

## 第2章 流れの解析理論

### 2.1 準一次元理論

#### 2.1.1 まえがき

この章では、遠心ファンの理論揚程と諸圧力損失について述べ、それらの理論解析を行っている。

#### 2.1.2 遠心ファンの理論揚程

まず羽根数が無限で流動損失が無い場合を考える。最も理想的な場合として、羽根車を通る流れが回転軸に垂直な断面内において、流動損失が無く、かつ流れの状態が軸方向および周方向に変化せず半径  $r$  のみによって決まる軸対称一次元流れの場合を考える。また入口部では予旋回無しとする。この場合相対流出角は羽根出口角に等しい。この場合の理論ヘッド  $H_{th\infty}$  は次式で示される。

$$\begin{aligned} H_{th\infty} &= \frac{1}{g} (u_2 V_{u_{2\infty}} - u_1 V_{u_{1\infty}}) \\ &= \frac{1}{g} (u_2 V_{u_{2\infty}}) \end{aligned} \quad (2-1)$$

ここで  $g$  は重力加速度、 $u_1$  は羽根車入口周速、 $u_2$  は羽根車出口周速、 $V_{u_2}$  は羽根出口絶対速度の周方向成分、 $V_{u_1}$  は羽根入口絶対速度の周方向成分である。

次に羽根数が有限で流動損失が無い場合を考える。無限に薄い羽根が無数にある仮想的な羽根車では流れは羽根出口角  $\gamma_2$  に沿って流出するが、有限の羽根の場合相対流出角  $\beta_2$  は  $\gamma_2$  と一致しない。この現象は流動損失がまったくない完全流体の場合にも生じる。すなわち羽根車が角速度  $\omega$  で回転しているとき流体の微粒子自身は絶対座標系で回転しないので相対流れ場に  $-2\omega$  の渦度が分布し、それによって相対的循環流れが生じ、これと羽根車の通り抜け流れとの重ね合わせの結果として相対流出流れは回転方向と逆の方向に傾き、相対流出角  $\beta_2$  は羽根出口角  $\gamma_2$  より小さくなる。このため羽根出口における絶対流れの旋回速度成分  $V_{a2}$  が羽根車無限大の場合の  $V_{u_{2\infty}}$  に比べて小さくなる。この速度成分の減少量を滑り速度  $C_{SL}$  といい、理論仕事  $H_{th}$  は次式のようになる。

$$H_{th} = H_{th\infty} - \frac{1}{g} u_2 C_{SL} \quad (2-2)$$

ここで滑り速度  $C_{SL}$  は次式で与えられる。

$$C_{SL} = u_2 (1 - \sigma) \quad (2-3)$$

ここで  $\sigma$  は滑り係数である。滑り係数の算出には Wiesner の式を用いた。

$r_1/r_2 \leq (r_1/r_2)_{lim}$  のとき

$$\sigma = 1 - \sqrt{\sin \gamma_2} / B^{0.70}$$

$r_1/r_2 > (r_1/r_2)_{lim}$  のとき

(2-4)

$$\sigma = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sin \gamma_2}}{B^{0.70}} \right) \left[ 1 - \left\{ \frac{(r_1/r_2) - (r_1/r_2)_{lim}}{1 - (r_1/r_2)_{lim}} \right\}^8 \right]$$

ここで  $(r_1/r_2)_{lim} = 1 / \exp(8.16 \sin \gamma_2 / B)$ 、 $r_1$  は羽根車内径の半径、 $r_2$  は羽根車外径の半径、 $B$  は羽根枚数、 $\gamma_2$  は羽根出口角である。

これにより滑りを考慮した場合の出口流れは決定できる。

### 2.1.3 諸圧力損失

次に羽根数が有限で損失がある場合を考える。損失を考慮した場合の羽根車の有効ヘッド  $H$  は次式で与えられる。(64)

$$H = H_{th} - h_l \quad (2-5)$$

ここで  $h_l$  は羽根車における損失ヘッドである。本研究では流路内減速、翼入口衝突、出口におけるウェークジェット、ベルマウスでの漏れ流れを原因とする混合損失と羽根車流路内での摩擦損失を考慮した。これらの損失は羽根数が有限で流動損失が無い場合に算出した流れにおいて次から示す式において算出した。

(a) 羽根車流路内で摩擦損失および減速剥離による混合損失

羽根車流路内損失の算出には Eckert による式を用いた。Eckert は流路の壁面の摩擦に依存する項  $h_{lbf}$  と流路内の減速比（翼負荷）による項  $h_{lbd}$  に分離して示した。(65)

$$h_{lb} = h_{lbf} + h_{lbd} \quad (2-6)$$

$$h_{lbf} = C_f \frac{u_2^2}{2g} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \left\{ \frac{1 + (W_2/W_1)}{2} \right\}^2 \times 2 \frac{B \frac{lb_m}{D_1 b_1} + \frac{\pi D_2^2}{4 D_1 b_1} \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}{\pi \sin \gamma_1 \cos^2 \gamma_1} \quad (2-7)$$

$$h_{lbd} = \zeta_d \frac{u_2^2}{2g} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \frac{1 - (W_2/W_1)^2}{\cos^2 \gamma_1} \quad (2-8)$$

ここで  $C_f$  は壁面摩擦係数、 $l$  は羽根の長さ ( $l = (r_2 - r_1) / \sin \beta_m$ 、 $\beta_m = (\gamma_1 + \gamma_2) / 2$ )、 $\gamma_1$  は羽根入口角、 $b_m$  は羽根高さの平均 ( $b_m = (b_1 + b_2) / 2$ )、 $b_1$  は羽根入口高さ、 $b_2$  は羽根出口高さ、 $\zeta_d$  は損失係数である。

(b) 羽根入口における衝突に起因した混合損失

二次元的に製作された羽根車の場合、流れが軸方向から径方向へ曲げられ羽根前縁にお

けるメリディアン速度  $c_{m1}$  はディスクからシュラウドまで一様分布ではないので、設計点においても全領域で無衝突流入条件が満足できない。そこで Eckert はこの入口の曲がりによる損失ヘッドを次式で与えている。(65)

$$h_{ib} = \zeta_{ib} (c_1^2 / 2g) \quad (2-9)$$

ここで  $\zeta_{ib}$  は曲がりによる損失係数である。

また設計点以外の流量では次の衝突による損失を付加する必要がある。Galvas (66) によると

$$h_{sh} = \frac{c_{sh}^2}{2g} \quad (2-10)$$

ここで  $c_{sh} = W_1 \sin |i_b - i_b^*|$

$$i_b = \gamma_1 - \beta_1$$

$i_b^*$  は無衝突入射角で通常  $2 \sim 5^\circ$  である。

#### (c) 羽根出口におけるウェーク・ジェット混合損失

羽根後縁の厚さおよび羽根流路間で生じた低エネルギー流体の集積のため羽根車出口にウェーク・ジェット域が存在し、これが主流部と混合する過程で混合損失が生じる(67)。

Johnston と Dean (68) によると、

$$h_{l,mix} = \frac{K_{BW}^2}{(1 - K_{BW})^2} \frac{c_{m2}^2}{2g} \quad (2-11)$$

ここで

$$K_{BW} = (\delta_w + t_{\theta 2}) / (2\pi r_2 / B)$$

$\delta_w$  はウェークの周方向の幅、 $t_{\theta 2}$  は羽根後縁の周方向の厚さ、 $c_{m2}$  はメリディアン速度である。

#### (d) 漏れによる混合損失

遠心ファンにおいては、ベルマウスと羽根シュラウドとのすきまが比較的大きく、そこからの漏れがかなり大きい。ここでは、漏れのジェットがベルマウスから流入する主流と混合する過程で生じる損失を運動量保存と運動エネルギー収支の関係から次式により求めた。

$$h_m = \left\{ Q_1 \frac{(V_1^2 - V_3^2)}{2g} + Q_2 \frac{(V_2^2 - V_3^2)}{2g} \right\} / Q_3 \quad (2-12)$$

ここで  $Q_1$  は送風機流量、 $Q_2$  は漏れ流量、 $Q_3$  は羽根通過流量 ( $Q_3 = Q_1 + Q_2$ )、 $V_1$  はベルマウス内径を通過する流体の流速、 $V_2$  は漏れ流れの流速、 $V_3$  は主流と漏れ流れが混合した後の流速である。 $V_2$  の漏れ流れの速度は、ファンの場合には、羽根車出口の圧力がそのままベルマウスとシュラウドの間にも保たれるので、出口圧力にベルマウス部における圧力の差圧から求めた。

漏れ流量は Eckert により次の式が与えられている。

$$Q_2 = 1.80\delta_s D_0 u_2 \quad (2-13)$$

ここで  $\delta_s$  は吸込みコーンと口金の中のすき間の間隔、 $D_0$  は口金部の直径、 $u_2$  は羽根車外径の周速度である。

以上より羽根車の各パラメータが決定すれば一次元流動解析により羽根入口流れ、羽根出口流れ、有効ヘッド等は算出される。

## 2. 2 三次元理論

### 2.2.1 まえがき

羽根車内部の流れは、複雑な三次元流れとなり、その状態を知ることは性能を向上させる観点から重要である。しかしながら実験により調べることは非常に困難であり、ここでは数値シミュレーションによって把握を図るものである。特に、インデューサの有無、羽根出口角の大きさの差、さらに漏れなどの内部流れの状態を調べるために行なった。また、羽根車内部流れの解析のために、汎用流体解析ソフトである CFX-TASCflow を使って数値計算を行った。CFX-TASCflow は、高速回転体を含む大規模なメッシュが必要とされるターボ機械アプリケーションを念頭において開発された汎用 CFD ソフトウェアであり、ターボ機械分野で多くの設計者によって使用され、多くの実績をあげている。

### 2.2.2 計算モデル

作動流体は空気、流量は使用点流量( $\phi=0.2$ )、回転数は 1055rpm、羽根枚数は 11 枚とした。数値計算の計算領域を図 2-1 に示す。格子作成にはターボ機械専用の CFX-TurboGrid を用いた。実機では、吐き出し口から先にスクロールがなく、ほぼ対称的な流出条件となっているので 1 ピッチについて計算を行った。格子数は流れ方向に 59、周方向に 35、スパン方向に 28 とっており、総計 57820 である。

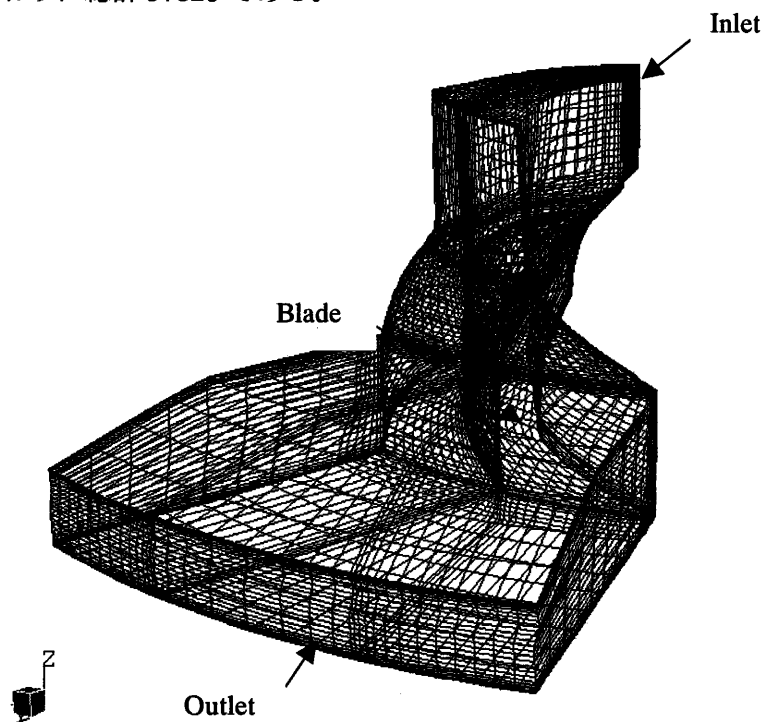


図 2-1 計算領域

### 2.2.3 基礎式

基礎方程式には質量保存の式と運動量保存の式である以下の式を用いた。

質量保存の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (2-14)$$

運動量保存の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i \quad (2-15)$$

ここで、

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} - \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$F_i = - \left( 2 \bar{\Omega} \times \bar{U} + \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}) \right)$$

$\rho$ :密度、 $t$ :時間、 $P$ :圧力、 $\tau_{ij}$ :粘性応力テンソル、 $F_i$ :外力、 $U_i$ は各座標軸方向の速度ベクトル成分、 $x_i$ は各座標軸の方向、 $\times$ は外積、 $\bar{\Omega}$ は回転速度、 $\bar{r}$ は位置ベクトルを表している。

式(3-1)、(3-2)を非圧縮とし、レイノルズ平均を施すと

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij} + \rho \overline{u_i u_j}) \quad (2-17)$$

となる。ここで、

$$\bar{\tau}_{ij} = -\mu \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

である。

また、 $u_i$ は速度変動の各方向成分で  $U_i = \bar{U}_i + u_i$  となる。

式(3-4)の右辺  $-\rho \overline{u_i u_j}$  はレイノルズ応力である。

乱流モデルは、標準的な乱流モデルである標準型  $k-\varepsilon$  モデルを使用するとレイノルズ応力は次の形でモデル化される。

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (2-18)$$

$\mu_t$  は乱流粘性係数と呼ばれ、以下の式で定義される。

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

ここで、 $C_\mu$  は経験定数であり、 $k$  は次の輸送方程式より求めた。

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_i} \left( u_j \left( p + \rho \frac{u_i u_j}{2} \right) \right)}_{\text{拡散項}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)}_{\text{生産項}} + \underbrace{P_k - \rho \varepsilon + \overline{F u_j}}_{\text{消散項}}$$

ここで、

$$P_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x_j} \quad \varepsilon = \frac{\mu}{\rho} \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$$

拡散項は乱流拡散、圧力拡散をまとめて勾配拡散近似により次のようにモデル化される。

$$-u_j \left( p + \rho \frac{u_i u_i}{2} \right) = \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i}$$

ここで、 $\sigma_k$  は乱流プラントル数と呼ばれ、一般に $\sigma_k = 1$ である。  
 $\varepsilon$  方程式は次のようにモデル化される。

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma^\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon)$$

ここで、

$$\Gamma^\varepsilon = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$$

式(2-14)、式(2-15)は乱流モデルを考慮すると以下の式になる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_j) = 0 \quad (2-19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{U_j U_i}) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_{eff} \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right\} + F_i \quad (2-20)$$

ここで、

$$\mu_{eff} = \mu_t + \mu$$

CFX-TASCflow では有限体積法を用いて基礎方程式を離散化している。よって、式(2-19)、式(2-20)は以下のような式になる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_s \rho u_j dn_j = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_V \rho u_i dV \right) + \int_s \rho u_j u_i dn_j = -\int_s \rho dn_i + \int_s \mu_{eff} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_s f_i dV$$

タイムステップ、拡散項、圧力勾配項の計算は標準的な有限要素法に従っている。対流項の計算は風上差分を用いており、修正項として PAC(Physical Advection Correction)法を使っている。

## 2.2.4 解析条件

### ・境界条件

壁面は静止相対座標系、入口境界条件 1 は質量流量(kg/s)、入口境界条件 2 はベルマウスから漏れる質量流量(kg/s)、出口境界条件は静圧 0(Pa)を与えた。

### ・初期条件

$u=0$ (m/s)、 $v=2$ (m/s)、 $w=2$ (m/s)とした。また、乱れの強さ=0.03、渦の大きさ=0.03 とした。