社団法人国立大学協会九州地区支部 九州地区国立大学間の連携に係る企画委員会 リポジトリ部会･編集委員会（編），
研究論文集－教育系･文系の九州地区国立大学間連携論文集－. Vol. 1, No. 1, 2008 年 3 月

複式教育の算数科授業創りにおける
「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」の活用

平岡　賢治[*]　・　宮内（吉田）香織[**]

Using a *CALMA* framework to create a *fukushiki-jugyou* (combined class of two grades) in mathematics

Kenji HIRAOKA and Kaori YOSHIDA-MIYAUCHI

1　はじめに

本研究は、独立行政法人科学技術振興機構（JST）が主催する平成 18 年度サイエンス・パートナーシップ・プロジェクト（SPP）の一環として行われた「教員研修」の取り組みに基づいている。その取り組みの中では、算数科の複式教育における“算数的活動を重視した”授業創りの講義および授業実践が行われた。より具体的には、教員研修の場で筆者らが授業創りのあり方について示すことに加え、授業者が作成した学習指導案の、教員研修の場における全員での討議後、授業者と筆者らとの間でやりとりをし修正を加え、最終的にその実践が行われた。

本稿は、複式教育における授業力の向上支援を目的とした教員研修のための授業創りにおいて「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」を活用することの有効性について検討することを目的としている。

2　サイエンス・パートナーシップ・プロジェクトの概要

2.1　<u>サイエンス・パートナーシップ・プロジェクトとは</u>

SPP は、学校等の教育現場や教育委員会等管理機関、大学・科学館等が連携を図ることにより、「科学技術、理科・数学（算数）に関する観察、実験、実習等の体験的・問題解決的な活動を中心とした学習活動や、これについての研修を行い、児童生徒の科学技術、理科・数学（算数）に対する興味・関心と知的探究心等を育成することを目的」（JST，2006）としたプロジェクトである。

JST に提案できる企画の種類として（1）講座型学習活動と（2）教員研修の 2 つがあり、

[*]　長崎大学教育学部　数理情報講座（数学教育学）
[**] 長崎大学教育学部　初等教育講座（数学教育学）

本研究で論述している企画は「教員研修」に位置づけられる。具体的には、研修名『創造性を育む授業力向上のための支援プログラムー離島における算数指導の改善を目指してー』(実施責任者：長崎大学教育学部長　橋本健夫）によって JST に提案を行い、採択され、実施した（以降、本プログラムを授業力向上支援プログラムと呼ぶ)。

実質的には、平岡賢治（長崎大学教育学部）が実施主担当者、宮内香織（長崎大学教育学部）が実施副担当者となり、授業力向上支援プログラムの企画・運営・実施を行った。さらに実際の教員研修の場には、東原宏章（当時　長崎大学教育学部附属小学校　教諭）が講師として、相浦太（長崎大学大学院教育学研究科教科教育学専攻　院生・長崎市立福田小学校教諭）と楠田和博（長崎大学大学院教育学研究科教科教育学専攻　院生）が研修補助として適宜参加した。

以下では、本授業力向上支援プログラムを企画するにあたっての背景および授業力向上支援プログラムの目的について述べる。

2.2　授業力向上支援プログラムを行うに至った背景とその目的

SPP の目的は算数・数学に対する子どもたちの興味・関心の喚起や知的探究心の育成にある。数学教育においては、算数・数学に対する子どもの知的探究心等の育成に関わるものの 1 つに「創造性の育成」が挙げられる。

創造性に関する研究として、心理学においてはギルフォードの研究が有名である（例えば Guilford（1959）など)。その一方で数学教育においては、植村（1999）が「新しい価値あるものやアイデアを創り出す能力と、それを可能にする数学的な考え方や数学的表現力、創造的思考に対する積極的な態度」と創造性を規定している。但し、学校教育に焦点化すればここでの“新しさ”とは、“児童・生徒にとって価値のある新しさ”を意味している。

このような創造性は、どこに焦点をあてるかの違いにより研究者によって捉え方が異なる（植村，1999）ため、本研究では植村（1999）による創造性の規定を参考にしながらも、さらに、子どもの創造性あるいは創造的な思考を育成するためには

> 身の回りにある事象の中から数学的なものを見出し、それらを数学的な見方・考え方から捉え、数学的に解決し（“収束的思考”)、その結果を事象に適用させ、数学的に意味ある方向に発展・統合させる（“発散的思考”）ことのできる能力・態度の育成

が重要であるという立場にたつ。これは創造性の「収束的思考」と「発散的思考」の相補的な働き（植村，1999）に関連するものである。

ところで、長崎県の教育に特有なものの 1 つに「離島教育」がある。これは原田他（2006）が指摘するように、日本全国の有人離島のうち、約 21%（55 島）が長崎県に属していることからも明らかである。このような離島教育では、利点（e.g., 子どもどうし、保護者、学校、地域住民などの相互の関係が緊密である等）がある一方で、問題点も存在する。その中でも重要と考えられる 3 点の事柄を以下（①～③）のようにまとめることができる（cf. 原田他，2006；村田他，2006；佐々他，2006)。

①　良い意味での競い合いが少ないため学習意欲が低い【→学習意欲の喚起】

これは、離島の学校では子どもの数が少ないことからくるものであると考えられる。

② 子どもの“数学的に多様な見方・考え方”を引き出したり育てたりすることが難しい【→数学的に多様な見方・考え方の育成】

これは、離島教育に関してももちろんではあるが、その中でも複式学級に特に関わってくる問題である。長崎県は 400 校の公立小学校のうち 23.3%（93 校）が複式学級を保有し（村田他，2006）、それら複式教育に特有の「わたり」と「ずらし」の工夫が課題となっている。すなわち、教師が一方の学年に「わたり」、その学年の直接指導を行っている間、他方の学年の子どもたちに対しては間接指導を行うことになる。子どもの数が少ないために限られた意見しか出ない環境にあり、なおかつ教師が直接指導を行わない場面では、ガイド学習などの“子どもどうしによる”学びあいにより、“数学的に多様な見方・考え方”を生み出す能力・態度の育成が課題となる。

③ 離島の学校における教師にとって教材研究の図書や資料の入手が容易ではない。また教師の数が少ないため、教材研究に関わる時間の確保が困難であり、教師の資質・能力向上のための教師相互の交流にも限界がある。【→教員研修の場の確保】

これは、(A)「離島教育特有の授業創りの困難さ」に関して共通の悩みをもった教師どうしが、数学教育について議論する場が設定できにくい、(B) 数学教育専門の研究者や指導主事を交えた研修の場の設定が困難である、といった離島の学校の教師の声を反映している。

これらの問題点を解決するためには、子どもの「創造性の育成」が数学教育においては重要になってくる。それは上記で示したように、「身の回りにある事象の中から数学的なものを見出し、それらを数学的な見方・考え方から捉え、数学的に解決し、その結果を事象に適用させ、数学的に意味ある方向に発展・統合させることのできる能力・態度の育成」を行うことが、“数学的に多様な見方・考え方の育成”（課題②）および“学習意欲の喚起”（課題①）につながるからである。

加えて、長期的な視野で効果的により多くの子どもの創造性を育むためには、“教師の授業力の向上”を図ることがより効果的である。これは課題③の「教員研修の場の確保」に関わる事柄である。すなわち、どのような教員研修の場を確保することに意義があるかということを議論することに他ならない。

具体的に述べると、数学的なものの見方によって日常行っている活動を多様に捉え直したり、子どもどうしでの議論を通して様々な数学的に新しい（“子どもたちにとって”新しい）アイデアやひらめきを表出させたりすることが可能となるような授業を、各教師が構成できる力を身につけることが、最終的には上記の課題①と②を解決することにつながる。

そこでまとめると、本授業力向上支援プログラムは、離島教育における問題点を解決するために「子どもの算数に関わる創造性の育成」が有効であるという立場にたち、その実現のために、以下の 3 点を目指している。

（ア）教師自身が操作的な活動をする中で、教材の幅広い見方・発展性を理解し、数学的な「方法の広がり」の面白さを実感すること

（イ）教師自身が、算数の授業創りおよび授業実践を通して多様な数学的な見方・考え方を実践的に体感し、創造的な思考を養うこと

（ウ）子どもの創造性を育む授業力を向上させること

以上の事柄は、「文化的な刺激の少なさ」（e.g., 村田他，2006）という離島教育の他の問題点をも克服することにつながる。というのも、子どもが創造性を身につけることにより、身近にあるものや当たり前に感じていたことを数学的に多様な見方・考え方や方法を通して次々に新しいものへと発展・統合させていくことができるので、子どもたち自ら「文化の創造」を体験・享受することにつながるからである。

3 「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」に基づく授業創り

3.1 算数・数学的活動の 5 段階

算数･数学科の授業創りにおいて重要な概念の 1 つに、「算数･数学的活動」が挙げられる。それは、以下に列挙している小学校・中学校・高等学校の算数・数学科の学習指導要領の各目標に一貫して用いられていることからもその重要性は明らかである。

> 数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。（文部省, 1999, p.13，下線は筆者達）

> 数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。（文部科学省、2004a，p.12，下線は筆者達）

> 数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。（文部科学省、2004b，p.9，下線は筆者達）

小学校算数科における算数的活動とは、「児童が目的意識をもって取り組む算数にかかわりのある様々な活動」（文部省，1999，p.14）を意味している。

中学校数学科における数学的活動は、生徒の情意面、すなわち、「…数学を創造し発展させる活動を通して数学を学ぶことを経験させ、その過程の中にみられる工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにする」（文部科学省、2004a，pp.14-5）ことを重視するために加えられた概念である。

このような算数的活動および中学校における数学的活動は、文部省（1999）や文部科学省（2004a）に従えば、外的活動（作業的な活動や具体物を用いた活動など、客観的に観察することが可能な活動）と内的活動（振り返って考えたり、類推したり、発展的に考えたりする思考活動）の大きく 2 つに分けて捉えられる。

高等学校における数学的活動（文部科学省、2004b，p.10）はさらにこのような考え方を包括し、「数学化」に関わる流れによって数学的活動を捉えている。すなわち、

身近な事象の数学化とそれに伴う課題設定

↓

数学的な問題解決（考察・処理）と数学的に“新しい”理論の構成

↓

身近な事象に立ち戻り、それら結果の活用・享受

という一連の流れとして数学的活動を想定している。

以上のことから、より広い意味を含みもつ高等学校の数学的活動の視点に着目し、算数・数学的活動を、以下の「算数・数学的活動の 5 段階」として暫定的に規定した（平岡・宮内（吉田），2006a）。

① 数学化の活動

具体的な場面における問題の数学化（具体的な事象を数理的に捉える）活動

② 定式化（課題の設定）の活動

具体的な事象を数学的に定式化（数学的な課題を設定）する活動。理想化・単純化・理念化ともいえる。

③ 考察・処理の活動

既習の知識や数学的な考え方を基にした数学的な考察・処理活動

④ 反省・適用・応用の活動

数学的な思考過程や数学的に得られた事柄をより一般的な場面において反省したり（振り返ったり）、適用したり、応用したりする活動

⑤ 発展・創造・文化の享受の活動

さらなる数学的な方法の広がりを導く発展的・創造的な活動、論理的体系性をもった数学文化を享受する活動

算数・数学的活動の 5 段階（平岡・宮内（吉田），2006）

この「算数・数学的活動の 5 段階」は、高等学校における数学的活動（文部科学省、2004b）だけでなく、Treffers（1987）の“具体的文脈から体系的な文脈への垂直方向”の数学的活動の捉え方やストリャール（1976）、平岡（2004）、そして日本の“問題解決型の算数・数学の授業”という特徴（平岡・宮内（吉田），2006a）をも加味して構成されている。

3.2 算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み

ヴィゴツキー・ルリア（1930/1987）に基づく構造の不変性・構造の個々の要素からの独立性（吉田，2005）という視点から、前節での一連の算数・数学的活動に 3 つの段階（Ⅰ～Ⅲ）を設定している。（図 1、図 2 参照）。なお図 1 は「授業における算数・数学的活動の螺旋的流れ」を示すものであり、図 2 は図 1 の螺旋的流れを、「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」（以降、「授業理解の枠組み」と略記する）として捉え直したものである。また図 1、図 2 における①～⑤は、上記の「算数・数学的活動の 5 段階」に対応している。

第Ⅰ、Ⅱ段階ではそれぞれ、具体的な事象、数学的な事象を対象とした算数・数学的活動が行われる。また第Ⅲ段階では、数学的な場面の中で具体的な事象を振り返ったり、より一般的な場面で学習内容を発展させたりする算数・数学的活動を行う。このように、段階Ⅰから Ⅱへ、段階ⅡからⅢへと場が高まる際には、場面・事象は異なるが、そこでの活動の対象

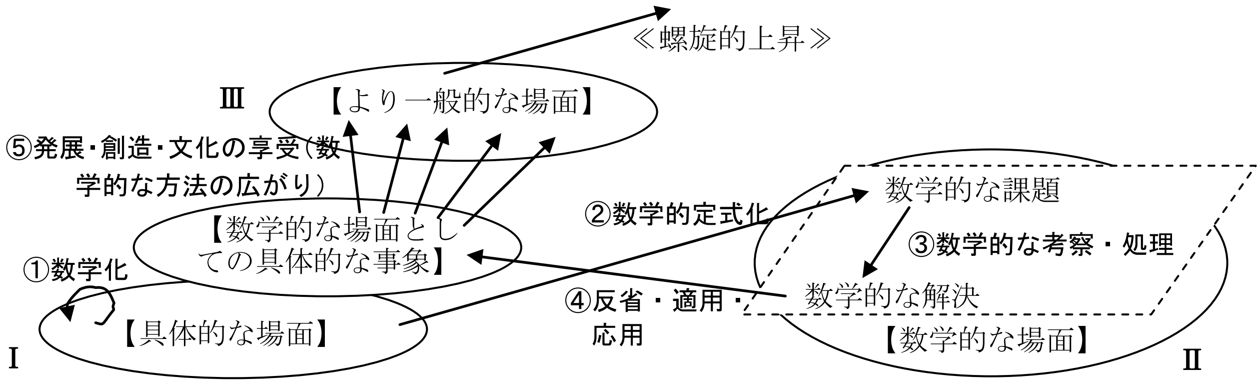


図１：授業における算数・数学的活動の螺旋的流れ

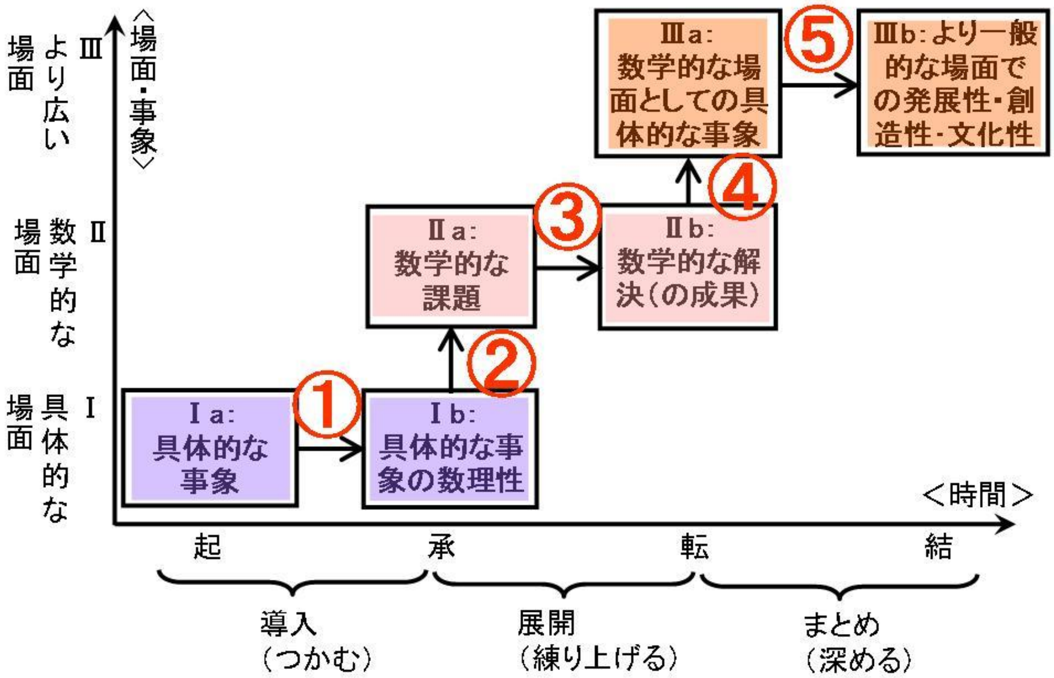


図２：「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」

（“A *framework for creating or analyzing Japanese lessons from the viewpoint of mathematical activities* (*CALMA* framework)”）（平岡・宮内（吉田），2006a，2007; Hiraoka *et al*., 2007）

となっている数学的な構造（本質）は変化していない。従って子どもたちは、異なる場面における算数・数学的活動を通して、数学的な見方・考え方を広げることになる。

ところでこの「授業理解の枠組み」の特徴は、Ⅰa からⅢb までの流れを 1 授業時間の授業の中に位置づけていることである。つまりこの「授業理解の枠組み」に沿って 1 授業時間の授業を捉えることができ、1 授業時間の中に①～⑤の算数・数学的活動全てを行うことを想定している。次節以降においては、この「授業理解の枠組み」を活用した授業創りについて検討する。

4　算数科複式授業における授業力向上支援プログラム

4.1　授業力向上支援プログラムの実際の流れ

計 5 回の授業力向上支援プログラムに参加したのは、長崎県下にある公立の A 小学校と B 小学校（両校とも複式学級を有する、全校児童数が 50 名前後の小規模校）である。この 2 校は、長崎県教育委員会およびその市の教育事務所の協力の下、参加を募った学校であり、2 つの学校の校長を筆頭に、2 校併せて合計 16 名の教師が学校ぐるみの取り組みとして本プログラムに参加した。なお、これら 2 校の教師および筆者らの 3 つの機関が毎回 1 箇所に集まり、協同して研修に取り組んだ。

本節では、授業力向上支援プログラムの最初の 2 回に関わって行った実践内容について述べる。第 2 回目までの具体的な流れは下記の（i）～（v）のようであった（一部、平岡・宮内（吉田）（2006b）参照）。

（i）　授業前の学習指導案検討会の実施［第 1 回目］

A 小学校および B 小学校それぞれから選ばれた各 1 名の教師が、事前に準備していた学習指導案を第 1 回目の教員研修の場に持ち寄り、研修における議論の材料として提供した。なおこの研修の場（（i）と（ii））には、A 小学校および B 小学校の校長を始めとする全教師が参加していた。

具体的な流れとしては、2 つの学習指導案のそれぞれに対して、1）その学習指導案に関する授業者からの説明、2）（A 小学校と B 小学校の教師混合の）小グループに分かれての内容の検討、3）小グループで議論した内容について全体の場での発表・再検討というステップを踏んだ。

（ii）　教材や授業創りに関する講義の実施［第 1 回目］

上記（ｉ）の後、教師自身が操作的な活動を行うことを通して、教材の幅広い見方や発展性について理解し数学的な「方法の広がり」の面白さを実感したり、多様な考え方を身につけることで創造的な思考を養ったりする体験をしてもらった。また、授業創りに関する資料を提供したり、「授業理解の枠組み」のアイデアに沿った授業創りに関わる基本的な考え方を説明したりした。

（iii）　Email や電話を活用した授業創りの支援

研修以外の場（1 回目と 2 回目の研修の間）において授業創りの支援を行うにあたり、離島にある学校現場と大学間の距離的ハンディを克服する手段として、email や電話を活用した。これらの手段を通して、授業者と筆者らとの間の相互交流や意思疎通を図りながら、より良い授業を模索した。

（iv）　授業創りにおける「授業理解の枠組み」の活用

授業者が作成した学習指導案を筆者らが検討する際、「授業理解の枠組み」を基に授業を分析し、email や電話を通して改善策を提案した。

（v）　授業の実践とその協議［第 2 回目］

第 1 回目に続き、その約 1 ヶ月後、第 2 回目の教員研修として A 小学校の Y 教諭による授業が行われ、A、B 両小学校の教師および筆者らがその授業を参観した。授業後、参観者による授業協議会が行われた。なおこの授業は、第 1 回目の研修の場において全員で議論した授業 2 つのうちの 1 つで、さらに授業創りの支援を受けて改善されたものであり、本稿で考察

対象とする複式授業である。

4.2　実践授業の概要

4.1 節で示した（i）～（v）のうち、（v）で行われた 3・4 年生の複式授業の概要を表 1 に示す。なお下記の詳細については、Y 教諭が作成した学習指導案の最終版（授業日に配布）を基にしている。なお表中の下線部が、考察対象の授業に関する箇所である。

授業日）2006 年 9 月 28 日、場所）A 小学校、人数）3・4 年生合計 12 人、授業者 1 人

表 1：A 小学校 Y 教諭による 3・4 年生の複式授業の概要

	《3 年生》	《4 年生》
単元	あまりのあるわり算（8 授業時間）	三角形のなかまを調べよう（9 授業時間）
単元目標	乗法九九を 1 回適用してできる除法で、あまりのある場合の計算のしかたについて理解するとともに、それを用いる能力を身につける	二等辺三角形や正三角形の概念や性質について理解し、それを構成したり用いたりする能力を伸ばす
学習活動の計画	1. 乗法九九を 1 回適用してできる除法で、あまりのある場合の計算方法を理解する（2 時間） 2. あまりと除数の関係を理解する（1 時間） 3. あまりのある場合の除法計算について、答えの確かめ方を理解する（1 時間） 4. わり算の筆算形式を知り、筆算のよさに気づく（1 時間） 5. あまりのとらえ方について理解を深める（1 時間）（本時） 6. 学習内容を確実に身につける（2 時間）	1. 形としての角の概念を理解し、角の大小を比べることができる（1 時間） 2. 3 種類の合同な 2 つの直角三角形板を用いて、いろいろな三角形をつくり、辺の長さや角の大きさに着目して三角形を弁別することができる。二等辺三角形と正三角形について、定義と角の性質を理解する（3 時間）（本時 2/3） 3. 二等辺三角形のかき方を理解し、指定された二等辺三角形を作図することができる（1 時間） 4. 正三角形のかき方を理解し、指定された正三角形を作図することができる（1 時間） 5. 外的な活動を通して、学習内容の理解を深め、三角形についての興味を広げる（1 時間） 6. 学習内容の理解を確認する（2 時間）
ねらい	（本時）あまりのとらえ方について理解を深める	（本時）二等辺三角形や正三角形の定義や角の性質を理解することができる
授業の視点	半具体物の操作や図で、「あまり」を視覚的にとらえさせることにより、題意に即したあまりの処理のしかたに気づくであろう。	なかまわけの視点をもたせた上で、一人調べの時間を十分確保することにより、三角形の特徴に気づいてなかまわけができるであろう。

4.3 算数科における複式授業の課題

村田他（2006）によると、長崎県下の公立小学校（休校を除く）400 校のうち、約 1/4 にあたる学校が複式学級を有している（平成 17 年度長崎県児童・生徒数資料に基づく）。

このような複式教育での算数科に関わる問題点は、村田他（2006）や佐々他（2006）に基づき以下の 2 点に集約することができる。つまり、（ア）間接指導の充実と（イ）多様な考え方の育成である（平岡・宮内（吉田），2006b）。

（ア）については 2.2 節で述べた事柄と共通するので、ここでは割愛する。（イ）については、文部省（1995）による指摘とも関わってくる。すなわち、複式授業において学年別指導を行う際には「直接指導のできる時間が少なくなる」「個別指導などの時間が設けにくい」（文部省，1995，p.10）ことから、教師が直接指導を行っていない学年、つまり間接指導で対応している学年の子どもたちに対するより良い教授・学習の保障が問題となってくる。

さらに文部省（1995）は、学年別指導においては「直接指導と間接指導の組み合わせにより、指導の計画や実施が複雑になる」（p.10）という問題点も指摘している。このことは、「教師による授業創りの複雑さ」という第 3 の問題点（ウ）として提起することができる。すなわち、1 授業時間の中の“どの段階で他学年に「わたる」か”は、教師の経験に負うところが大きく、授業を計画する段階でも悩ましい箇所となる。

以上の課題を解決する方策の 1 つとして、3.2 節で提起した「授業理解の枠組み」の活用が挙げられる。そこで次節以降では、複式の授業創りの支援にあたってこの「授業理解の枠組み」を実際にどのように活用したか、そしてそれによって上記の 3 つの課題を解決することができたか（あるいはできる可能性があるか）どうかについて検討する。

5 算数科の複式授業創りへの「授業理解の枠組み」の活用とその有効性

4.1 節において、授業力向上支援プログラムの最初の 2 回に関わる具体的な流れとして（ⅰ）～（ⅴ）を提示した。その中の（ⅳ）では、筆者らが「授業理解の枠組み」に基づき、email や電話でやりとりをしながら授業創りの支援を行った。

これについて詳細に述べると、授業者である Y 教諭が作成した、3 年生「あまりのあるわり算（5/8 時間目）」と 4 年生「三角形のなかまを調べよう」（3/9 時間目）の複式授業の学習指導案を基に、筆者らがその授業を「授業理解の枠組み」で分析し、改善点を指摘した。その際に、「授業理解の枠組み」を用いて筆者らが創り直した授業案が図 3、図 4 である。

なお、ここでの主要な分析内容および改善点は以下の 3 点に関する事柄であった。

- 3 年生における「反省・適用・応用の活動」としての算数的活動に関する分析・改善
- 4 年生における「数学化の活動」としての算数的活動に関する分析・改善
- 「わたり」の判断に関する分析・改善

5.1 「授業理解の枠組み」を用いた「反省・適用・応用の活動」に関する分析・改善

図 2 で示される「授業理解の枠組み」や「算数・数学的活動の 5 段階」（図 2 中の①～⑤）に基づくと、子どもたちの算数的活動は、“具体的な事象の数学化”→“数学的な解決”→“再度、具体的な事象へ適用”というように、具体性のある段階からより一般性のある段階へと高まる必要がある。そのために教師は、「Ⅰ：具体的な場面」→「Ⅱ：数学的な場面」→「Ⅲ：

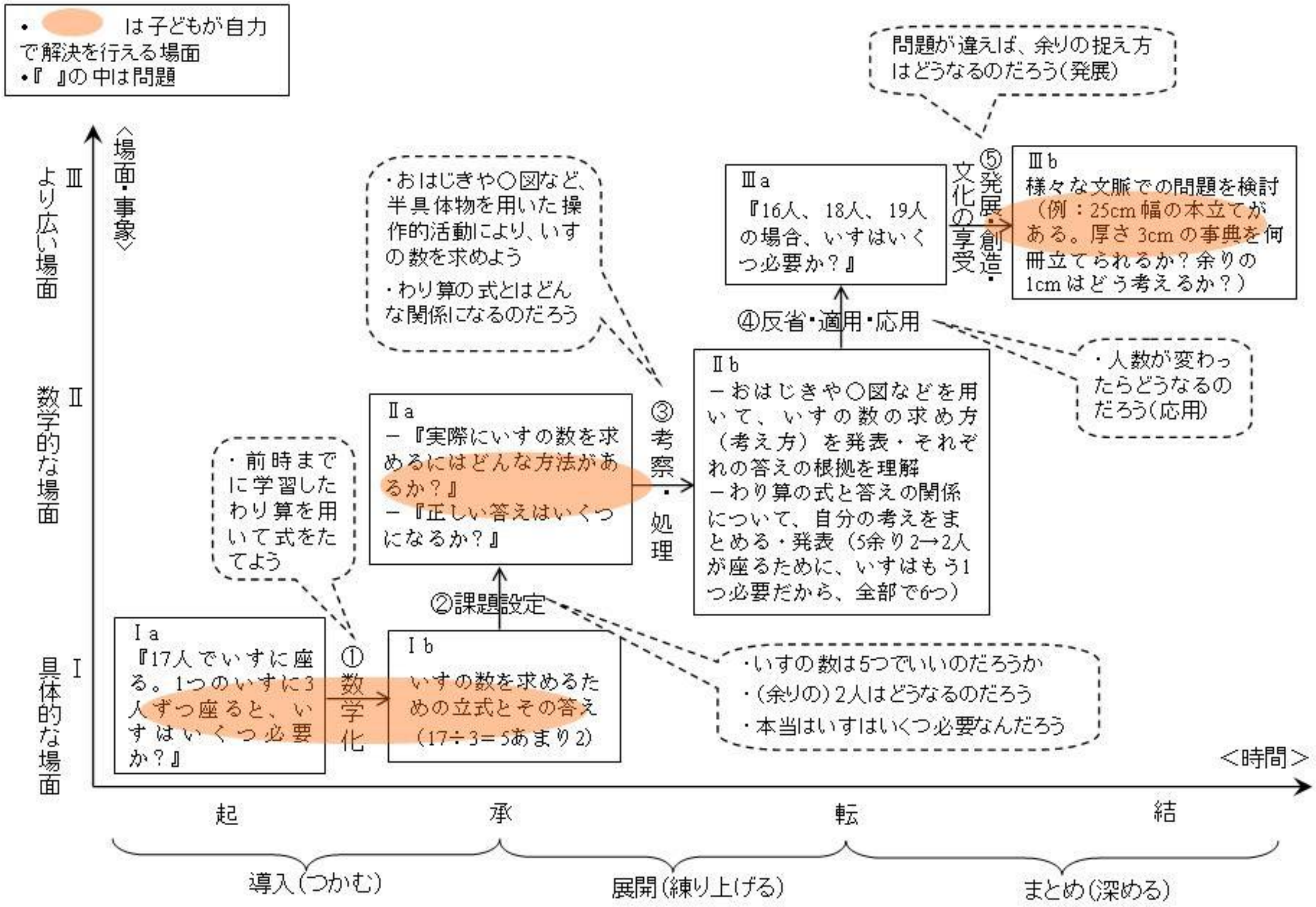


図3：「算数的活動の視点に立った授業理解の枠組み」（3年生「余りのあるわり算」）

（A小学校Y教諭の学習指導案を「授業理解の枠組み」に基づき修正）

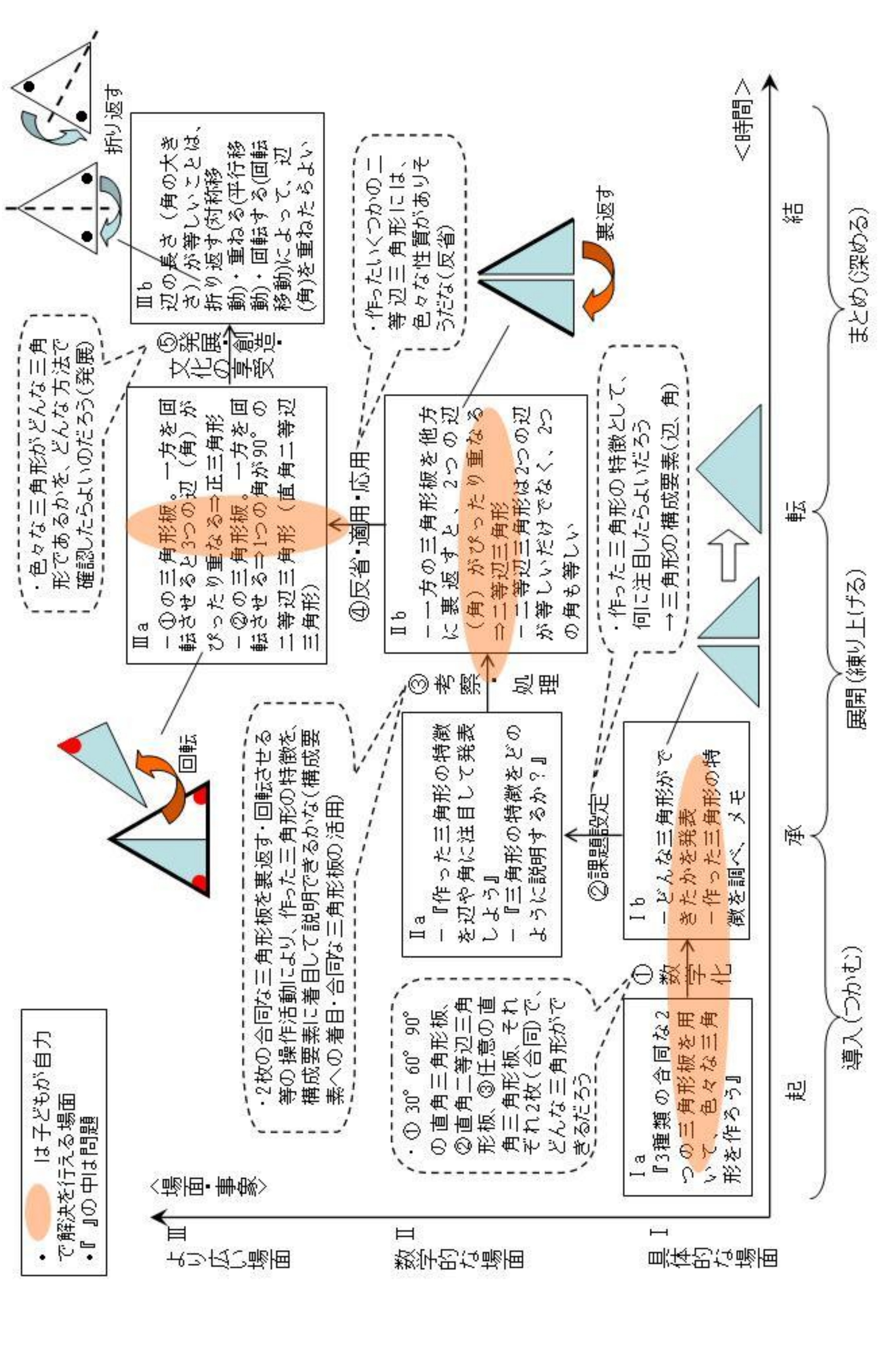


図4:「算数的活動の視点に立った授業理解の枠組み」(4年生「三角形の仲間を調べよう」)

(A小学校Y教諭の学習指導案を「授業理解の枠組み」に基づき修正)

より広い場面」という流れで子どもたちの活動の場を 1 授業時間の中に設定しなければならない。しかし Y 教諭が作成した練習問題（図 3 のⅢa にあたる場面）は最初とは異なる場面であり、「Ⅱ：数学的な場面」と「Ⅲ：より広い場面」との間の関連性が薄いという問題点が明らかになった。

そこで筆者らが提案したのが、最初の具体的な場面「17 人でいすに座る。1 つのいすに 3 人ずつ座ると、いすはいくつ必要か？」（図 3 のⅠa）の場面を発展させた「16 人、18 人、19 人の場合、いすはいくつ必要か？」((図 3 のⅢa)) というものである。

このような（Ⅲa の）場面の設定は、子どもの発展的見方や統合的見方を促進することにつながる。すなわち図 5 に示すように、16÷3、18÷3、19÷3 という問題場面は、最初の 17÷3 という問題の解決において必要となった数学的な考察･処理のプロセスやそこで得られた結果を“適用”すること（「反省・適用・応用の活動」という算数的活動）ができる場面であり、これにより最初の場面を発展的に捉えることにつながる。

17÷3＝5…2　イス6脚
発展的見方
16÷3＝5…1　イス6脚
17÷3＝5…2　イス6脚
18÷3＝6…0　イス6脚
19÷3＝6…1　イス7脚
統合的見方
□÷3＝△…0、1、2

図 5 : 発展的・統合的見方の促進

さらに、これら複数の場面で得られた結果を“反省する（振り返る）”こと（「反省・適用・応用の活動」という算数的活動）を通して、それらを「□÷3＝△余り 0（または 1、または 2）」の場面として統合的に見ることができる。このような発展･統合の見方は、2.2 節で示した創造性（発散的思考）の育成に大きく関わっている。

さらに Y 教諭が自らの判断で、実際の授業において図 6 のようなまとめをしたことから、子どもがそれまで持っていた「計算結果＝答え」という暗黙的理解を“反省”（し、修正）する活動、すなわち「反省・適用・応用の活動」という算数的活動が実際に行われたと言える。

計算の答えに1たした数が答えになることもある。
16÷3＝5 あまり1　いすの数は6つ
19÷3＝6 あまり1　いすの数は7つ

図 6 : Y 教諭による授業のまとめの板書

5.2　「授業理解の枠組み」を用いた「数学化の活動」に関する分析・改善

4 年生の授業に関して Y 教諭が最初に提示した学習指導案ではまず、「二等辺三角形や正三角形の定義、角の定義について」の前時の振り返りを行い、その後、画用紙に二等辺三角形や正三角形を作図してそれを切り取らせるようになっていた（予定では 9 分間）。そして、「二等辺三角形や正三角形の 3 つの角の大きさを比べましょう。二等辺三角形や正三角形の 3 つの角の大きさは、どうなっているのだろう。」という課題が「導入（つかむ）」場面において提示されることになっていた。

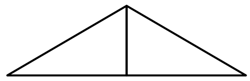
しかしこれに対して授業前の学習指導案検討会（4.1 節（i）参照）では、「子どもが切ることによって正確さが失われる」「作図と切り取りの両方をし終えるのに、9 分は厳しい（短い）」「（角を切り取って 2 つの角の大きさが等しいことを確かめる、という学習指導案に対して）角を切り取ると、元の形がなくなる」などの問題点が指摘された。

そのようなやりとりを踏まえた上で、筆者らが提案した授業（4.1 節（iii）、(iv) 参照）の流れは図 4 の通りである。

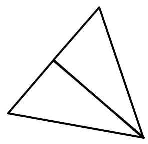
「導入（つかむ）」場面における算数的活動として、「数学化の活動」（図 2 参照）すなわち

「具体的な場面における問題の数学化（具体的な事象を数理的に捉える）活動」が求められる。しかし Y 教諭の提案した三角形の作図・切り取り作業は今回の学習の本質に関わる事柄ではないにも関わらずそれに時間をかけ過ぎていたり、正確な図形を作成することが難しかったりする問題点を抱えている。

そこで Y 教諭の授業内容・目的を活かしつつ「数学化の活動」が含まれる課題として、以下を提案した：「3 種類の合同な 2 つの三角形板を用いて、色々な三角形を作ろう。どんな三角形ができたか？」（図 4 のⅠa→Ⅰb）。



ここで三角形板とは 1）30°、60°の直角三角形、2）直角二等辺三角形、3）任意の直角三角形であり、それぞれ合同な 2 枚の三角形を組み合わせることでどんな三角形ができるかを調べる課題である（例えば右図参照）。



この課題は 1）実際に三角形を操作することで“具体的な場面”を設定することができる、2）どんな三角形ができたかを考えることを通して、本授業の目的である三角形の構成要素（角や辺）に注意を促すことができる（すなわち“具体的な事象を数理的に捉える”という数学化の活動）、3）2 枚の三角形板を裏返したり回転させたりすることにより、容易に等辺、等角を確かめることができる、という特徴をもっており、図 4 に示すように①数学化の活動、②課題設定の活動、③考察・処理の活動という算数的活動を容易に促すことができるものである。

この改善案を Y 教諭が納得し、実際の授業で行うこととなった。しかし結果として、図 4 のように授業は進まなかった。その大きな原因として 2 つ挙げることができる。1 つ目は、図 4 のⅠa→Ⅰb（どんな三角形ができたかを発表する所まで）の場面を前時に行い、教員研修（2 回目）における授業実践としては、Ⅰb の途中（作った三角形の特徴を調べる所）から始まったことである。筆者らは「授業理解の枠組み」に基づき 1 授業時間の流れを想定して改善案を提案したのだが、実際には Y 教諭はそれを 2 つの授業に分けて実施した。

また 2 枚の三角形板で 1 つの三角形を作り、その（組み合わさった状態の）三角形の特徴を調べることを筆者らは意図していたのだが、実際には Y 教諭は、前時において子どもたちが作った三角形を 1 つの三角形としてぶ厚い（折るには少し硬い）色画用紙で準備し、それを使って三角形の特徴を調べさせた（図 7 参照）。

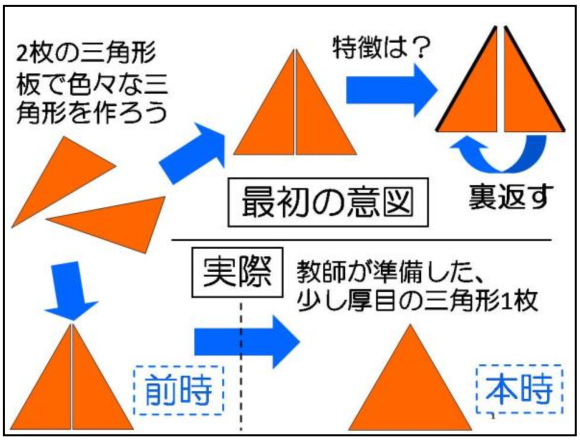


図 7：4 年生の授業の改善案とその実際

すなわち、2 枚の三角形板を裏返したり回転したりするという簡単な操作によって等辺や等角に気づかせ、三角形の構成要素に目を向けさせるのがねらいであったが、実際には子どもたちは、定規で長さを測ったりすることによって詳細な値を求めることにこだわった。

このことは、Y 教諭と筆者らとの email や電話による意思疎通には限界があったことを示している。Y 教諭が前時と本時の授業の準備に相当の時間を費やし、本教員研修に熱心に取り組んでいたにも関わらず、教材の意図や授業構成の意味について十分な合意が得られていな

かった。このことは、教員研修時における「授業理解の枠組み」の活用に関する今後の課題である。

5.3 「授業理解の枠組み」を用いた「わたり」の判断に関する分析・改善

「授業理解の枠組み」を今回初めて複式授業において活用するにあたり、子どもたちが自力解決できる場面と教師が直接指導しなければならない場面がどこであるかを想定することができれば、教師の「わたり」が必要な場面をあらかじめ判断できると考えられる。そこで実際に自力解決の場面として判断したのが、図 3、図 4 の色づけしている箇所である。

例えば 3 年生（図 3）の「②課題設定の活動」の場面では、子どもが「学習のめあて」と「活動の方向性」を認識するために、教師の直接指導が不可欠である。これは、「②課題設定の活動」や「④反省・適用・応用の活動」といった数学の豊かさのレベルが高まる場面では教師の役割が不可欠であるという指摘（Hiraoka and Yoshida-Miyauchi, 2007）に一致するものである。そして一旦、課題が設定される（Ⅱa）と、その最終的な発表活動場面（Ⅱb）に至るまで（③の前半部分）は、子どもたちが自力解決を行えるので、教師はここで他学年に「わたる」ことができる。

その一方 4 年生（図 4）では、②の課題設定の活動に続き、子どもが 2 枚の合同な三角形板を裏返す・回転させるといった操作活動を通して図形の構成要素に「気付く」きっかけを得るまで（③の前半部分）、教師が直接関与することが必要であるので、ここでは「わたる」ことはできない。

このような「わたり」の実際について、授業内容の大幅な変更があった 4 年生の授業では確認することは難しい。そこで、3 年生の授業において教師が直接指導を行った時間と「わたり」に関する事前の予想（図 3 の色づけした箇所以外の部分）とを比較することで、事前の予想が妥当なものであったかを検討する。

図 8 では、教師が 3 年生に直接指導を行った箇所を矢印で示し、直接指導の開始時刻と終

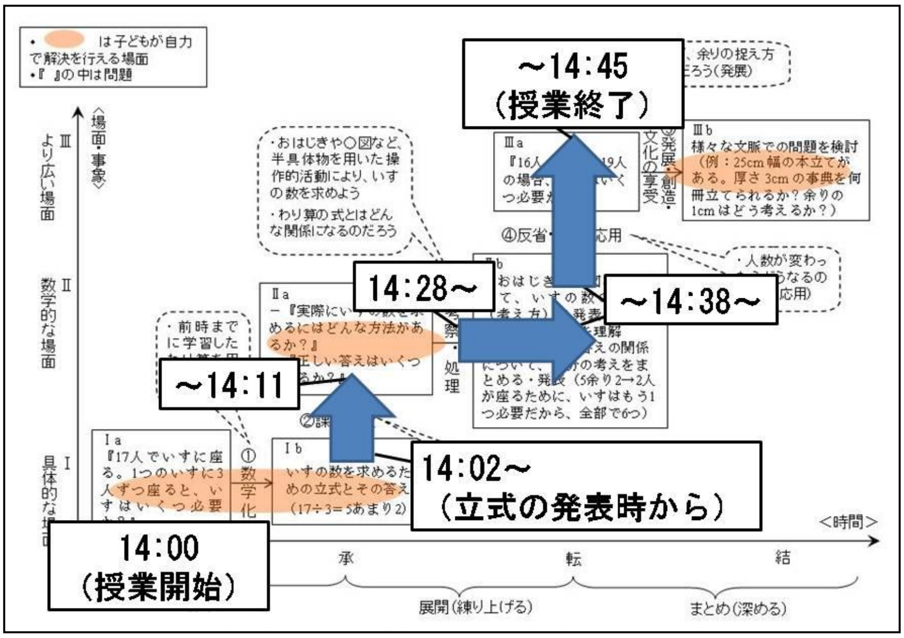


図 8 :「わたり」に関する事前の予想（図 3）とその実際

了時刻もあわせて記入している。

図 8 より、矢印以外の場面では教師は 4 年生に「わたり」、3 年生に対しては間接指導を行っていたことが分かる。よって事前に想定した「子どもの自力解決が可能な場面」では、実際の授業においても子どもの自力解決が行われていたことから、「授業理解の枠組み」を活用することによって“教師の「わたり」の場面”を判断することが可能であると言える。

しかしながら 4 年生では、事前に想定したようには授業が進まなかった（5.2 節参照）ため、「授業理解の枠組み」が十分には機能していなかったと考えられる。

その理由を検討するために、実際の授業での Y 教論の動きを追ってみると次のようになる。授業の冒頭、教師は 4 年生の子どもたちに、（2 枚の直角三角形板を使って）前時に作成した三角形を 3 種類の仲間にわけるという仲間わけの課題を提示（約 2 分間）し、その後、3 年生にわたっている。そして 3 年生で課題設定（図 3、図 8 の②）がなされた 14:11 に 3 年生から 4 年生にわたるものの、子どもたちがまだ作業中であったため個別対応に終始し、3 年生全体での練り上げの場面を見計らって 3 年生に 14:28 にわたっている。そして 3 年生の練り上げの場面が終了した 14:38 に再度 4 年生にわたり、「4 年生の人、仲間わけできましたか？」と尋ねるものの、「まだ途中です」という言葉を聞き、3 年生に戻っている。このように 4 年生の子どもたちの作業が思うようには進まなかったことから、結果として 4 年生に対しては小（こ）わたりで終わることとなった。

教師の「わたり」が意図されたようにはうまくいかなかった原因について、「授業理解の枠組み」を活用する際に“算数・数学的活動の時間設定”の視点が欠けていたことが考えられる。すなわち、「教師による授業のねらい」が定まれば、そのねらいを達成するためにおよび他学年との時間の関係から、その授業において最も時間をかけるべき（力を注ぐべき）学習場面、教材内容、時間配分などを考え、それを実現するための複式授業独自の“課題場面の焦点化”が必要になってくる。

例えば今回の 3・4 年生の場合、3 年生の授業のねらいが「あまりのとらえ方について理解を深める」であり、4 年生が「二等辺三角形や正三角形の定義の本質を理解することができる」であった（表 1 参照）。

数学的な概念の理解の深まりをねらいとする 3 年生では、「Ⅱ：数学的な場面」における自力解決と練り上げ、そして「Ⅲ：より広い場面」に時間をかけるべきであり、教師の直接指導としては、Ⅱa→Ⅱb での練り上げ（図 3、③の後半）およびⅡb→Ⅲa（図 3 の④）の発展的・統合的見方の促進の場面で最も力を注ぐことが必要である。

他方 4 年生は三角形に関わり始めた導入の場面であり、操作活動を通して子ども自ら三角形の構成要素に着目し、それを表現できることが重要なねらいとなってくる。従ってここでは、「Ⅰ：具体的な場面」における三角形板を使った操作活動（図 4 の①）に子どもたちは時間をかけるべきであり、そこで作成した三角形の特徴として何に注目したらよいかという視点を子どもから引き出し表現させる場面、すなわちⅠb→Ⅱa→Ⅱb（図 4 の②、③の前半）において教師が直接指導の形で最も力を注ぐことが求められる。

従って今回の授業においては、3 年生での直接指導との兼ね合いから、Ⅰa での課題場面について「1）30°、60°の直角三角形板 2 枚、2）直角二等辺三角形板 2 枚のそれぞれの組み合わせで出来る三角形（3 種類）」というようにその数を厳選し、Ⅰa→Ⅰb（図 4 の①）における活動を重視しつつも時間がかかり過ぎないような配慮をするよう Y 教論に提案する必要

があったと考えられる。このような課題場面の焦点化によって時間短縮がなされていれば、Y 教諭もあえて前時と本時に授業を分割しようとは思わなかったであろう。

6　おわりに

本稿では、算数科の複式授業創りの視点から教師の授業力向上を支援するにあたり、「授業理解の枠組み」を活用することが有効であるかどうかを検討することを目的としていた。

そして最終的には、「算数・数学的活動の視点に立った授業理解の枠組み」を活用した授業創りにおいて、以下の 2 点によってその有効性を指摘した：

1. 「授業理解の枠組み」に基づく学習課題の修正により、「反省・適用・応用の活動」という子どもの算数的活動を導くことができ、また発散的思考に関わる創造性の育成を促した。
2. 事前に授業の流れを「授業理解の枠組み」に適用することにより、子どもたちの自力解決の場をあらかじめ想定することができ、それに基づき“教師の「わたり」の場面”をあらかじめ把握することが可能である。その際には「授業理解の枠組み」に基づいて授業創りが行われていたことから、子どもの算数的活動も保証される結果を得た。

これら 2 点は、4.3 節で指摘した算数科における複式授業の課題、すなわち「間接指導の充実と多様な考え方の育成」および「経験に基づく“わたり”の見直し」に貢献するものである。

しかしながら、4 年生に関しては「授業理解の枠組み」に沿った授業展開がなされず、その結果、教師の「わたり」は事前に予想された通りにはなされなかった。つまり「わたり」の判断に関して「授業理解の枠組み」を活用する際に、以下の視点が欠けていたと言える：

3. 教師の「わたり」の判断として、上記の“教師の「わたり」の場面の把握”に加えて、“算数・数学的活動の時間設定”とそのための複式授業独自の“課題場面の焦点化”が、複式授業での「授業理解の枠組み」活用の際には必要となってくる。

複式授業では直接指導に関わる時間が単式授業の半分となり、教授・学習内容に制限が生じる。しかし、(1) 授業のねらいを焦点化し、(2) そのねらいを達成するための教材を吟味し、(3) そのねらいを達成するために教師の直接指導が欠かせない場面を想定し、そこから (4) 子どもの算数・数学的活動にかける時間を算出し、そのような時間配分がうまくいくように (5) 最終的に課題場面を絞り込むという視点を、算数科の複式授業で「わたり」の判断をする際には明示的に示す必要があるであろう。

今後の課題として以下の 2 点が挙げられる。

「わたり」の判断のあり方について、“教師の「わたり」の場面の把握”という視点では「授業理解の枠組み」の活用は有効であった。しかしながらこの枠組みを活用する際には“算数・数学的活動の時間設定”とそのための“課題場面の焦点化”についても考慮する必要があることが示された。よって今後、複式授業における「授業理解の枠組み」の活用におけるこの 2 つの視点について、さらに詳細に検討していくことが必要である。

また、教員研修を通して授業力を向上させること目的に、今回は筆者ら自らが「授業理解

の枠組み」を活用して授業の改善を行い、改善した内容を教師にその意図も含めて伝えた。Email や電話を使ったこのような支援方法は、教員研修の場の確保が困難であるという問題（2.2 節参照）を抱えた離島の学校の教師たちに対しては、実際に実践者と相談しながら授業改善策を提案することができたので有効であったと言える。しかし筆者らの提案内容の意図が十分に伝わっておらず、意図した授業が行われなかったことから、意思疎通をうまく行うための手段について今後さらに検討していく必要がある。

謝辞

授業力向上支援プログラムにご協力頂きました A 小学校と B 小学校の先生方ならびに授業実践にご尽力頂きました Y 教諭と子どもたちにこの場を借りて御礼申し上げます。また、本稿の作成にあたり貴重なご意見・ご指摘を頂きました方々に感謝申し上げます。

附記

本稿は、平成 19 年度科学研究費補助金（基盤研究（C)）「複式教育における創造性を育む算数科の「授業構成」の研究」（代表者：平岡賢治，19530831）の支援を受けて行われた。

また、長崎大学学長裁量経費「新任教員研究支援プログラム経費」から一部支援を受けた（受給者：宮内香織）。

引用・参考文献

Guilford, J.P. (1959). Three faces of intellect. *America Psychologist, 14*, 469-479.

原田純治・村田義幸・進野智子・赤崎眞弓・福田正弘・平岡賢治・小島道生（2006）. 離島における教育の実情と課題. 鹿児島大学多島圏研究センター（編），南太平洋海域調査研究報告，45，1-5.

平岡賢治(2004). 数学的活動に視点をあてた授業構成に関する研究. 全国数学教育学会誌　数学教育学研究，10，21-28.

平岡賢治・宮内（吉田）香織（2006a）. 算数・数学的活動の視点に立った授業理解に関する研究（1）－「授業理解の枠組み」の構築に向けて. 日本数学教育学会　数学教育論文発表会論文集, 39，199-204.

平岡賢治・宮内（吉田）香織（2006b）. 複式教育における算数指導の改善を目指した実践的研究－創造性を伸ばす授業力の育成－. 日本教科教育学会　全国大会論文集, 32,197-198.

平岡賢治・宮内（吉田）香織（2007/01/28）. 算数・数学的活動の視点に立った授業理解に関する研究（2）－「授業理解の枠組み」の精緻化－. 全国数学教育学会第 25 回研究発表会発表資料. 奈良.

平岡賢治・宮内香織（2007/2/28）. 創造性を育む授業力向上のための支援プログラム－離島における算数指導の改善を目指して－（平成 18 年度　サイエンス・パートナーシップ・プロジェクト（教員研修）実施報告書）.（未刊行）

Hiraoka, K. and Yoshida-Miyauchi, K. (2007). A framework for creating or analyzing Japanese lessons from the viewpoint of mathematical activities: A fraction lesson. In J. Woo, H, Lew, K, Park, and D. Seo. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp.33-40).

科学技術振興機構（JST）（2006）．「サイエンス・パートナーシップ・プロジェクト」－講座型学習活動・教員研修　平成 18 年度第 2 次募集要項．（注：2006 年 10 月 31 日現在、http://rika.jst.go.jp/spp/18boshu2.htm において入手可）

文部科学省（2004a）．中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説－数学編－（一部補訂版）．大阪書籍.

文部科学省（2004b）．高等学校学習指導要領解説－数学編・理数編－（第 6 版）．実教出版.

文部省（1995）．小学校複式学級指導資料－算数編－．東洋館出版社.

文部省（1999）．小学校学習指導要領解説－算数編－．東洋館出版社.

村田義幸・橋本健夫・北村右一・平岡賢治・水戸一幸・浦田武（2006）．長崎県における複式教育の実情．鹿児島大学多島圏研究センター（編），南太平洋海域調査研究報告, 45, 21-25.

佐々裕之・植村哲郎・平岡賢治・湯澤秀文（2006）．複式学級における算数科指導の改善に関する研究．鹿児島大学多島圏研究センター（編），南太平洋海域調査研究報告，45，39-46.

ストリャール，A. A.（1976）．数学教育学（宮本敏雄・山崎昇訳）．明治図書.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction* － *The Wiskobas Project*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.

植村哲郎（1999）．数学教育における創造性研究の課題．全国数学教育学会誌　数学教育学研究，5，27-33.

ヴィゴツキー, Л. С. & ルリア, А. Р.（1987）．人間行動の発達過程－猿・原始人・子ども（大井清吉・渡辺健治監訳）．明治図書．（原著刊行 1930 年）

吉田香織（2005）．ヴィゴツキーの文化的 - 歴史的視座に基づく子どもの数学的概念の発達の検討．日本数学教育学会　数学教育論文発表会論文集, 38，637-642.

*本稿は、

平岡賢治・宮内（吉田）香織（2007）．算数的活動の視点からみた複式授業における「わたり」の考察－サイエンス･パートナーシップ･プロジェクトにおける取り組みから－．長崎大学教育学部紀要. 教科教育学, 47, 1-12.

に対する査読の結果、加筆・修正を加えたものである。