x} & \text{(Fig.4(a))} \\ -\lambda_v \frac{T_s - T_y}{\delta y} & \text{(Fig.4(b))} \end{cases} \quad (23)$$

Fig.4より T_x は $T_{i-2,j}, T_{i-1,j}, T_{i,j}$ の3点, T_y は $T_{i,j-2}, T_{i,j-1}, T_{i,j}$ の3点をラグランジュの補間多項式⁽²⁶⁾を利用して求めると次のようになる.

$$T_x = a_{i-2} T_{i-2,j} + a_{i-1} T_{i-1,j} + a_i T_{i,j} \quad (24)$$

$$a_{i-2} = \frac{x_1 x_2}{\Delta x_{i-2}^u (\Delta x_{i-2}^u + \Delta x_{i-1}^u)}$$

$$a_{i-1} = \frac{-x_0 x_2}{\Delta x_{i-2}^u \Delta x_{i-1}^u}$$

$$a_i = \frac{x_0 x_1}{(\Delta x_{i-2}^u + \Delta x_{i-1}^u) \Delta x_{i-1}^u}$$

$$x_0 = \Delta x_{i-2}^u + \Delta x_{i-1}^u + (0.5 - F_{i,j}) \Delta x_i - \delta x$$

$$x_1 = \Delta x_{i-1}^u + (0.5 - F_{i,j}) \Delta x_i - \delta x$$

$$x_2 = (0.5 - F_{i,j}) \Delta x_i - \delta x$$

$$T_y = b_{j-2}T_{i,j-2} + b_{j-1}T_{i,j-1} + b_jT_{i,j} \quad (25)$$

$$b_{j-2} = \frac{y_1 y_2}{\Delta y_{j-2}^v (\Delta y_{j-2}^v + \Delta y_{j-1}^v)}$$

$$b_{j-1} = \frac{-y_0 y_2}{\Delta y_{j-2}^v \Delta y_{j-1}^v}$$

$$b_j = \frac{y_0 y_1}{(\Delta y_{j-2}^v + \Delta y_{j-1}^v) \Delta y_{j-1}^v}$$

$$y_0 = \Delta y_{j-2}^v + \Delta y_{j-1}^v + (0.5 - F_{i,j}) \Delta y_j - \delta y$$

$$y_1 = \Delta y_{j-1}^v + (0.5 - F_{i,j}) \Delta y_j - \delta y$$

$$y_2 = (0.5 - F_{i,j}) \Delta y_j - \delta y$$

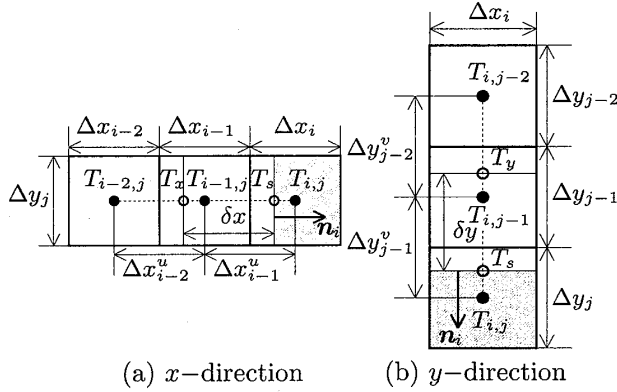


Fig. 4 Definition of interface shapes

2.7 表面張力項の計算

表面張力項 \mathbf{F}_{sv} の計算はCSFモデル⁽²⁷⁾を用いて行う。このモデルによって界面における表面力である表面張力を体積力に変換できるため運動方程式に表面張力項として加えることができ、流れ場に及ぼす影響を考慮することができる。CSFモデル⁽²⁷⁾では、2種類の流体が接する界面を幅 h の遷移領域として連続関数 $\tilde{C}(\mathbf{x})$ で界面を近似する。そして、その連続関数 $\tilde{C}(\mathbf{x})$ を利用して体積力 \mathbf{F}_{sv} は次のように表される。

$$\mathbf{F}_{sv} = \sigma \kappa(\mathbf{x}) \frac{\nabla \tilde{C}(\mathbf{x})}{|\tilde{C}|} g(\mathbf{x}) \quad (26)$$

ここで

$$\tilde{C}(\mathbf{x}) = \begin{cases} C_1 & \text{流体1} \\ C_1 < \tilde{C} < C_2 & \text{界面} \\ C_2 & \text{流体2} \end{cases} \quad (27)$$

$$g(\mathbf{x}) = \frac{\tilde{C}(\mathbf{x})}{\langle C \rangle}, \quad \langle C \rangle = \frac{C_1 + C_2}{2} \quad (28)$$

$g(\mathbf{x})$ は、規格化関数であり、 $h \rightarrow 0$ の極限で積分値が変化しないようにして導入されたものである。

本研究ではRIPPLEコード⁽²⁸⁾と同じように連続関数 \tilde{C} をVOF関数 F として設定することによって式(27)～式(28)は以下のようにになる。

$$\tilde{C}(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) = \begin{cases} F = 0 & \text{気相} \\ 0 < F < 1 & \text{界面} \\ F = 1 & \text{液相} \end{cases} \quad (29)$$

$$g(\mathbf{x}) = 2F \quad (30)$$

従って、体積力 \mathbf{F}_{sv} は以下の式となる。

$$\mathbf{F}_{sv} = 2\sigma\kappa F \nabla F \quad (31)$$

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{|\mathbf{n}|} \left[\left(\frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \cdot \nabla \right) |\mathbf{n}| - (\nabla \cdot \mathbf{n}) \right] \quad (32)$$

$$\mathbf{n} = \nabla F \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \quad (34)$$

ここで \mathbf{n} は界面の法線ベクトル、 $\hat{\mathbf{n}}$ は単位法線ベクトルである。

2.8 数値計算手法

速度場、圧力場の計算はSOLA-VOF法⁽¹¹⁾に従って行われ、空間差分にはスタッガードメッシュを用いた差分法、対流項には1次風上差分を用い、温度場の計算は陽解法で行う。圧力場の計算で行われる圧力補正はLC法⁽²²⁾に従って行われる。時間を上添字 n で表し、時間 n では速度などの値は既知、時間 $n + 1$ では未知であるとすれば、式(16)、式(8)は次のように離散化される。

$$\frac{p'^{n+1} - p'^n}{(\rho_k c^2)^n \Delta t} + \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} - \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1 \right) \Omega^n = 0 \quad (35)$$

$$\rho^n \left(\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n \right) \quad (36)$$

$$= -\nabla p'^{n+1} + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}]^n - (\rho_l - \rho^n) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sv}^n$$

p'^{n+1} と \mathbf{u}^{n+1} は未知数であり、相変化を考慮したLC法を含むSOLA-VOF法では式(35)を満足するように p'^{n+1} と \mathbf{u}^{n+1} を求める。

初めに速度の予測値 $\tilde{\mathbf{u}}$ を時間 n における値を用いて式(8)より次の式で求める。

$$\rho^n \left(\frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n \right) \quad (37)$$

$$= -\nabla p'^n + [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}]^n - (\rho_l - \rho^n) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sv}^n$$

予測値 $\tilde{\mathbf{u}}$ は解に近い値であると考えられるが、 $\tilde{\mathbf{u}}$ を \mathbf{u}^{n+1} としても式(35)を満足しないので予測値 $\tilde{\mathbf{u}}$ から

の補正量が必要がある。式(35)で生じる残差を D とすると圧力が変化すれば速度場も変化するので、速度の発散も変化する。従って、 D は圧力の関数であると考えられるので $D \leq \epsilon$ となるように p'^{n+1} を求めればよい。反復回数を m として、Newton-Raphson法を用いて圧力補正值 $\delta p'$ は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} m^{+1}p'^{n+1} &= m p'^{n+1} + \delta p' \\ &= m p'^{n+1} - \frac{m D^{n+1}}{\left(\frac{\partial D}{\partial p'}\right)^{n+1}} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} m D^{n+1} &= \frac{m p'^{n+1} - p'^n}{(\rho_k c^2)^n \Delta t} \\ &+ m (\nabla \cdot \mathbf{u})^{n+1} - \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} - 1\right) \Omega^n \end{aligned} \quad (39)$$

$$m \left(\frac{\partial D}{\partial p'}\right)^{n+1} = \frac{1}{(\rho_k c^2)^n \Delta t} + m \left[\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial p'}\right]^{n+1} \quad (40)$$

式(40)の右辺第2項は非圧縮性流体の場合の値であり、右辺第1項の密度 ρ_k と音速 c の取り扱いが従来のLC法と異なる。式(40)の右辺第2項の具体的な式は後述する。

速度場の補正值 $\delta \mathbf{u}$ は次のように書く。

$$m^{+1} \mathbf{u}^{n+1} = m \mathbf{u}^{n+1} + \delta \mathbf{u} \quad (41)$$

$\delta \mathbf{u}$ は次のようにして求める。式(36)、式(37)から

$$\mathbf{u}^{n+1} - \tilde{\mathbf{u}} = -\frac{\Delta t}{\rho^n} \nabla (p'^{n+1} - p'^n) \quad (42)$$

$m p'^{n+1}$ 、 $m^{+1} p'^{n+1}$ を p'^{n+1} に代入して、 \mathbf{u}^{n+1} はそれぞれ $m \mathbf{u}^{n+1}$ 、 $m^{+1} \mathbf{u}^{n+1}$ になるとすれば、得られた2つの式の差をとれば次のように $\delta \mathbf{u}$ が得られる

$$\delta \mathbf{u} = -\frac{\Delta t}{\rho^n} \nabla \delta p' \quad (43)$$

式(35)を満足すべき速度の補正值はFig.5の格子セル(図の斜線部分)内部の圧力変化 $\delta p'$ に対して式(43)より以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} \delta u_i &= \frac{\Delta t}{\rho^n |x_i \Delta x_i^u} \delta p' \\ \delta u_{i-1} &= -\frac{\Delta t}{\rho^n |x_{i-1} \Delta x_{i-1}^u} \delta p' \\ \delta v_j &= \frac{\Delta t}{\rho^n |y_j \Delta y_j^v} \delta p' \\ \delta v_{j-1} &= -\frac{\Delta t}{\rho^n |y_{j-1} \Delta y_{j-1}^v} \delta p' \end{aligned} \quad (44)$$

式(40)の右辺第2項について式(43)の発散をとると

$$\nabla \cdot \delta \mathbf{u} = -\Delta t \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \delta p'}{\rho^n}\right) \quad (45)$$

よって

$$\begin{aligned} m \left[\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial p'}\right]^{n+1} &\simeq \frac{\nabla \cdot \delta \mathbf{u}}{\delta p'} \\ \nabla \cdot \delta \mathbf{u} &\simeq \frac{\delta u_i - \delta u_{i-1}}{\Delta x_i} + \frac{\delta v_j - \delta v_{j-1}}{\Delta y_j} \end{aligned}$$

と近似できるので式(40)の右辺第2項は式(44)、式(45)よりFig.5も参考にして以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} m \left[\frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial p'}\right]^{n+1} &= \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(\frac{1}{\rho^n |x_i \Delta x_i^u} + \frac{1}{\rho^n |x_{i-1} \Delta x_{i-1}^u}\right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta y_j} \left(\frac{1}{\rho^n |y_j \Delta y_j^v} + \frac{1}{\rho^n |y_{j-1} \Delta y_{j-1}^v}\right) \end{aligned} \quad (46)$$

式(44)、式(46)中で $\rho^n |x_i$ はFig.5を参考にVOF関数 F (定義位置は圧力 P と同じ)を用いて次のように近似する。

$$\rho_{i,j}^n = \rho_l F_{i,j}^n + \rho_v (1 - F_{i,j}^n) \quad (47)$$

$$\rho_{i+1,j}^n = \rho_l F_{i+1,j}^n + \rho_v (1 - F_{i+1,j}^n) \quad (48)$$

$$\rho^n |x_i = \frac{\rho_{i,j}^n \delta x_{i+1} + \rho_{i+1,j}^n \delta x_i}{\delta x_i + \delta x_{i+1}} \quad (49)$$

$\rho^n |x_{i-1}$ 、 $\rho^n |y_j$ 、 $\rho^n |y_{j-1}$ についても同様にすればよいので式は省略する。

温度場は陽解法で求めるので、式(4)を次のように離散化する。

$$\begin{aligned} (\rho_v c_{pv})^n \left(\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} + \mathbf{u}^n \cdot \nabla T^n\right) &= \nabla \cdot (\lambda^n \nabla T^n) + q_{ph}^{n+1} \end{aligned} \quad (50)$$

相変化を考慮したVOF方程式(1)は以下ののように2段階に分けて離散化する。

$$\frac{F^* - F^n}{\Delta t} + \nabla \cdot (F^n \mathbf{u}^{n+1}) = 0 \quad (51)$$

$$\frac{F^{n+1} - F^*}{\Delta t} + \Omega^n = 0 \quad (52)$$

ここで F^* は中間値を表す。式(51)よりDonor-Acceptor法を用いて F^* を求めた後で、式(52)より相変化量 Ω^n を用いて計算を行い F^{n+1} を求める。計算手順の概略を以下に示す。

1. 式(31)～式(34)より表面張力項 F_{sv}^n を求める。
2. 式(37)より速度の予測値 $\tilde{\mathbf{u}}$ を求める。

3. ${}^0p^{n+1} = p^n, {}^0u^{n+1} = \tilde{u}$ として式(38)~式(40)、式(46)より圧力補正值、式(44)より速度補正值を求め、式(38)で $D \leq \epsilon$ となるまで計算を繰り返し u^{n+1}, p^{n+1} を求める
4. 式(21)~式(25)より相変化量 Ω を求める。
5. 式(50)で温度場の計算を行う。ただし、格子セルが液相、または界面を含む場合はセルの温度を飽和温度 (T_s) とする。
6. 式(51)、式(52)より F^{n+1} を求める。
7. 1に戻って所定の時間まで計算を繰り返す。

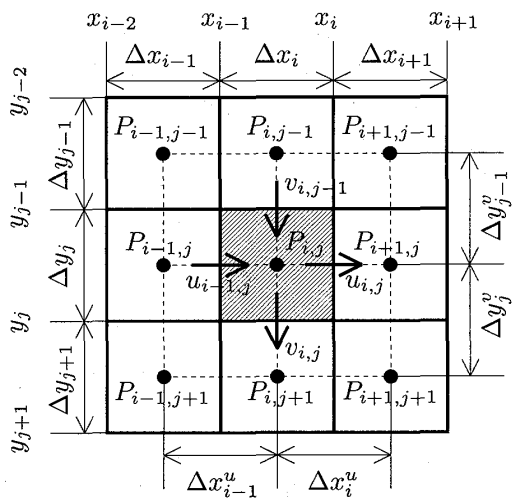


Fig. 5 Staggered mesh

3 水平下向き面まわりの膜沸騰への本手法の適用

3.1 計算領域と蒸気膜の設定

前章で述べた数値解析手法を用いて大気圧下における下向き加熱水平面まわりの数値解析を行った。Fig.6に計算領域と初期条件の設定を示す。伝熱面の半幅 $L/2$ は30(mm)、厚さ H は0.1(mm)、計算領域は伝熱面を除いた x 方向40(mm) \times y 方向10.1(mm)とした。計算格子セルはFig.7に示すような不等間隔格子を用いており格子セル数は 60×31 で伝熱面付近で格子幅を小さくしている。最小サイズは $\Delta x = \Delta y = 0.1$ (mm)、最大サイズは $\Delta x = \Delta y = 1$ (mm)とした。

蒸気膜の厚さは前述したように初期条件として与える。Fig.6より $\delta_{v0} = 0.5$ (mm)、 $\delta_{h0} = 0.2$ (mm)、また、初期温度は飽和温度 T_s とした。

次に、下向き面まわりの膜沸騰数値解析において端部で蒸気を上昇流出させるため、Fig.6に示しているように δ_e の大きさは仮想セルに境界条件として与えた。それと関連して、Fig.2の(E)のVOF関数 F の境界条件について δ_e の部分は $F = 0$ であるが、それ以外で

は $\partial F / \partial y = 0$ とする。また、仮想セル直下の界面セルではFig.4(a)に示すように界面の形状は y 軸方向に平行になるとした。

Fig.6中の一点鎖線で表している蒸気膜の加熱面端部での厚さ δ_h は、茂地・山田⁽²⁹⁾のプロファイル法による解析(気液界面で滑りがない場合)を参照すると $\Delta T = 400$ (K)で $\delta_h = 0.18$ (mm)となる。(文献(29)の式(95)参照) 西尾ら⁽⁶⁾の解析では、 $\delta_h = 0.15$ (mm)となるが、本研究とは異なり円板が対象である。(文献(6)の式(4)参照、 $\delta_h = \sqrt{s - D/2}$ とした) これらの研究では定常状態が想定され、蒸気膜の形状は一定である。しかし西尾ら⁽⁶⁾の実験にも見られるように気液界面は波状になることもあるため、そのことを考慮して δ_e を大きくとり $\delta_e = 0.5$ (mm)として解析する。

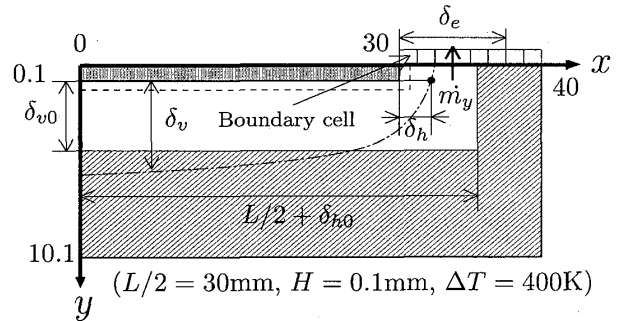


Fig. 6 Size of computation domain and initial vapor configuration

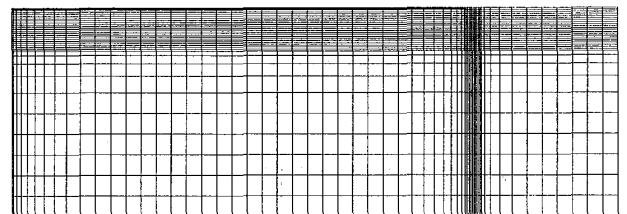


Fig. 7 Schematic of mesh

3.2 数値計算の安定化対策

SOLA-VOF法⁽¹¹⁾による数値計算で圧力補正の反復回数を必要最低限に留めるため次に述べる対策を施した。

まず蒸気膜について、Fig.6の点線で示すように壁面の隣のセル ($\Delta x = \Delta y = 0.1$ (mm)) は常に蒸気 ($F = 0$) となるようにした。これは、界面が壁面の隣のセルに存在する場合、相変化の計算ができなくなることや、速度場の計算をするときに液相の密度の影響が大きくなるのを防ぐためである。

次に、Fig.8のように液相セル ($F = 1$) に囲まれて孤立している界面セル ($0 < F < 1$) が計算の途中で生じた場合、その格子セルを液相 ($F = 1$) として計算した。これは、気相部分が移流しにくくなり、その場に留まる可能性があるため、式(16)から考えると音速 c

が変化して圧力場、流れ場への影響が考えられるためである。

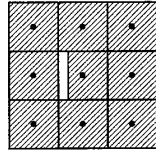


Fig. 8 Example of isolated surface cell ($0 < F < 1$)

3.3 数値解析結果

上述の設定に基づき、計算は過熱度 $\Delta T=400,600,800$ (K)の場合について行い、時間刻み $\Delta t = 1.0 \times 10^{-6}$ (s)とし、 $t = 2$ (s)までの過渡応答を求めた。気液相の物性値は大気圧における飽和状態の値を用いた。

Fig.6に示すように伝熱面端部における y 方向の蒸気流量を \dot{m}_y 、及び気液界面からの総蒸発量を G_{ev} としてFig.9を参考にして次のようにして求める。これらの過渡応答の比較検討を行い速度分布や膜形状の変化等について検討する。

$$\dot{m}_y = \sum_i \rho_v |v_i| (1 - F_0) \Delta x_i \quad (53)$$

$$G_{ev} = \sum_{i,j} \rho_l \Omega_{i,j} \Delta x_i \Delta y_j \quad (54)$$

F_0 は速度 v_i の定義位置における値でありFig.9に示すようにその位置の両隣にある格子セルの値(F^- , F^+)を用いて直線近似した値とする。

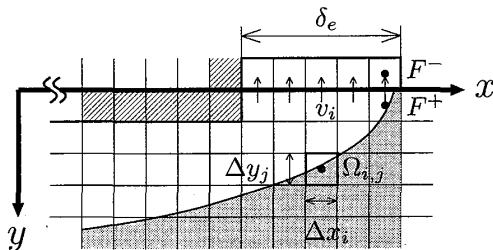


Fig. 9 Vertical vapor flow at the edge

Fig.10(a)~(c)は \dot{m}_y と G_{ev} の過渡応答、Fig.11は平均熱伝達係数(式(10))の過渡応答を示したものである。過熱度 ΔT に関係なく時間経過と共にほぼ一定の値になるが、 ΔT が800(K)の場合は振動時間が長くなっている。平均的に見て、過熱度の上昇と共に \dot{m}_y と G_{ev} は増加しており、 \dot{m}_y と G_{ev} の変化を観察すると \dot{m}_y の変化に少し遅れて G_{ev} が同様な変化をしており、平均熱伝達率 \bar{h} は G_{ev} と同じ挙動を示していることが分かる。Fig.10中には茂地・山田⁽²⁹⁾の定常状態におけるプロフィル法による垂直面の下端部の蒸気流量も併せて示しており、本研究で得られた \dot{m}_y の平均値は茂地・山田⁽²⁹⁾の解の60~70%程度である。

Fig.12は過熱度 ΔT が800(K)で $t = 2.0$ (s)のときの速度ベクトルと蒸気膜の形状を重ね合わせて表示したものであり、Fig.13は気液界面での蒸発量の分布を示したものである。気相の流れは加熱面中心(y 軸)から端部へ流れ、端部から上昇流出しており、蒸気膜の厚さ δ_e は中心部で1.05(mm)、端部で0.14(mm)であり中心部で厚く端部に向かって薄くなる。そのためFig.13から分かるように端部に近づく程 $\Omega_{i,j}$ が大きくなっているが、これは、式(21)より温度勾配が大きくなるためである。液相の流れは微弱であるためFig.12からは見にくいだが、端部付近では蒸気流に沿って流れているが、加熱面下では中心部(y 軸)へ流れ、気液界面を境界として気相となるか、流れが下降している。そして、上述の気相と液相の流れの特徴は過熱度 ΔT による違いはなく、 $\Delta T = 400,600$ (K)でも同じ傾向である。

Fig.14はFig.11中に示した点A、Bにおける蒸気膜形状とその変化の1例を示したものである。なお、Fig.12~Fig.14は y 方向を拡大している。 $\Delta T = 800$ (K)の場合、 $t=0 \sim 1.6$ (s)くらいまで \dot{m}_y 、 G_{ev} 、 \bar{h} は振動し、Fig.10、Fig.11を見比べるとFig.11の点Aへと向かう過程では $\dot{m}_y > G_{ev}$ 、Fig.11の点Bへと向かう過程では $\dot{m}_y < G_{ev}$ となり、Fig.14から分かるようにFig.11の点Aにおける蒸気膜はFig.11の点Bと比べて薄くなる。

Fig.15は $t = 2$ (s)における平均熱伝達率(\bar{h})の値を用いて計算した Nu 数と、西尾ら⁽⁶⁾の円板に対する実験から定められた伝熱整理式を修正した式と比較したものである。Shigechi⁽¹⁰⁾によると円板の平均熱伝達率は平板のそれよりも1.27倍高いため、西尾ら⁽⁶⁾の伝熱整理式の係数を1.27で除した次の式で比較する。

$$Nu = 0.8(GrPr_v K/Sp)^{\frac{1}{3}} \quad (55)$$

式(55)中の無次元数は全て西尾ら⁽⁶⁾の定義に従うが、 Nu 、 Gr の代表長さの定義は幅 L にとる。本研究の数値解は式(55)と比較するとやや低めに出ているが、いずれも式(55)の90%以上の値を示しているので、本手法による伝熱解析は概ね妥当なものであると考えられる。

4 結論

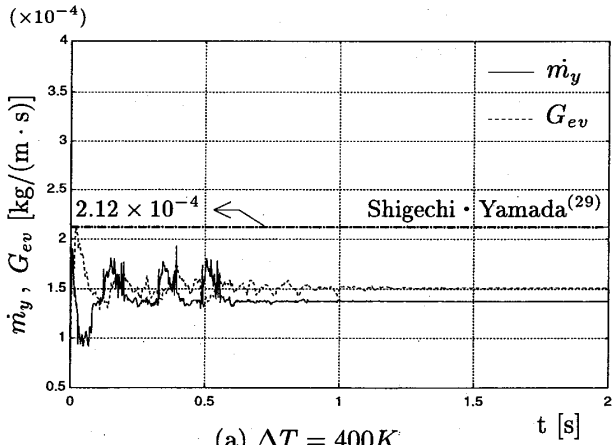
水平下向き加熱面まわりの膜沸騰の数値解析を行うために、界面追跡法に圧縮性を考慮したLC法⁽²²⁾を含むSOLA-VOF法⁽¹¹⁾を、相変化を考慮した手法に改良した。

δ_e をパラメータとした本解析手法を水平下向き加熱面まわりから飽和水への膜沸騰数値解析に適用した。その結果、 $\delta_e = 0.5$ (mm)に設定したとき、過熱度に関係なく時間経過と共に蒸気膜は安定し、それに伴い

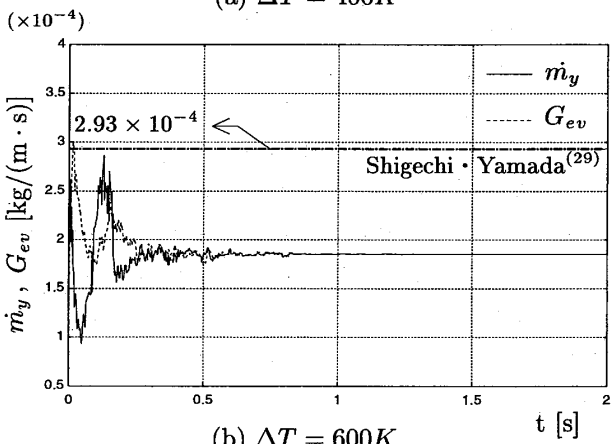
蒸気流量(\dot{m}_v)、蒸発量(G_{ev})、熱伝達係数(\bar{h})も安定する。 Nu 数は、西尾ら⁽⁶⁾の整理式を平板用に修正した整理式(式(55))と比較したが、10%以内の誤差であり、本解析の妥当性を示す結果を得た。

参考文献

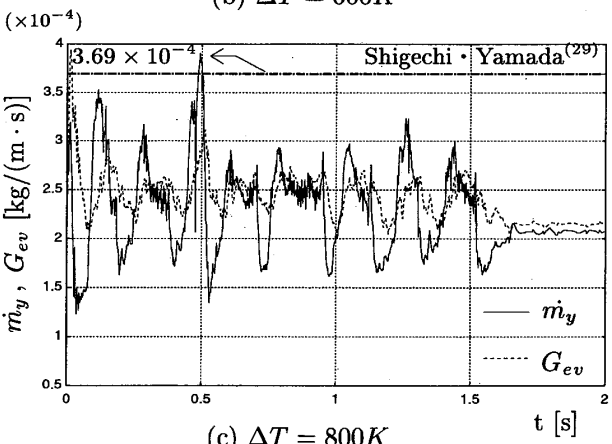
- (1) 日本機械学会編, 沸騰熱伝達と冷却, (1989), 日本工業出版
- (2) S.Ishigai et al., Proc. Int. Develop. Heat Transfer Conf., ASME, Paper **26**(1961), 224-229
- (3) N.Seki, S.Fukusako, K.Torikoshi, Trans. ASME, J. Heat Transfer, **100**(1978), 624-628
- (4) D.S.Jung, J.E.S.Venart, A.C.M.Sousa, Int. J. Heat Mass Transfer, **30**(1987), 2627-2639
- (5) R.F.Barron, A.R.Dergham, Adv. Cryogen. Eng., **33**(1987), 355-362
- (6) 西尾・ほか2名, 機論, **57**-536, B(1991), 1359-1364
- (7) Z.Guo, M.S.El-Genk, Int. J. Heat Mass Transfer, **35**(1992), 2109-2117
- (8) M.M.Farahat, E.E.Madbouly, Int. J. Heat Mass Transfer, **20**(1977), 269-277
- (9) 茂地・ほか3名, 機論, **54**-503, B(1988), 1808-1813
- (10) T.Shigechi et al., JSME Int. J., II, **32**-4(1989), 646-651
- (11) B.D.Nichols, C.W.Hirt, R.S.Hotchkiss, LA-8355, Los Alamos Scientific Laboratory (1980)
- (12) 功刀, 機論, **63**-609, B(1997), 1576-1584
- (13) S.Osher, R.P.Fedkiw, J. Comput. Phys., **169**(2001), 463-502
- (14) T.Yabe, F.Xiao, T.Utsumi, J. Comput. Phys., **169**(2001), 556-593
- (15) G.Tryggvason et al., J. Comput. Phys., **169**(2001), 708-759
- (16) G.Son, V.K.Dhir, Trans. ASME, J. Heat Transfer, **119**(1997), 525-533
- (17) G.Son, V.K.Dhir, Trans. ASME, J. Heat Transfer, **120**(1998), 183-192
- (18) D.Juric, G.Tryggvason, Int. J. Multiphase Flow, **24**(1998), 387-410
- (19) D.Banerjee, V.K.Dhir, Trans. ASME, J. Heat Transfer, **123**(2001), 271-284
- (20) F.B.-Tehrani, S.Zaman, Int. J. Heat Fluid Flow, **23**(2002), 308-316
- (21) 白川・ほか4名, 機論, **66**-649, B(2000), 2405-2412
- (22) C.W.Hirt, B.D.Nichols, J. Comput. Phys., **34**(1980), 390-400
- (23) ランダウ・リフシッツ, 流体力学2, (1971), 281-285, 東京図書
- (24) M.G.Wohak, H.Beer, Num. Heat Transfer, A, **33**(1998), 561-582
- (25) V.P.Carey, Liquid-Vapor Phase-Change Phenomena, (1992), 85-90, Hemisphere
- (26) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, (1988), 15-16, コロナ社
- (27) J.U.Brackbill, D.B.Kothe, C.Zemach, J. Comput. Phys., **100**(1992), 335-354
- (28) D.B.Kothe, R.C.Mjolsness, M.D.Torrey, LA-12007-MS, Los Alamos National Laboratory (1991)
- (29) 茂地・山田, 長崎大学工学部研究報告, **27**-48 (1997), 25-32



(a) $\Delta T = 400K$



(b) $\Delta T = 600K$



(c) $\Delta T = 800K$

Fig. 10 Transient responses of \dot{m}_y and G_{ev}

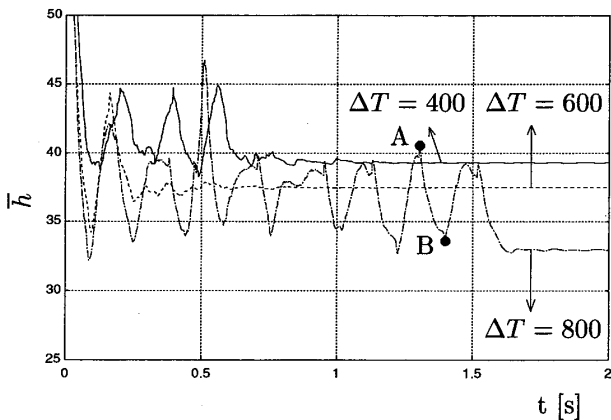


Fig. 11 Transient responses of \bar{h}

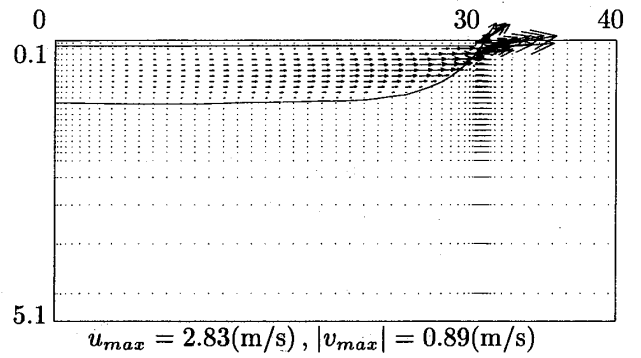


Fig. 12 Velocity vectors and vapor film configuration(contour of $F = 0.5$) at $t = 2.0(s)$, $\Delta T = 800(K)$

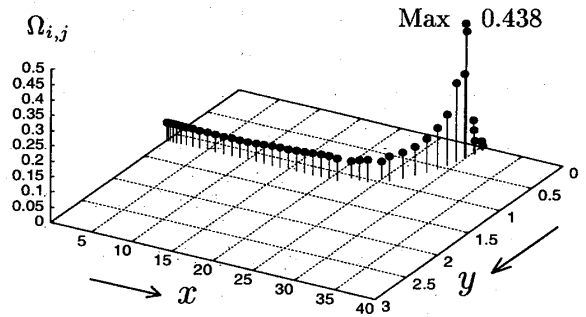


Fig. 13 Distribution of evaporation rate at the vapor-liquid interface in Fig.12

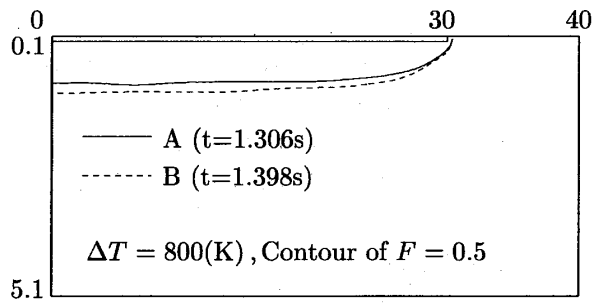


Fig. 14 Profiles of vapor film at A and B points in Fig.11

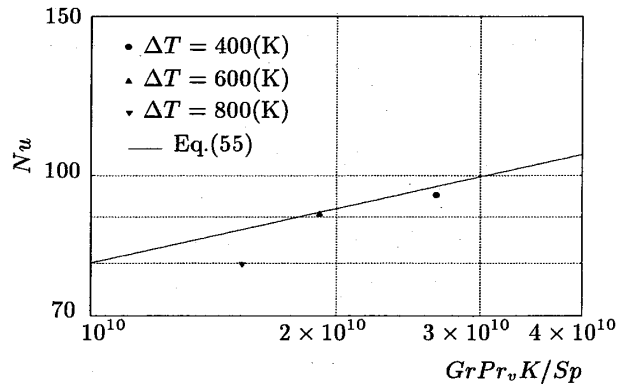


Fig. 15 Nusselt numbers