

## 半球状の凸底面を有する垂直円柱まわりの飽和膜沸騰熱伝達の解析

豊田 香\*・茂地 徹\*\*  
山田 たかし\*\*・桃木 悟\*

## An Analysis of Saturated Film Boiling Heat Transfer from a Vertical Cylinder with a Convex Hemispherical Bottom

by

Kaoru TOYODA\*, Toru SHIGECHI\*\*, Takashi YAMADA\*\* and Satoru MOMOKI\*

Saturated film boiling heat transfer around a vertical finite-length cylinder with a convex hemispherical bottom was analyzed by taking into account each convective heat transfer on the bottom, side and top surfaces of an isothermal cylinder. The effect of length and diameter of the cylinder on the overall heat transfer rate was discussed in terms of boiling curve. The present analysis agreed well with the experimental data obtained by the authors.

**Key word** : saturated film boiling, convex hemispherical bottom

## 1. まえがき

金属の焼入れ，材料の製造工程，原子炉緊急冷却時の原子炉等では，冷却過程の初期段階では物体温度が高いので伝熱面表面は蒸気膜で覆われ，3次元物体まわりの膜沸騰が発生する．物体の冷却速度を予測したり制御するためには膜沸騰による冷却機構を明らかにする必要があるが，金属の焼入れに関しては数多くの膜沸騰研究<sup>1)</sup>が発表されているもののまだ見地が十分でなく，3次元物体まわりの膜沸騰伝熱特性を適切に予測することは不可能である．

本研究では，原子炉緊急冷却時の原子炉の冷却過程の解析などでしばしば対象とされる<sup>2)</sup>，半球状凸底面を有する垂直円柱のような3次元物体まわりの膜沸騰熱伝達の機構解明を目的として，有限長さの半球状凸底面を有する垂直円柱体を飽和液体中に垂直に浸漬した場合の定常膜沸騰特性に関する理論的検討結果と，本解析結果を報告する．

## 主要記号

$a$  温度伝導率

$B$	無次元パラメーター
$c_p$	定圧比熱
$D$	半球の直径
$f_s$	半球での $\phi$ における無次元関数
$g$	重力加速度
$G_r$	グラスホフ数
$h$	局所熱伝達係数
$\bar{h}$	平均熱伝達係数
$L$	垂直面の高さ
$\ell$	蒸発潜熱
$N_u$	局所ヌッセルト数
$\bar{N}_u$	平均ヌッセルト数
$\dot{m}$	単位幅当たりの質量流量
$\dot{M}$	質量流量
$P_r$	プラントル数
$q$	熱流束
$Q_T$	半球から取り除かれる総熱量
$R$	半球の半径
$S$	表面積
$S_p$	無次元過熱度
$T$	温度

平成19年6月22日受理

\* 生産科学研究科 (Graduate School of Science and Technology)

\*\* 機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

$T_{sat}$	飽和温度
$T_W$	伝熱面温度
$\Delta T_{sat}$	伝熱面加熱度 ( $\equiv T_W - T_{sat}$ )
$u$	$x$ 方向速度
$\bar{u}$	$x$ 方向平均速度
$v$	$y$ 方向速度
$x$	伝熱面に沿った軸
$y$	伝熱面に垂直な軸
$\lambda$	熱伝導率
$\delta$	蒸気膜厚さ
$\mu$	粘性係数
$\nu$	動粘性係数
$\rho$	密度

添字

A	半球状凸底面
B1	垂直面 (平滑界面部分)
B2	垂直面 (波状界面部分)
C	上向き水平面
L	液体
LS	飽和液体
V	蒸気
VS	飽和蒸気

## 2. 解析

Fig.1 に示すように、半球状凸底面 (半径  $R$ ) を有する垂直円柱からの 2 次元定常膜沸騰を考える。半球状凸底面 (Fig.1 の (A) の部分)、垂直円柱の側面 (Fig.1 の (B) の部分) および上向き水平面 (Fig.1 の (C) の部分) の伝熱面表面温度  $T_W$  は一定で、液体の温度は飽和温度 ( $T_{sat}$ ) である。

### 2.1 円柱側面の熱伝達について

Fig.1 に示すように、垂直円柱の側面 (以下垂直面という) の長さを  $L$  とする。本研究では、山田らの観察実験<sup>3)</sup> による裏付けから  $L_{B1}$  を下式に示すように臨界波長  $\kappa_{CR}$  に等しくとる。

$$L_{B1} = \kappa_{CR} = \pi \kappa_0 \quad (1)$$

$$\kappa_0 = [\sigma/g(\rho_{LS} - \rho_{VS})]^{1/2} \quad (2)$$

ここで、 $g$ 、 $\rho_{LS}$ 、 $\rho_{VS}$ 、 $\kappa_0$  および  $\sigma$  はそれぞれ、重力加速度、飽和液体の密度、飽和蒸気の密度、毛管長さおよび表面張力である。

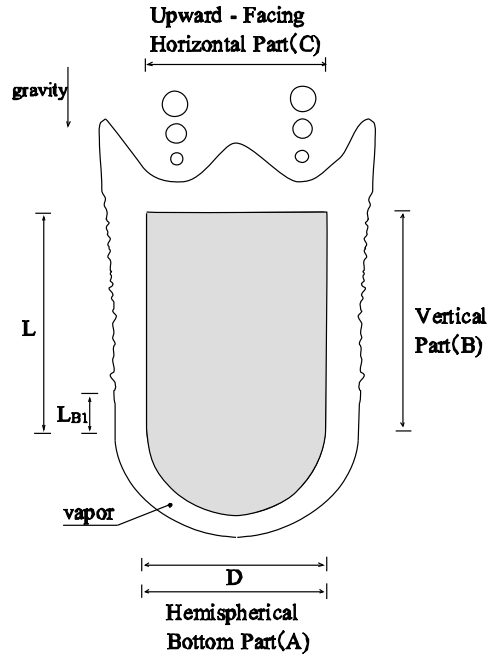


Fig. 1: Film boiling model

### 2.2 全表面の伝熱量

半球状凸底面を有する垂直円柱全表面からの伝熱量  $Q$  を次式のように半球状凸底面 (Fig.1 の (A) の部分) からの伝熱量  $Q_A$ 、垂直面 (Fig.1 の (B) の部分) からの伝熱量  $Q_B$  および上向き水平面 (Fig.1 の (C) の部分) からの伝熱量  $Q_C$  の総和と定義する。

$$Q \equiv Q_A + Q_B + Q_C \quad (3)$$

$$Q_A \equiv \bar{h}_A (T_W - T_{sat}) (\pi D^2 / 2) \quad (4)$$

$$Q_B \equiv \bar{h}_B (T_W - T_{sat}) (\pi DL) \quad (5)$$

$$Q_C \equiv \bar{h}_C (T_W - T_{sat}) (\pi D^2 / 4) \quad (6)$$

ここに、 $\bar{h}_A$ 、 $\bar{h}_B$ 、および  $\bar{h}_C$  はそれぞれ、半球状凸底面、垂直面、および上向き水平面のそれぞれの面積で平均化された熱伝達係数である。

いま、垂直面において気液界面が平滑界面である時の熱伝達係数を  $\bar{h}_{B1}$ 、波状界面であるときの平均熱伝達係数を  $\bar{h}_{B2}$  とすると、式 (5) で示した垂直面からの伝熱量  $Q_B$  は次式のように評価される。

$$L \leq L_{B1} : Q_B \equiv \bar{h}_{B1} (T_W - T_{sat}) (\pi DL) \quad (7)$$

$$L > L_{B1} : Q_B \equiv \bar{h}_{B1} (T_W - T_{sat}) (\pi DL_{B1}) + \bar{h}_{B2} (T_W - T_{sat}) [\pi D(L - L_{B1})] \quad (8)$$

全伝熱面積平均の壁面熱流束  $q$  は次式で定義される．

$$q \equiv Q/S_T \quad (9)$$

半球状凸底面を有する垂直円柱の全伝熱面積  $S_T$  は次式で与えられる．

$$S_T \equiv \pi DL + 3\pi D^2/4 \quad (10)$$

従って，全伝熱面積平均の壁面熱流束  $q$  は以下のような式で与えられる．

$$L \leq L_{B1} :$$

$$q = \left[ \frac{\overline{h_{B1}} + \frac{1}{4} \left( \frac{D}{L} \right) (2\overline{h_A} + \overline{h_C})}{1 + \frac{3}{4} \left( \frac{D}{L} \right)} \right] \Delta T_{\text{sat}} \quad (11)$$

$$L > L_{B1} :$$

$$q = \left[ \frac{\overline{h_{B1}} \left( \frac{L_{B1}}{L} \right) + \overline{h_{B2}} \left( 1 - \frac{L_{B1}}{L} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{D}{L} \right) (2\overline{h_A} + \overline{h_C})}{1 + \frac{3}{4} \left( \frac{D}{L} \right)} \right] \times \Delta T_{\text{sat}} \quad (12)$$

### 2.3 各面の熱伝達係数の評価

各面での現象は，物理的には Fig.1 に示すように，それぞれ，半球状凸底面，垂直面，および上向き水平面から構成される有限長さの半球状凸底面を有する垂直円柱体からの膜沸騰としてモデル化される．

半球状凸底面に関しては，Frederking の解析<sup>4)</sup> を，垂直面と上向き水平面に関しては，Bromley<sup>5)</sup> のモデルと Berenson<sup>6)</sup> の解析をそれぞれ適用する．なお，波状界面に関しては西尾・大竹<sup>7)</sup> のモデルを適用する．

Bromley のモデルの前提は垂直面の下端部(前縁)で蒸気膜厚さが零の場合で，さらに垂直面が無限に長い場合である．ここでは，有限長さ  $L$  の垂直面に対して Bromley の解析を側面の下端部で蒸気膜厚さが有限であることを考慮して修正を施している．

解析に際して半球状凸底面と垂直面が平滑界面である部分に共通な次の仮定を設定する．

1. 物体まわりの蒸気膜は境界層近似が可能である
2. 蒸気膜内の流れは非圧縮・定常層流である
3. 物性値は一定である
4. 放射伝熱は考慮しない

### 2.4 半球状凸底面

Frederking の解法を参考にして解析する．半球状凸底面 (Fig.1 の (A) で示す部分) の物理モデルと座標系を Fig.2 に示す．

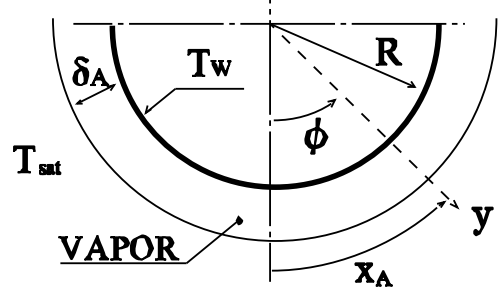


Fig. 2: Physical model and coordinate system for hemispherical bottom

蒸気膜に関する運動方程式とエネルギー式は慣性項と対流項を省略するとそれぞれ次のように書かれる．

$$\frac{\partial(ur)}{\partial x} + \frac{\partial(vr)}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$0 = \nu_V \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{(\rho_L - \rho_V)}{\rho_V} g \sin \phi \quad (14)$$

$$0 = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (15)$$

境界条件は次のように与えられる．

$$y = 0 \quad : \quad u = 0 \quad (16)$$

$$T = T_W \quad (17)$$

$$y = \delta_A \quad : \quad T = T_{\text{sat}} \quad (18)$$

$$-\lambda_V dS_A \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\delta_A} = \ell dM_{\delta_A} \quad (19)$$

気液界面 ( $y = \delta_A$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する．

$$y = \delta_A : u = 0 \quad [\text{CASE A-ns}] \quad (20)$$

式 (20) の境界条件は気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する．式 (14) の運動方程式を境界条件式 (16) と式 (20) の下で解くと速度  $u$  が次のように得られる．

$$u = \frac{(\rho_L - \rho_V) g \sin \phi}{2\mu_V} \delta_A^2 \left[ \frac{y}{\delta_A} - \left( \frac{y}{\delta_A} \right)^2 \right] \quad (21)$$

平均速度  $\bar{u}$  は以下のように得られる．

$$\bar{u} = \frac{\delta_A^2 (\rho_L - \rho_V) g \sin \phi}{12\mu_V} \quad (22)$$

温度  $T$  に関しては，式 (15) のエネルギー式を境界条件式 (17) と式 (18) の下で解けば次式が得られる．

$$T = T_W - \Delta T_{\text{sat}} \left( \frac{y}{\delta_A} \right) \quad (23)$$

Fig.2 から次の関係が得られる .

$$dS_A = 2\pi R^2 \sin \phi d\phi \quad (24)$$

$$dx_A = R d\phi \quad (25)$$

$$dM_{\delta_A} = \rho_V \left( \frac{d}{dx_A} \right) [\bar{u} \delta_A 2\pi R \sin \phi] dx_A \quad (26)$$

式 (24) , 式 (25) , 式 (26) を適用して , 式 (22) と式 (23) の微分型を気液界面でのエネルギー流束の連続性の式 (19) に代入すると , 蒸気膜厚さ  $\delta_A$  に関する微分方程式が得られる .

$$\frac{96}{gD^3(\rho_L - \rho_V)c_{PV}} \frac{\Delta T_{\text{sat}} c_{PV}}{\ell} = \left( \frac{\delta_A}{R} \right) \frac{d}{\sin \phi d\phi} \left[ \left( \frac{\delta_A}{R} \right)^3 \sin^2 \phi \right] \quad (27)$$

式 (27) を  $\delta_A/R$  について解けば次の解を得られる .

$$\frac{\delta_A}{R} = 2 \left[ \frac{8\lambda_V \nu_V}{gD^3(\rho_L - \rho_V)c_{PV}} \frac{\Delta T_{\text{sat}} c_{PV}}{\ell} \right]^{1/4} \times \left( \frac{\int_0^\phi \sin^{5/3} \phi d\phi}{\sin^{8/3} \phi} \right)^{1/4} \quad (28)$$

ここで , 次の無次元量を導入する .

$$Gr_A \equiv (gD^3/\nu_V^2)(\rho_L/\rho_V) - 1 \quad (29)$$

$$Sp \equiv c_{PV} \Delta T_{\text{sat}} / (Pr_V \ell) \quad (30)$$

式 (28) は次のように書ける .

$$\frac{\delta_A}{R} = 2(8)^{1/4} [Sp/Gr_A]^{1/4} \left( \frac{\int_0^\phi \sin^{5/3} \phi d\phi}{\sin^{8/3} \phi} \right)^{1/4} \quad (31)$$

質量流量の計算に必要な  $\delta_{A,\pi/2}$  の値は次のように定まる .

$$\delta_{A,\pi/2} = 3.221376R [Sp/Gr_A]^{1/4} \quad (32)$$

伝熱面における熱流束の微分型は次のように得られる .

$$dq_A = \frac{q}{S_A} \Big|_{y=0} dS_A = -\lambda_V \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} 2\pi R^2 \sin \phi d\phi \quad (33)$$

関数  $q_0(\phi)$  を次のように定義する .

$$q_0(\phi) \equiv \frac{dq_A}{d\phi} \quad (34)$$

式 (34) に式 (33) を代入し , 式 (23) を適用すると  $q_0(\phi)$  に関して次の関係が得られる .

$$q_0(\phi) = \lambda_V \Delta T_{\text{sat}} \pi \frac{D}{2} (8)^{-1/4} [Gr_A/Sp]^{1/4} f_s(\phi) \quad (35)$$

ここで , 式 (35) の  $f_s(\phi)$  は次式で定義される .

$$f_s(\phi) = \sin^{5/3} \phi \left( \int_0^\phi \sin^{5/3} \phi d\phi \right)^{-1/4} \quad (36)$$

半球凸底面から取り除かれる熱量  $Q_A$  は  $q_0(\phi)$  を積分することで得られる .

$$Q_A(\phi) = D\lambda_V \Delta T_{\text{sat}} \pi \frac{(2)^{1/4}}{4} [Gr_A/Sp]^{1/4} \int_0^{\pi/2} f_s(\phi) d\phi \quad (37)$$

式 (37) を適用して , 平均ヌセルト数は次のように得られる .

$$\overline{Nu_A} = \frac{\overline{h_A} D}{\lambda_V} \quad (38)$$

$$\overline{Nu_A} = \frac{Q_A}{\left( \frac{\pi D^2}{2} \right) \Delta T_{\text{sat}} \lambda_V} = \frac{(2)^{1/4}}{2} \pi \overline{f_s} [Gr_A/Sp]^{1/4} \quad (39)$$

式 (39) の  $\overline{f_s}$  は次式で定義される .

$$\overline{f_s} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} f_s(\phi) d\phi = 0.372826 \quad (40)$$

平均ヌセルト数  $\overline{Nu_A}$  は次のように計算される .

$$\overline{Nu_A} = 0.696440 [Gr_A/Sp]^{1/4} \quad (41)$$

角度  $\phi$  における質量流量  $\dot{M}_A$  を次式で定義する .

$$\dot{M}_A \equiv \rho_V \bar{u} \delta_A 2\pi R \sin \phi \quad (42)$$

平均速度  $\bar{u}$  を式 (42) に代入すると  $\dot{M}_A$  に関して次の関係が得られる .

$$\dot{M}_A \Big|_{\phi=\pi/2} = \frac{\pi R (\rho_L - \rho_V) g \delta_{A,\pi/2}^3}{6\nu_V} \quad (43)$$

前述の通り , 式 (20) の境界条件は気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する .

いま , 気液界面 ( $y = \delta_A$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する .

$$y = \delta_A : \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad [\text{CASE A-s}] \quad (44)$$

式 (44) の境界条件は気液界面で蒸気が完全にすべっている場合 (slip condition) に相当する . 式 (44) を適用して , 同等の手続きを用いると次を得る .

$$[\text{case A-s}]$$

$$\delta_{A,\pi/2} = 2.277857R [Sp/Gr_A]^{1/4} \quad (45)$$

$$\overline{Nu_A} = 0.984914 [Gr_A/Sp]^{1/4} \quad (46)$$

$$\dot{M}_A \Big|_{\phi=\pi/2} = \frac{2\pi R (\rho_L - \rho_V) g \delta_{A,\pi/2}^3}{3\nu_V} \quad (47)$$

## 2.5 半球状凸底面を有する垂直円柱

垂直面長さが  $L_{B1}$  より小さい場合には平滑界面に適用される Bromley<sup>5)</sup> の解析を修正し, また  $L_{B1}$  より大きい場合には前者と波状界面に適用される西尾・大竹の研究<sup>7)</sup> を複合せ解析を行う.

### 2.5.1 平滑界面の場合

膜沸騰により発生した蒸気膜が半球状凸底面の端部より流出して垂直面に沿って上昇するために垂直面の下端部で蒸気膜厚さが有限となる場合を, Bromley の解法を参考にして解析する. なお, 垂直円柱の場合, 垂直面は平面ではなく周方向に曲率を有するが, ここでは曲率の影響を無視して平面として取り扱う. 従って, 円柱の直径が非常に小さい細線のような場合には本解析は適用できない. また, 円柱高さの有限性, つまり垂直面上端部での流動と伝熱に関する境界条件に関しては特別な考慮はせずに垂直面を半無限平面として取り扱う. 物理モデルと座標系を Fig.3 に示すが, 解析の仮定は半球状凸底面と同じである.

蒸気膜に関する運動方程式とエネルギー式は, それぞれ慣性項と対流項を省略すれば次のようになる.

$$0 = (\rho_L - \rho_V)g + \mu_V \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (48)$$

$$0 = \lambda_V \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (49)$$

境界条件は次のように与えられる.

$$y = 0 \quad : \quad u = 0 \quad (50)$$

$$T = T_W \quad (51)$$

$$y = \delta_{B1} \quad : \quad T = T_{sat} \quad (52)$$

$$-\lambda_V \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{\delta_{B1}} = \ell \frac{d}{dx_{B1}} \left( \int_0^{\delta_{B1}} \rho_V u dy \right) \quad (53)$$

気液界面 ( $y = \delta_{B1}$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する.

$$y = \delta_{B1} : u = 0 \quad [\text{CASE B-ns}] \quad (54)$$

式 (54) は, 気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する. 式 (48) の運動方程式を境界条件式 (50) と式 (54) の下で解けば速度  $u$  が次のように得られる.

$$u = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\mu_V} \delta_{B1}^2 \right] \left[ \frac{y}{\delta_{B1}} - \left( \frac{y}{\delta_{B1}} \right)^2 \right] \quad (55)$$

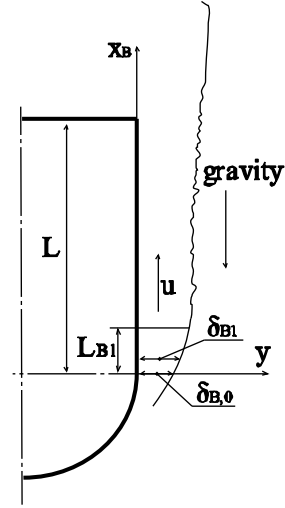


Fig. 3: Physical model and coordinate system for the vertical lateral surface

温度  $T$  に関しては, 式 (49) のエネルギー式を境界条件式 (51) と式 (52) の下で解けば次式が得られる.

$$T = T_W - \Delta T_{sat} \left( \frac{y}{\delta_{B1}} \right) \quad (56)$$

式 (53) に速度  $u$  と温度  $T$  を代入すると次の常微分方程式が得られる.

$$\frac{d\delta_{B1}^4}{dx_{B1}} = 16 \left[ \frac{\nu_V}{(\rho_L - \rho_V)g} \frac{\lambda_V \Delta T_{sat}}{\ell} \right] \quad (57)$$

ここで, 次の無次元量を導入する.

$$\tilde{x}_{B1} \equiv x_{B1}/L_{B1} \quad (58)$$

$$\tilde{\delta}_{B1} \equiv (\delta_{B1}/L_{B1}) [Gr_{B1}/Sp]^{1/4} \quad (59)$$

$$Gr_{B1} \equiv (gL_{B1}^3/\nu_V^2)[(\rho_L/\rho_V) - 1] \quad (60)$$

$$Sp \equiv c_{pV}\Delta T_{sat}/(Pr_V\ell) \quad (61)$$

式 (57) は次のようになる.

$$\frac{d\tilde{\delta}_{B1}^4}{d\tilde{x}_{B1}} = 16 \quad (62)$$

式 (62) を次の初期条件 (初期値  $\tilde{\delta}_{B1,0}$  の値は式 (79) の条件から確定する) で解くと,

$$\tilde{x}_{B1} = 0 : \tilde{\delta}_{B1} = \tilde{\delta}_{B1,0} \quad (63)$$

無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B1}$  の厳密解は次のように得られる.

$$\tilde{\delta}_{B1} = \left[ 16\tilde{x}_{B1} + \tilde{\delta}_{B1,0}^4 \right]^{1/4} = 2 \left[ \tilde{x}_{B1} + \left( \tilde{\delta}_{B1,0}/2 \right)^4 \right]^{1/4} \quad (64)$$

ここで、側面の下端部 ( $\tilde{x}_{B1} = 0$ ) での無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B1,0}$  は、後述するように垂直面と半球状凸底面が接続される部分での蒸気の質量流量の連続性により決定される。ヌッセルト数は以下のように計算される。

局所ヌッセルト数：

$$Nu_{B1} = \frac{h_{B1} \cdot L_{B1}}{\lambda_V} \quad (65)$$

$$h_{B1} = \lambda_V \frac{1}{\Delta T_{\text{sat}}} \left[ -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] = \frac{\lambda_V}{\delta_{B1}} \quad (66)$$

$$Nu_{B1} \equiv (1/\tilde{\delta}_{B1}) [Gr_{B1}/Sp]^{1/4} \quad (67)$$

平均ヌッセルト数：

$$\overline{Nu_{B1}} = \frac{\overline{h_{B1}} \cdot L_{B1}}{\lambda_V} \quad (68)$$

$$\overline{h_{B1}} \equiv \frac{1}{L_{B1}} \int_0^{L_{B1}} h_{B1} dx_{B1} \quad (69)$$

$$\overline{Nu_{B1}} \equiv \left[ \frac{1}{L_{B1}} \int_0^{L_{B1}} \frac{1}{\delta_{B1}} dx_{B1} \right] [Gr_{B1}/Sp]^{1/4} \quad (70)$$

[case B-ns]

$$\overline{Nu_{B1}} \equiv \frac{2}{3} \left[ (1+B)^{3/4} - B^{3/4} \right] [Gr_{B1}/Sp]^{1/4} \quad (71)$$

$$B \equiv (\tilde{\delta}_{B1,0}/2)^4 \quad (72)$$

ここに、 $B$  は垂直面の下端部 ( $\tilde{x}_{B1} = 0$ ) における無次元膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B1,0}$  の大きさに依存する無次元パラメータで以下のように決定される。

単位幅あたりの蒸気の質量流量  $\dot{m}_{B1}$  を次式で定義する。

$$\dot{m}_{B1} \equiv \int_0^{\delta_{B1}} \rho_V u dy \quad (73)$$

式 (55) の速度  $u$  を代入すると  $\dot{m}_{B1}$  は次のようになる。

[case B-ns]

$$\dot{m}_{B1} = \frac{1}{12} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\nu_V} \right] \delta_{B1}^3 \quad (74)$$

前述の通り、式 (54) の境界条件は気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する。

いま、気液界面 ( $y = \delta_A$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する。

$$y = \delta_{B1} : \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad [\text{CASE B-s}] \quad (75)$$

式 (75) の境界条件は気液界面で蒸気が完全にすべっている場合 (slip condition) に相当する。式 (75) を適用して、同等の手続きを用いると以下を得る。

[case B-s]

$$\overline{Nu_{B1}} \equiv \frac{2\sqrt{2}}{3} \left[ (1+B)^{3/4} - B^{3/4} \right] [Gr_{B1}/Sp]^{1/4} \quad (76)$$

$$B \equiv (\tilde{\delta}_{B1,0}/\sqrt{2})^4 \quad (77)$$

$$\dot{m}_{B1} = \frac{1}{3} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\nu_V} \right] \delta_{B1}^3 \quad (78)$$

半球状凸底面の端部 ( $\phi = \pi/2$ )、つまり垂直面の下端部 ( $\tilde{x}_{B1} = 0$ ) において蒸気の質量流量の連続性から次式が成り立つ。

$$\dot{M}_A \Big|_{\phi=\pi/2} = \dot{m}_{B1} \Big|_{\tilde{x}_{B1}=0} \times 2\pi R \quad (79)$$

式 (79) に式 (42)[もしくは式 (47)] の  $\dot{M}_A$  と式 (74)[もしくは式 (78)] の  $\dot{m}_{B1}$  を代入すれば [CASE A-ns]、[CASE A-s]、[CASE B-ns] および [CASE B-s] の以下の組み合わせに対して垂直面の下端部における無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B1,0}$  と無次元パラメータ  $B$  がそれぞれ次のように確定する。

[case A-ns + B-ns]

$$\tilde{\delta}_{B1,0} = 1.610688 [D/L_{B1}]^{1/4} \quad (80)$$

$$B = 0.420655 [D/L_{B1}] \quad (81)$$

[case A-s + B-s]

$$\tilde{\delta}_{B1,0} = 1.138928 [D/L_{B1}]^{1/4} \quad (82)$$

$$B = 0.420655 [D/L_{B1}] \quad (83)$$

## 2.5.2 波状界面の場合

垂直面長さが臨界波長  $\kappa_{cr}$  より大きい部分においては、蒸気膜ユニット長を代表長さとした西尾・大竹の整理式<sup>7)</sup>を適用して平均ヌッセルト数  $\overline{Nu_{B2}}$  を評価する。

$$\overline{Nu_{B2}} = 0.740 [Gr_{B2}/Sp^*]^{1/4} \quad (84)$$

ここに、

$$\overline{Nu_{B2}} = \frac{\overline{h_{B2}}\kappa}{\lambda_V} \quad (85)$$

$$Gr_{B2}[\kappa] \equiv (g\kappa^3/\nu_V^2)[(\rho_L/\rho_V) - 1] \quad (86)$$

$$Sp^* \equiv c_{pV}\Delta T_{\text{sat}}/Pr_V(\ell + 0.5c_{pV}\Delta T_{\text{sat}}) \quad (87)$$

$$\kappa = 16.2 \left[ \frac{1}{Gr_{B2}[\kappa_0]Sp^{*3}} \right]^{1/11} \kappa_0 \quad (88)$$

## 2.6 上向き水平面

上向き水平面は直径  $D$  の上向き水平面の円形伝熱面であるが、ここでは、近似的に、無限平面に対する次式の Berenson<sup>6)</sup> の解を適用して平均ヌッセルト数  $\overline{Nu_C}$  を評価する。

$$\overline{Nu_C} = 0.425 [Gr_C / Sp]^{1/4} \quad (89)$$

ここに、

$$\overline{Nu_C} \equiv \frac{\overline{h_C} \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{1/2}}{\lambda_V} \quad (90)$$

$$Gr_C \equiv \frac{g \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{3/2}}{v_V^2} [(\rho_{LS} / \rho_V) - 1] \quad (91)$$

$$Sp \equiv c_{PV} \Delta T_{sat} / (Pr_V \ell) \quad (92)$$

$\overline{Nu_C}$  と  $Gr_C$  の代表寸法としてラプラス定数 (Laplace constant)  $\sqrt{\sigma / g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$  が用いられているので、 $\overline{Nu_C}$  と  $Gr_C$  の計算には上向き水平面 (上向き水平面) の直径  $D$  は関係しない。なお  $\sqrt{\sigma / g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$  は気液界面の不安定性理論より導かれるもので臨界波長に関する。

## 3. 結果と考察

以上の解析から得られた伝熱特性を沸騰曲線上で議論する。沸騰曲線は、大気圧の飽和水に対して、式 (41) あるいは式 (46) の  $\overline{Nu_A}$ 、式 (71) あるいは式 (76) の  $\overline{Nu_{B1}}$ 、式 (84) の  $\overline{Nu_{B2}}$  および式 (89) の  $\overline{Nu_C}$  から計算される各面の平均熱伝達係数  $\overline{h_A}$ 、 $\overline{h_{B1}}$ 、 $\overline{h_{B2}}$ 、および  $\overline{h_C}$  を、それぞれ式 (11) もしくは式 (12) に代入して定まる全表面積の平均熱流束  $q$  を縦軸に、伝熱面過熱度  $\Delta T_{sat}$  を横軸にとって示す。なお、平均熱伝達係数の計算に際して、蒸気の物性値は伝熱面表面温度と飽和温度の平均値 (膜温度) で評価し、液体の物性値は飽和温度で評価する。

### 3.1 沸騰特性に及ぼす限界長さの影響

Fig.4 に示す沸騰曲線は直径 32mm、垂直面長さ 32mm の場合の限界長さ  $L_{B1}$  の影響を検討したものである。non-slip の場合には限界長さが小さくなると壁面の平均熱流束は大きくなる。一方、slip の場合には限界長さの影響をあまり受けないことがわかる。

### 3.2 沸騰特性に及ぼす垂直面長さの影響

Fig.5 に示す沸騰曲線は直径 32mm、垂直面長さ  $L$  (16~64mm) の影響を検討したものである。non-slip の

場合には垂直面長さ  $L$  が大きくなると  $q$  の値は常に増大するが、slip の場合には伝熱面過熱度  $\Delta T_{sat}$  が高いときは non-slip の場合と同様の傾向を示し、 $\Delta T_{sat} = 530K$  付近から  $\Delta T_{sat}$  が低くなるとその傾向が逆転する。すなわち、垂直面長さ  $L$  が大きくなると  $q$  の値は減少する。

### 3.3 沸騰特性に及ぼす直径の影響

Fig.6 に示す沸騰曲線は垂直面長さ  $L = 32mm$ 、直径  $D$  (16~64mm) の影響を検討したものである。non-slip の場合と slip の場合ともに直径  $D$  が大きくなると  $q$  の値は常に減少する。

また、Fig.6 に示す沸騰曲線と Fig.5 に示す沸騰曲線を比較すると、non-slip の場合と slip の場合ともに垂直面長さの影響よりも直径の影響が強いことがわかる。

### 3.4 本解析結果と実験値との比較

Fig.7 は著者らの銀製半球凸底面を有する垂直円柱 (以下垂直円柱) の過渡膜沸騰実験から得られたデータ<sup>3)</sup> と本解析結果を比較したものである。垂直円柱の直径は  $D = 32mm$  で垂直面長さは  $L = 32mm$  である。実験値は伝熱面過熱度  $\Delta T_{sat} = 200K$  付近より高い場合は non-slip の場合と slip の場合の曲線間にあるが、 $\Delta T_{sat} = 200K$  付近より低い場合は本解析結果の slip の場合よりもおおよそ 9% 高くなる。

## 4. むすび

半球状の凸底面を有する垂直円柱を飽和液体中に垂直に浸漬した場合の定常膜沸騰解析を行い、沸騰曲線上で実験データとの比較を行った。本解析は著者らの得た実験データとよく一致することを明らかにした。

### 参考文献

- 1) 日本機械学会編, 伝熱工学の進展, (1995).
- 2) D.F.Fletcher, M.Sigurdson: *Nuclear Engineering and Design*, **189**, (1999), 239-250 .
- 3) 山田他 5 名: 長崎大学工学部研究報告, **37**-68 (2007) .
- 4) T.H.K.Frederking and J.A.Clark: *Advanced Cryogenic Engineering*, **8**, (1963), 501.
- 5) L.A.Bromley: *Chem.Eng.Prog.*, **46**-5 (1950), 221 .
- 6) P.J.Berenson: *Trans.ASME, J.HeatTransfer*, **83**, (1961), 351.
- 7) 西尾・大竹: 日本機械学会論文集, B 編 **58**-554, (1992-10).
- 8) 茂地・山田: 長崎大学工学部研究報告, **26**-47, (1996), 145.

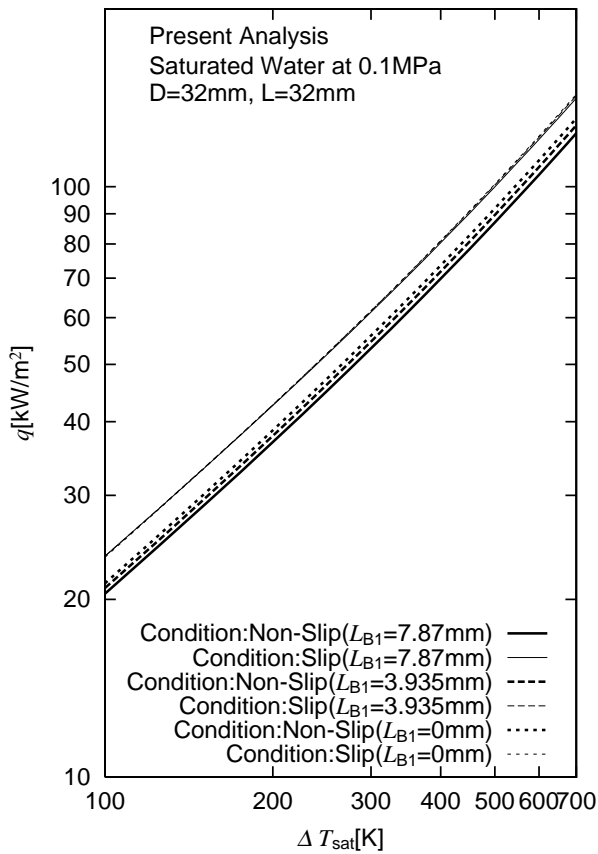


Fig. 4: Effect of critical length on overall boiling heat transfer

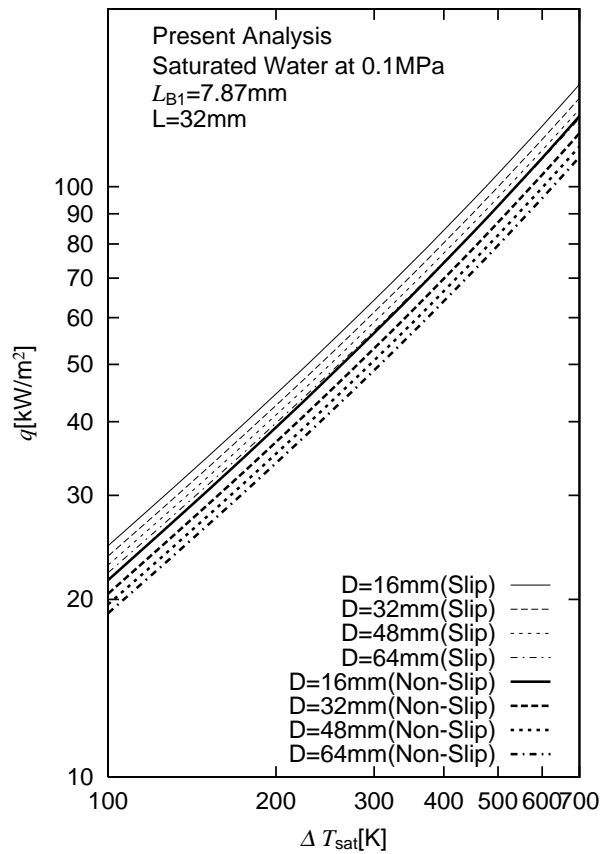


Fig. 6: Effect of diameter on overall boiling heat transfer

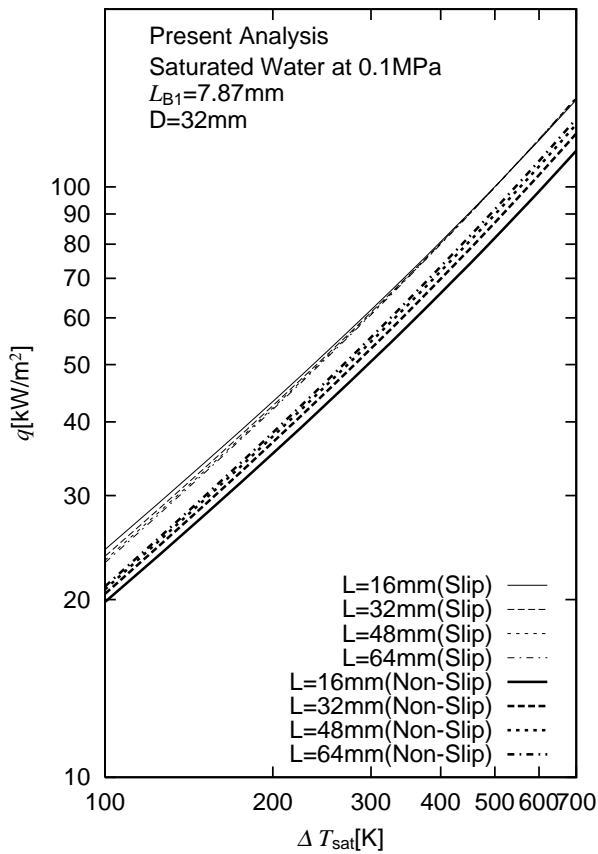


Fig. 5: Effect of length on overall boiling heat transfer

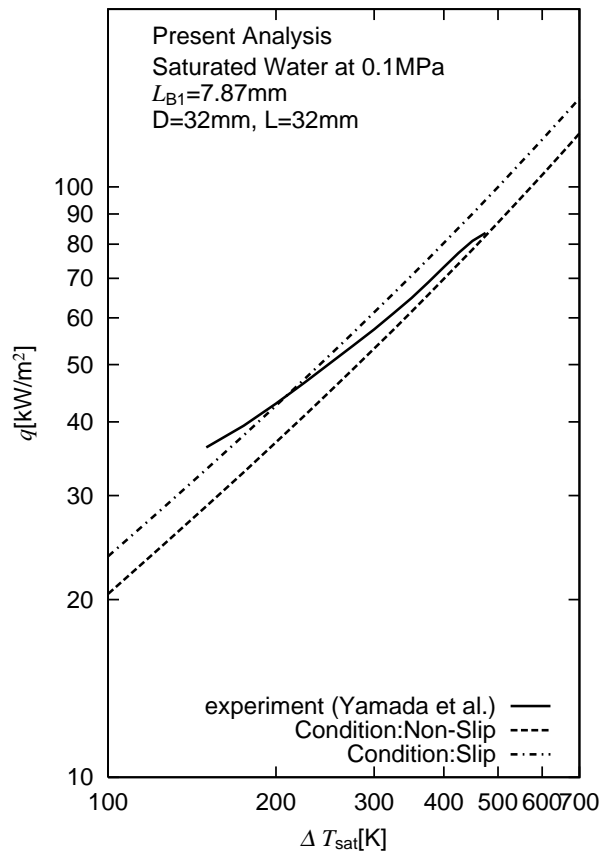


Fig. 7: Comparison of the present analysis with experimental data