

水平等温面まわりの自然対流CFD解析 (第2報：平板厚さの影響)

津田 和則*・茂地 徹**・桃木 悟*

CFD analysis on natural convection around an isothermal horizontal plate
(Part : Effect of plate thickness)

by

Kazunori TSUDA*, Toru SHIGECHI**, Satoru MOMOKI*

In the authors' previous report the numerical analysis was presented around an isothermal horizontal thin plate. There is no report that discusses the effect of plate thickness on the fluid flow and heat transfer due to natural convection around an isothermal horizontal plate. In this report the numerical results by CFD code for the velocity and temperature fields and the local and average Nusselt numbers are presented and discussed for various thick plates.

Key words : natural convection, CFD, isothermal horizontal plate, effect of plate thickness

1. まえがき

有限幅の水平加熱平板まわりの自然対流は半導体や電子機器等の冷却に応用されている。しかし、伝熱設計において、伝熱体が下向き水平加熱面、垂直側面および上向き水平加熱面の複数の面で構成されるため、水平加熱平板まわりの自然対流による流動と伝熱の理論的予測は容易ではない。その主な理由は、これまで数多くの実験および理論(数値解析を含む)研究が行われているにもかかわらず、有限幅の下向き水平加熱面からの自然対流の伝熱機構解明が不十分であるためである。つまり、Aihara らの下向き水平平板まわりの自然対流実験⁽¹⁾で得られている伝熱面近くの特異な流動様相(境界層の外側に形成される流れの反転)を十分に説明する理論あるいは数値解析は公表されていない。前報⁽²⁾で Aihara らの実験を数値的に再現するため実験領域全体を計算領域とし、かつ同等の条件で CFD 数値解析を試みた。ただし、実験では擬似的に2次元現象を実現していることから、2次元数値解析を実施し、水平下向き等温面の実験データとの比較を行ってよい結果を得ている。しかしながら、Aihara らの実験では薄板全面を等温加熱しているに

もかかわらず下向き面下の結果の整理だけにとどまっている。そこで、前第1報⁽³⁾では、本解析における上面と側面の数値解析結果を整理し、Aihara らの実験では提示されなかった結果について議論している。これまでは薄い平板について述べてきたが、本報では、板厚の影響による流動様相の変化、温度場の変化およびヌッセルト数の変化を前報⁽²⁾⁽³⁾と同様の解析方法で計算し、それらの結果と比較している。

主要記号

a	: 温度伝導率[m ² /s]
g	: 重力加速度[m/s ²]
L	: 平板の幅[m]
Nu_x	: 局所ヌッセルト数
Nu	: 平均ヌッセルト数
p	: 圧力[Pa]
Pr	: プラントル数
q	: 局所熱流束[W/m ²]
Ra	: レイレイ数
t	: 平板の厚さ[m]

平成18年12月14日受理

*大学院生産科学研究科(Graduate School of Science and Technology)

**機械システム工学科(Department of Mechanical Systems Engineering)

- u : x 方向速度 [m/s]
 - v : y 方向速度 [m/s]
 - α_x : 局所熱伝達係数 [W/(m²·K)]
 - α : 平均熱伝達係数 [W/(m²·K)]
 - T_w : 温度
 - ΔT : 温度差(= $T_w - T_\infty$)
 - T^* : 無次元温度
 - k : 熱伝導率 [W/(m·K)]
 - μ : 粘性係数 [Pa·s]
 - ν : 動粘性係数 [m²/s]
 - ρ : 密度 [kg/m³]
 - f : 流れ関数
- 添字
- 0 : 基準
 - w : 壁面
 - ∞ : 周囲
 - u : 上面
 - b : 下面
 - s : 側面
 - ave : 平均

2.2 数値解析モデル

Aihara らの実験結果から装置の中央部は擬似的2次元現象を実現しているため、CFDによる数値解析も Fig.2 に示す2次元モデルで実施した。

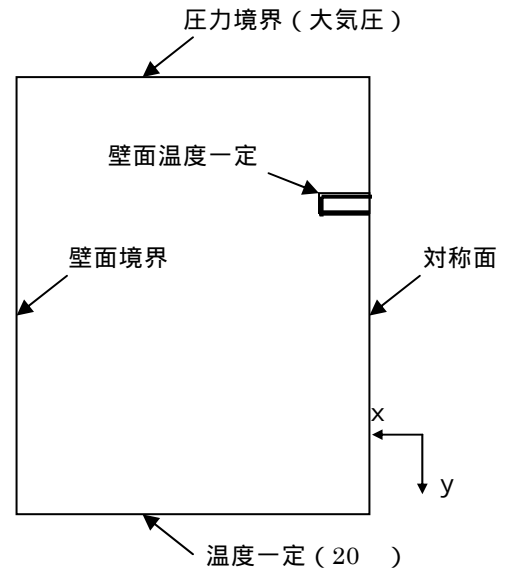


Fig.2 2次元解析モデル

2. CFD 解析

2.1 Aihara らの実験装置⁽¹⁾

実験設備の主要寸法を3次的に示すと Fig.1 のようになる。対称性から 1/4 モデルを示す。

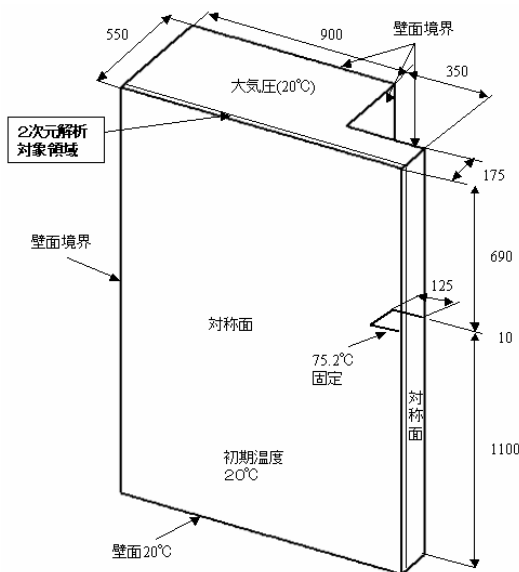


Fig.1 実験設備の主要寸法(1/4モデル)

2.3 空気の物性

浮力は空気の密度差で考慮し、比熱、粘性および熱伝導率は膜温度 $(T_w + T_\infty)/2$ で評価する。

2.4 基礎方程式

連続の式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

運動量の式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \tag{2}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(\rho - \rho_0)$$

エネルギー式

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \tag{3}$$

2.5 熱伝達係数

加熱面(上面と下面)の任意の位置での局所ヌッセルト数 Nu_x は次のように定義される。

$$Nu_x = \frac{\alpha_x L}{\lambda} = \frac{\lambda L}{\delta_1 \lambda} = \frac{L}{\delta_1} \quad (4)$$

$$\text{ここで } \delta_1 = -(\theta_w - \theta_\infty) / (\partial\theta/\partial y)_w \quad (5)$$

平均ヌッセルト数 Nu は式(4)より

$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx \quad (6)$$

ただし、側面の代表寸法は厚さ t とする。

各面の平均ヌッセルト数を上面 Nu_u 、下面 Nu_b 、側面 Nu_s とし、それぞれに対応する平均熱伝達率を α_u 、 α_b 、 α_s として、

$$\begin{aligned} Nu_u &= \alpha_u L / \lambda \\ Nu_b &= \alpha_b L / \lambda \\ Nu_s &= \alpha_s t / \lambda \end{aligned} \quad (7)$$

と定義する。単位長さあたりの全伝熱量を Q 、全伝熱面積を $A=2(L+t)$ とすると次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} Q &= (\alpha_u L + \alpha_b L + 2 \alpha_s t) \cdot A \\ &= \alpha_{ave} \cdot A \end{aligned} \quad (8)$$

したがって、全体の平均熱伝達係数および平均ヌッセルト数を次のように定める。

$$\begin{aligned} \alpha_{ave} &= (\alpha_u L + \alpha_b L + 2 \alpha_s t) / 2(L+t) \\ Nu_{ave} &= \alpha_{ave} L / \lambda \\ &= (Nu_u + Nu_b + 2Nu_s)L / 2(L+t) \end{aligned} \quad (9) \quad (10)$$

2.6 数値計算の手法

CFD解析にはSTAR-CD (Ver.3.24) ⁽⁴⁾ を使用し、定常解析を実施した。離散化手法は有限体積法で

- ・最小格子: Δx 、 $\Delta y = 0.5\text{mm}$
- ・最大格子: Δx 、 $\Delta y = 10\text{mm}$ で不連続格子採用。
- a) 解析アルゴリズム: PISO法
- b) 対流項差分スキーム: UD法
- c) マトリクス解法: AMG法

2.7 解析条件と境界条件

Fig.2 に示すように水平平板は温度一定とする。中心部は左右対称性から対称条件、下部境界面は一定温度(20℃)と仮定する。側面の外壁境界は実験では木材が使用されているが、種類・厚さが不明であることから外部の自然対流を考慮して熱通過係数を $5\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ と仮定して解析する。ただし、外気温度は20℃とする。上部は大気開放の圧力境界とする。

解析の条件は、Aihara らの実験では空気の温度

20℃、 $\rho = 55.2$ であることから、水平平板の温度は75.2℃とする。

解析で厚さの影響をみるために、前報⁽³⁾の Aihara らの板厚(10mm)を参考($t/L=0.04$)として、

ケース1: 2倍($t/L=0.08$)

ケース2: 3倍($t/L=0.12$)

ケース3: 4倍($t/L=0.16$)

ケース4: 5倍($t/L=0.20$)

の4種類の板厚を設定した。

3. 解析結果

解析結果の代表例として、ケース1を Fig.3.1 ~ Fig.3.6 に示す。

Fig.3.1: 等流れ線図,速度ベクトル図(全体図)

Fig.3.2: 等流れ線図,速度ベクトル図(拡大図)

Fig.3.3: 無次元等温線図,温度コンター図(拡大図)

Fig.3.4: 速度プロファイル

Fig.3.5: 無次元温度プロファイル

Fig.3.6: 局所及び平均ヌッセルト数

さらに、ケース3を Fig.4.1 ~ Fig.4.6 に示す。

Fig.4.1: 等流れ線図,速度ベクトル図(全体図)

Fig.4.2: 等流れ線図,速度ベクトル図(拡大図)

Fig.4.3: 無次元等温線図,温度コンター図(拡大図)

Fig.4.4: 速度プロファイル

Fig.4.5: 無次元温度プロファイル

Fig.4.6: 局所及び平均ヌッセルト数

全体の平均ヌッセルト数の比較を Fig.5 に示す。

4. 考察

4.1 速度場と温度場

下向き加熱面の速度プロファイルはAihara らの実験結果とよく一致していることを前報⁽²⁾で示した。また、側面と上面の速度プロファイルも加えて示した。側面においては垂直方向の速度は上端部付近を除けば、ほぼ同じ速度を示すが、上面に近いほど浮力の影響を受けて速くなっている。

上面では、端部近くで側面からの上向き流れの影響により端部の壁面近くで負の速度を持つ循環領域が形成されている。

本報では板厚が大きくなって下面の速度プロファイルおよび最大速度はほとんど変わらないことを示している。側面では板厚が大きくなるにつれて浮力による側面での上昇流速度がさらに大きくなり、上面に回り込む際に上向きの慣性力が大きくなるため上面では面に沿って流れ難くなり上面における循環領域

が広がっている。

上面での流れは板厚 3 倍までは、端部近くの循環領域を過ぎるといったん板の表面に沿って板幅中心まで流れるが、4 倍以上になると更に上昇流の影響が強くなり、循環領域を形成した後、一度は表面に沿って流れるが上昇流の影響の方が強くなり、中心部でも循環領域を形成するようになる。

前報⁽²⁾では下向き面の温度プロファイルは解析結果と実験結果はほぼ一致していることを確認している。側面では、上下両端付近でヌッセルト数が大きい値を示している。上面では端部が大きな値を示し、中央部は上昇流が大きく壁面に沿った流れが小さくなって小さな値を示している。端部に近いところでは速度プロファイルに見られるように循環流が起きておりヌッセルト数が若干低い値を示している。また中心に近いところでは循環流は起きていないが、表面近くの流速は小さく低い値を示している。

本報では、板厚が厚くなると側面では流速が速くなるためヌッセルト数は大きくなっている。その影響で上面では端部の循環領域が拡がり、その部分のヌッセルト数が低い値を示す。平均ヌッセルト数も小さくなっている。

板厚 3 倍までは基準厚さと同様の傾向を示しているが、板厚 4~5 倍では板幅中心付近では流れの循環のため、温度境界層が薄くなる部分が出てきてヌッセルト数が局部的に高い値を示している。

4.2 熱伝達係数

前報⁽²⁾で下面の熱伝達係数は Aihara らの結果とほぼ一致していることを示した。本報では各板厚に対し下面、側面、上面の局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数を解析したが、代表例として Fig.3.6 に 2 倍の板厚の場合、Fig.4.6 に 4 倍の板厚の場合の結果を示す。

Wei⁽⁵⁾らは、上下面加熱の場合の平均ヌッセルト数を数値計算結果から下記の式で整理している。

$$\text{上面: } Nu_{u,ave} = 0.353 Ra^{0.227} \quad (11)$$

$$1.0 \times 10^5 \leq Ra \leq 1.0 \times 10^7$$

$$\text{下面: } Nu_{b,ave} = 0.751 Ra^{0.194} \quad (12)$$

$$1.0 \times 10^5 \leq Ra \leq 1.0 \times 10^7$$

この式を前報⁽²⁾の薄い板厚(10mm)の場合で検討してみる。レイレイ数 ($Ra=6.51 \times 10^7$) は適用範囲から少しはずれるが、式(11)と(12)の計算結果より、それぞれ、

$$\text{上面: } Nu_{u,ave} = 20.96, \text{ 下面: } Nu_{b,ave} = 24.63$$

となり、本計算結果である上面: 20.4, 下面: 24.4 の値とほとんど一致している。このことから、式(12)の適用範囲をもう少し広げることができる。

5. むすび

板厚の異なる有限幅の水平等温面からの自然対流を CFD ソフトウェアで数値解析し、次の結論を得た。

(1)前報⁽²⁾で Aihara らの実験と同様な計算領域と壁面境界条件を設定することで、下向き水平等温面まわりの流れを数値的に再現することが可能となったことを示し、前報⁽³⁾では、この実験で計測されていない側面と上面の流速分布、温度分布およびヌッセルト数を推定した。本報では、板厚の異なる場合について前報と同様の解析方法により各板厚で各面の流速分布、温度分布およびヌッセルト数を示し、板厚の影響を明らかにした。

(2)前報⁽³⁾では基準板厚の側面と上面も同様手法で求めることにより、各面の平均ヌッセルト数は下向き面で 24.4、側面で 2.6、上面で 20.4 となり、板まわり全体での平均ヌッセルト数 24.0 を得ており、Wei⁽⁵⁾らの計算結果とほぼ一致することを確認した。本報では、板厚の異なる場合の各面での平均ヌッセルト数と板まわり全体でのヌッセルト数を得ており、2 倍の板厚では下向き面で 24.2、側面で 4.8、上面で 19.5、全体で 24.7、3 倍の板厚では下向き面で 24.2、側面で 6.7、上面で 18.7、全体で 25.2、4 倍の板厚では下向き面で 23.5、側面で 8.0、上面で 18.6、全体で 25.0、5 倍の板厚では下向き面で 23.4、側面で 10.0、上面で 22.0、全体で 27.9 である。Fig.5 に示す全体の平均ヌッセルト数の比較図では下面においては板厚による変化は若干小さくなる傾向は見られる。側面では板厚が大きくなるにつれ大きくなり、上面では逆に小さくなる傾向であることを示した。ただ、全体の平均ヌッセルト数はほとんど変わらないことも分かった。ただし、板厚が 4 倍以上になると上面では板端付近の流れの循環のため局所ヌッセルト数は小さくなるが、板幅中央付近の流れの循環では局所ヌッセルト数が大きくなり傾向が変わることを示した。

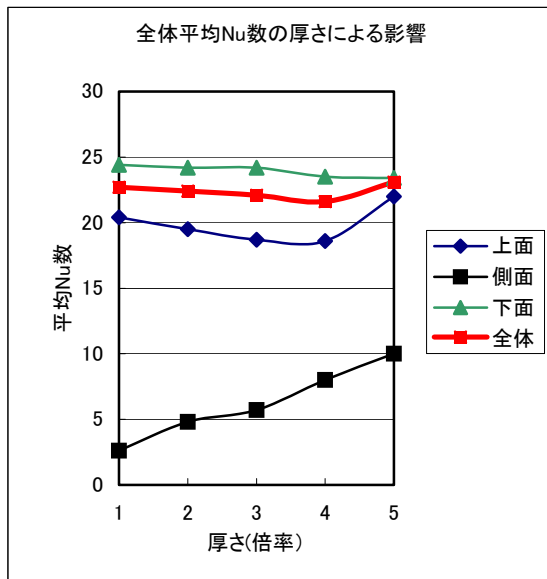


Fig.5 平均ヌッセルト数の比較

参考文献

- 1) T. Aihara, Y. Yamada, S. Endo, Int. J. Heat & Mass Transf., **15**(1972), 2353-2549.; 相原・ほか2名、第8回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1971), 325-328.
- 2) 津田・茂地・桃木, 長崎大工研報, **36-66**(2005), 6-14.
- 3) 津田・茂地・桃木, 長崎大工研報, **36-67**(2006), 14-24
- 4) (株)シーディー・アダプコ・ジャパン: STAR-CD V.3.2 理論マニュアル (2005).
- 5) J.J. Wei, B. Yu, Y. Kawaguchi, Numerical Heat Transfer, Part A, **44**(2003) 39-58

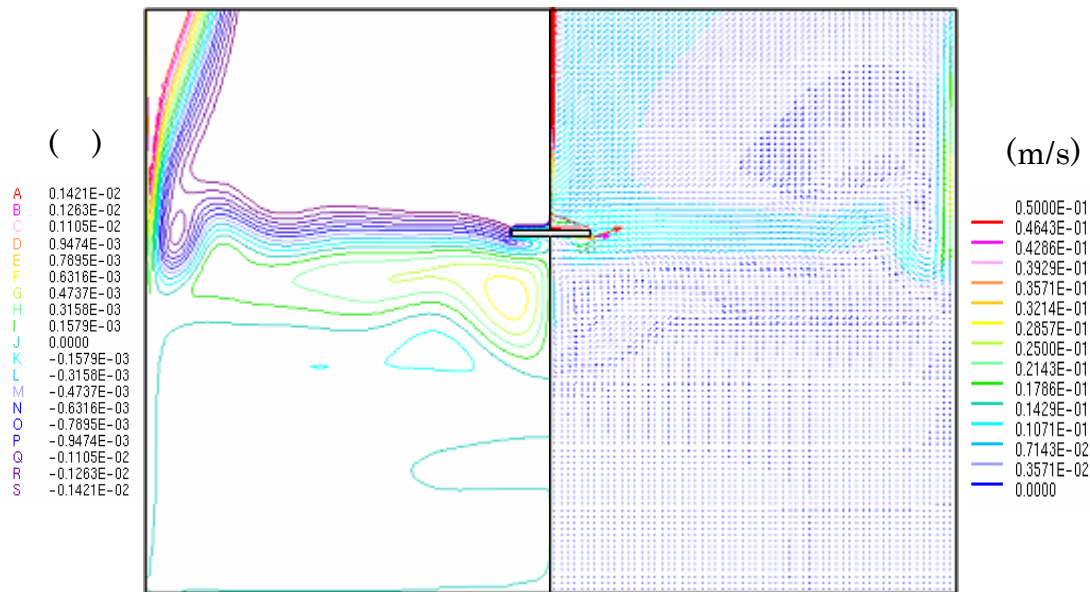


Fig.3.1 等流れ線図、速度ベクトル図（全体図）（2倍の板厚）

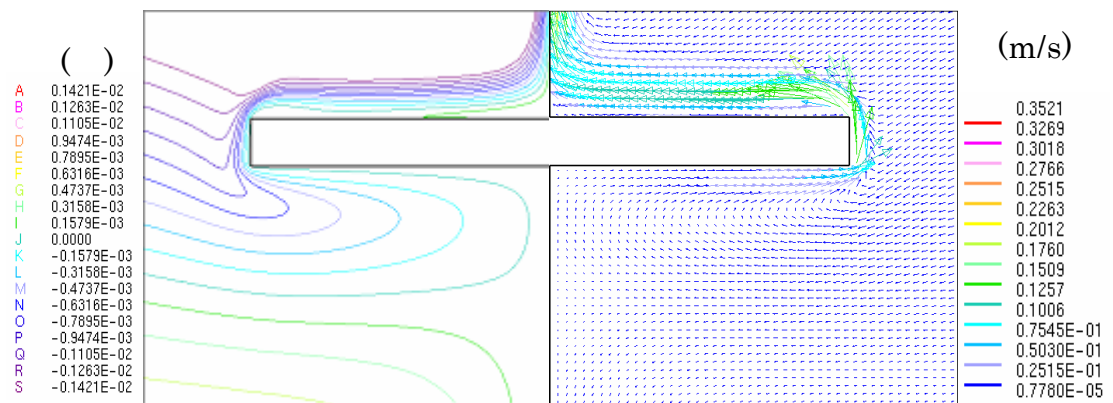


Fig.3.2 等流れ線図、速度ベクトル図（拡大図）（2倍の板厚）

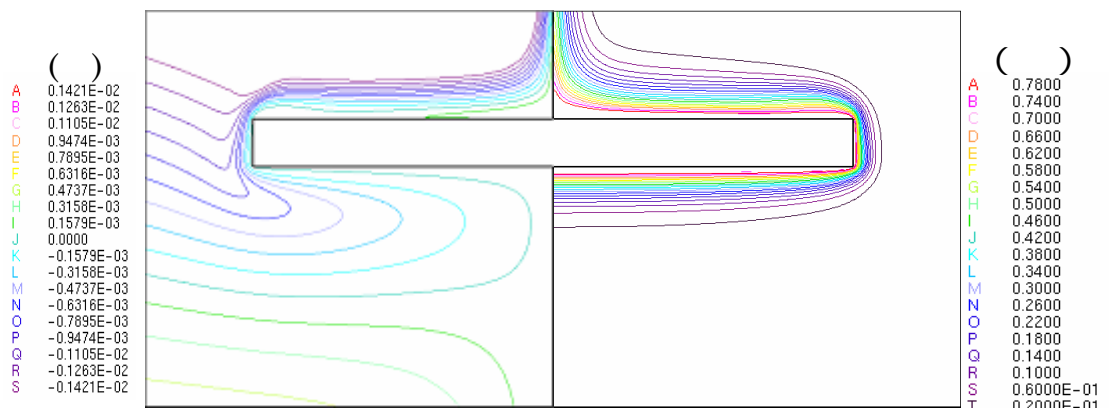


Fig.3.3 等流れ線図、無次元等温線図（拡大図）（2倍の板厚）

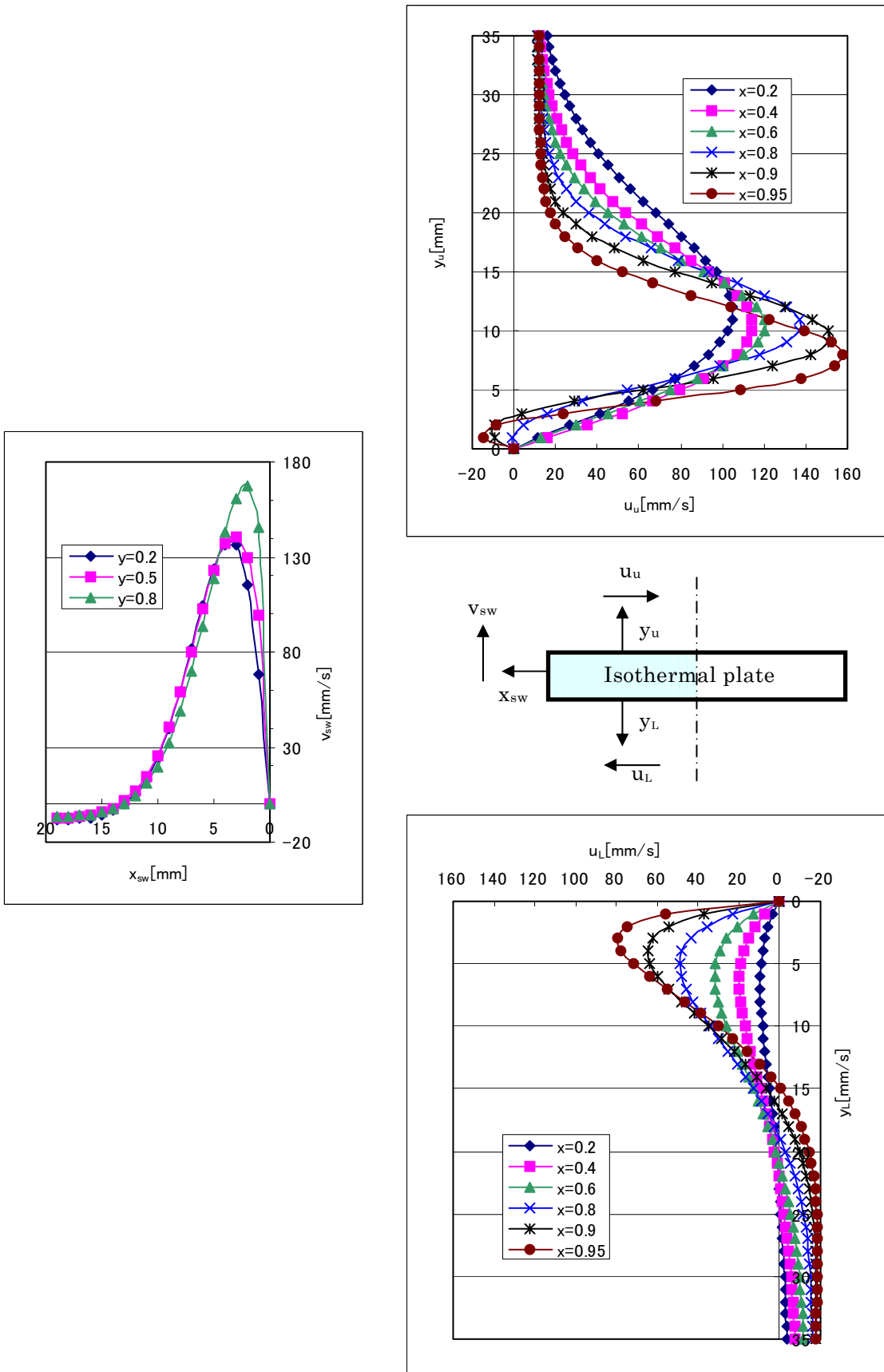


Fig.3.4 速度プロファイル(2倍の板厚)

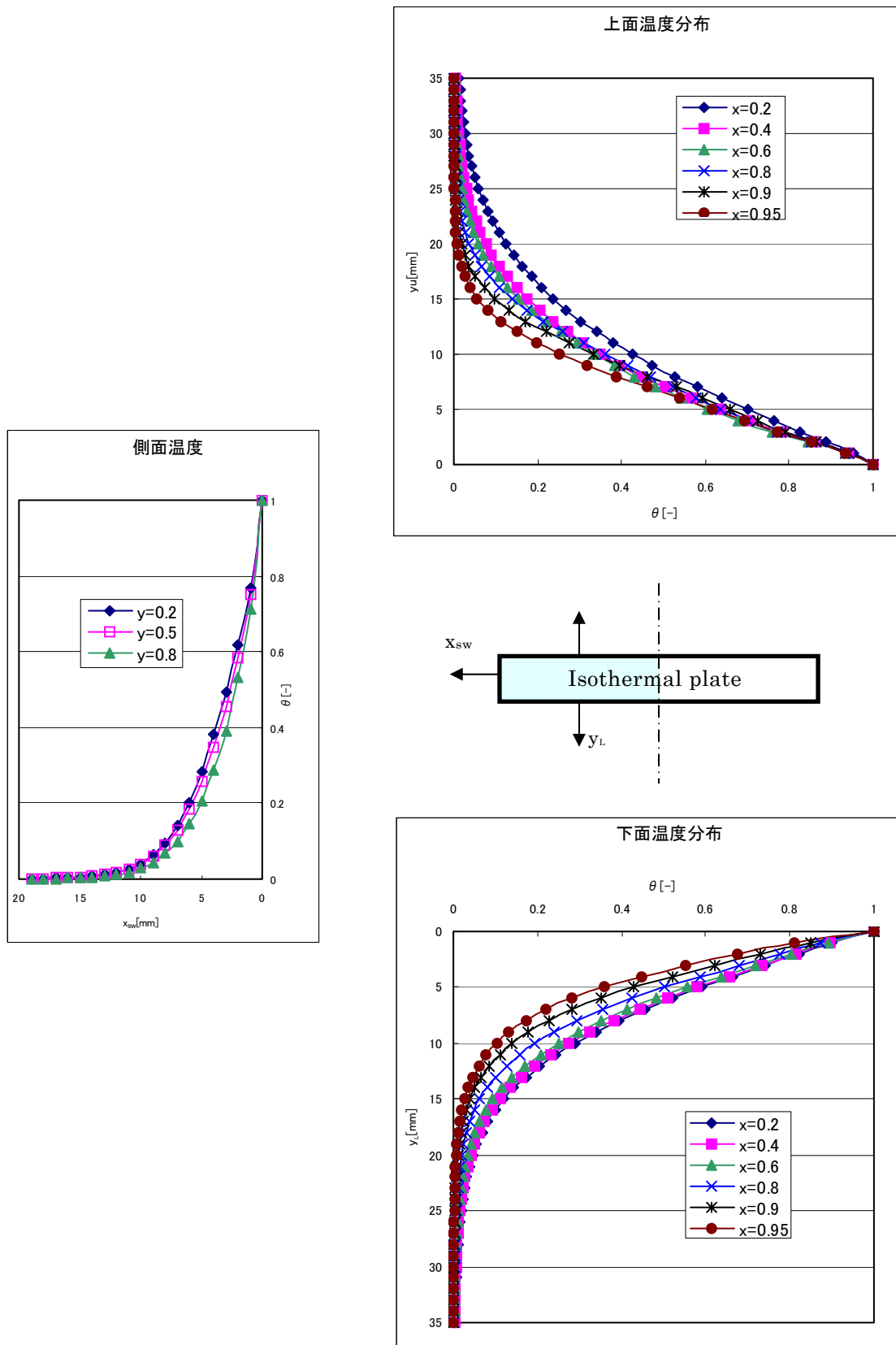


Fig.3.5 無次元温度プロフィール(2倍の板厚)

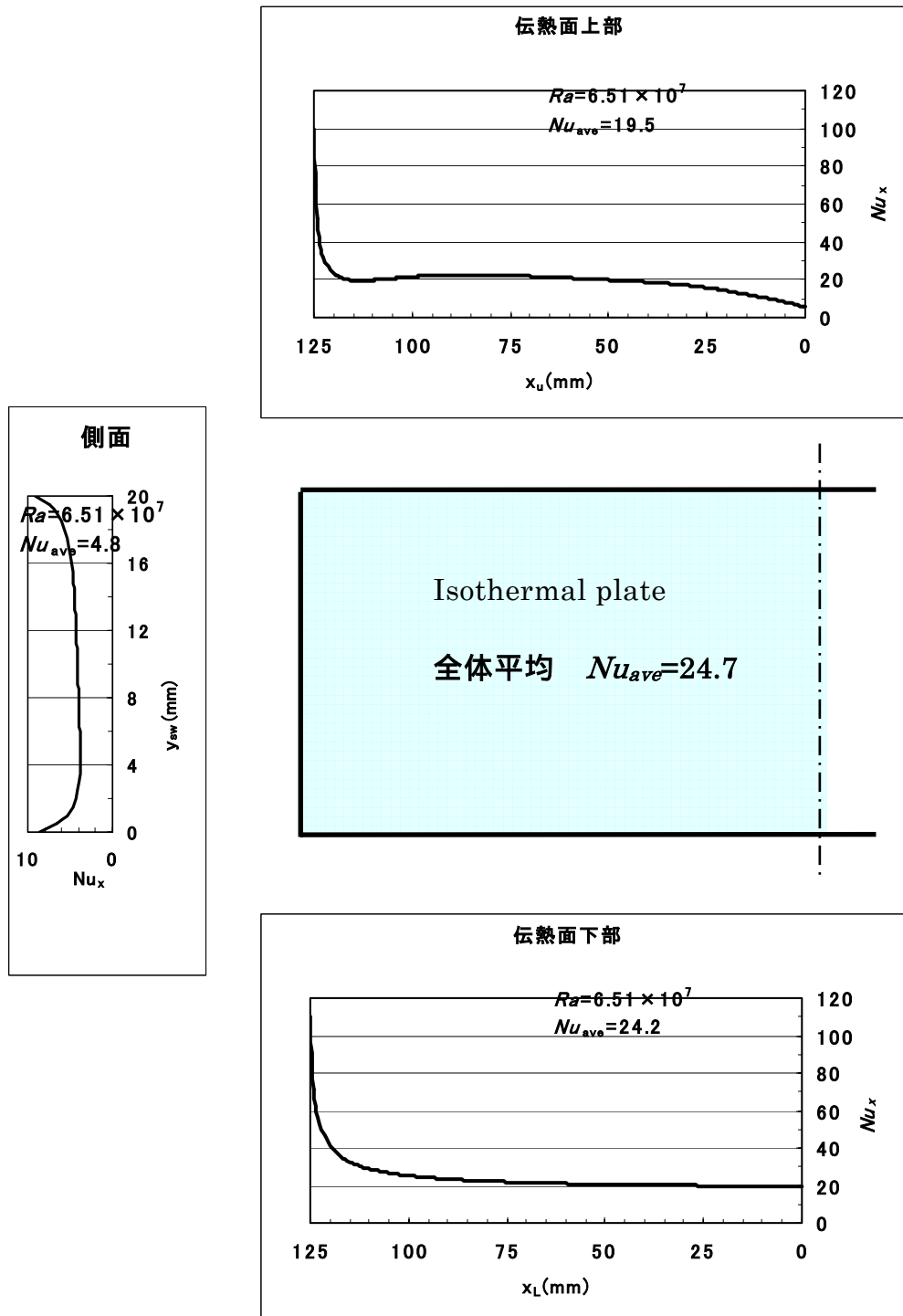


Fig.3.6 局所及び平均ヌッセルト数(2倍の板厚)

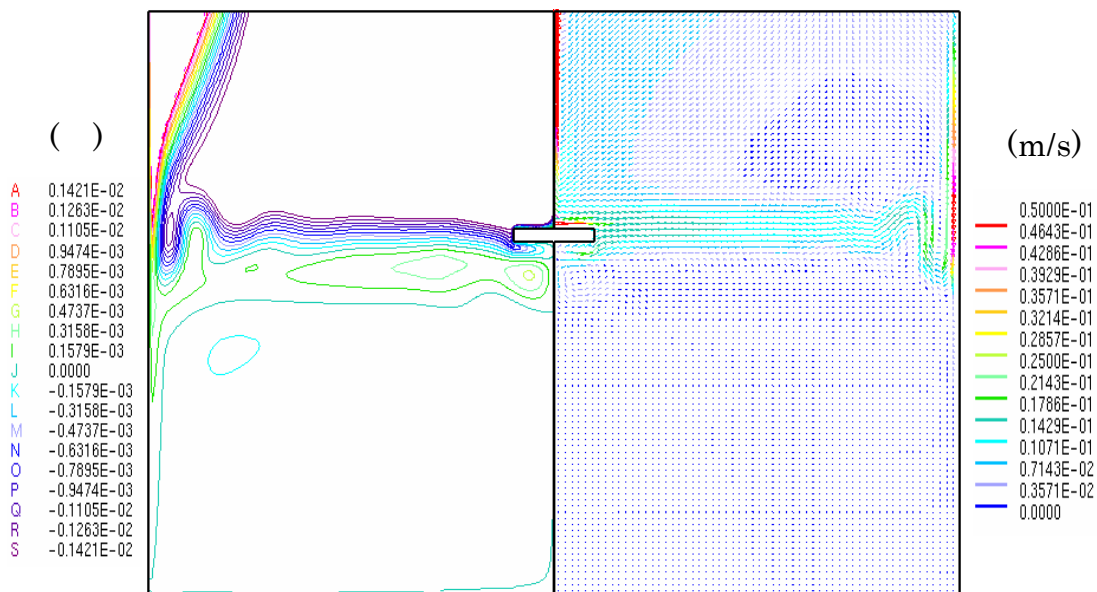


Fig.4.1 等流れ線図、速度ベクトル図（全体図）（4倍の板厚）

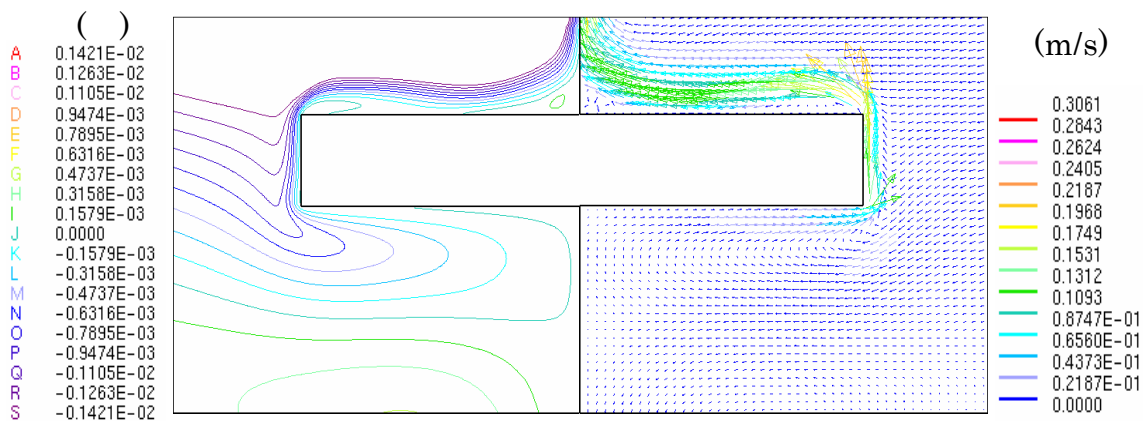


Fig.4.2 等流れ線図、速度ベクトル図（拡大図）（4倍の板厚）

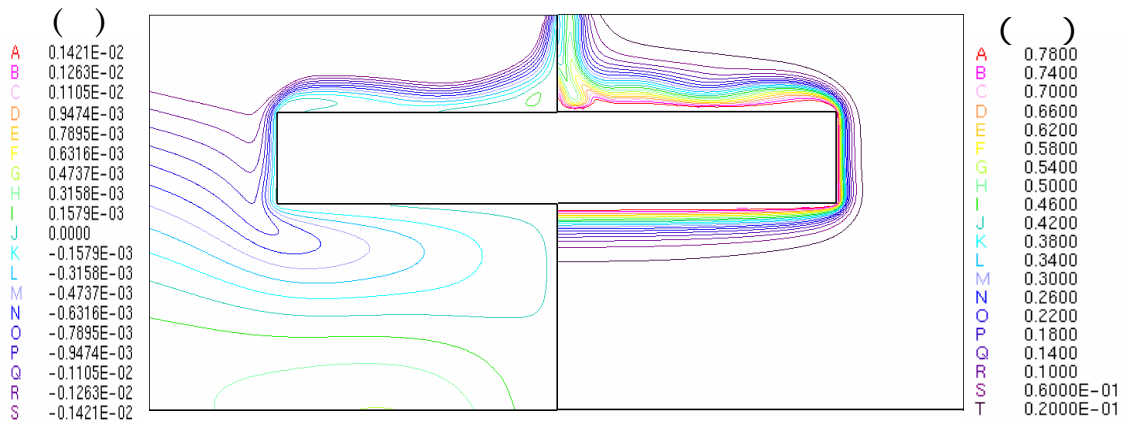


Fig.4.3 等流れ線図、無次元等温線図（拡大図）（4倍の板厚）

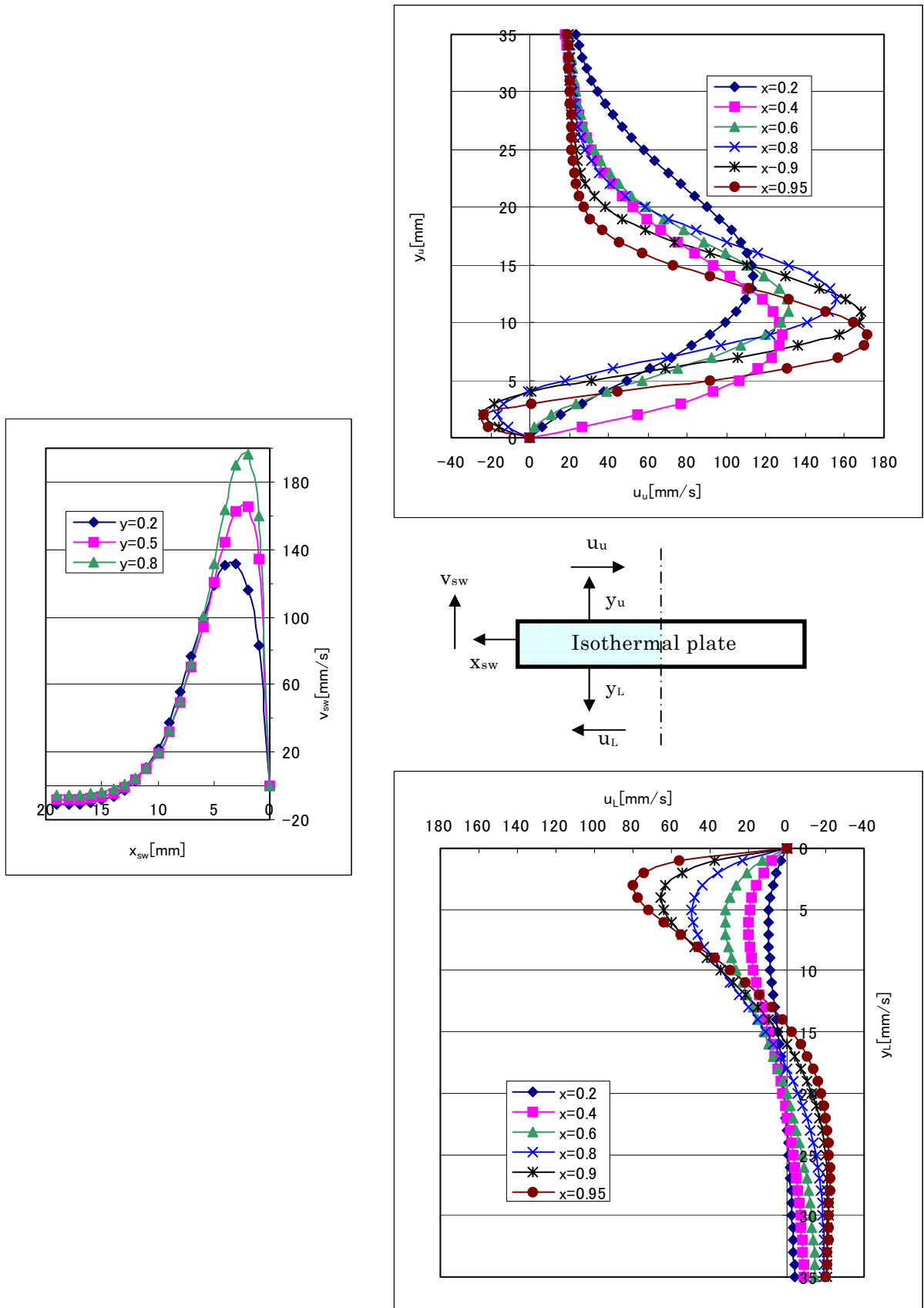


Fig.4.4 速度プロファイル (4倍の場合)

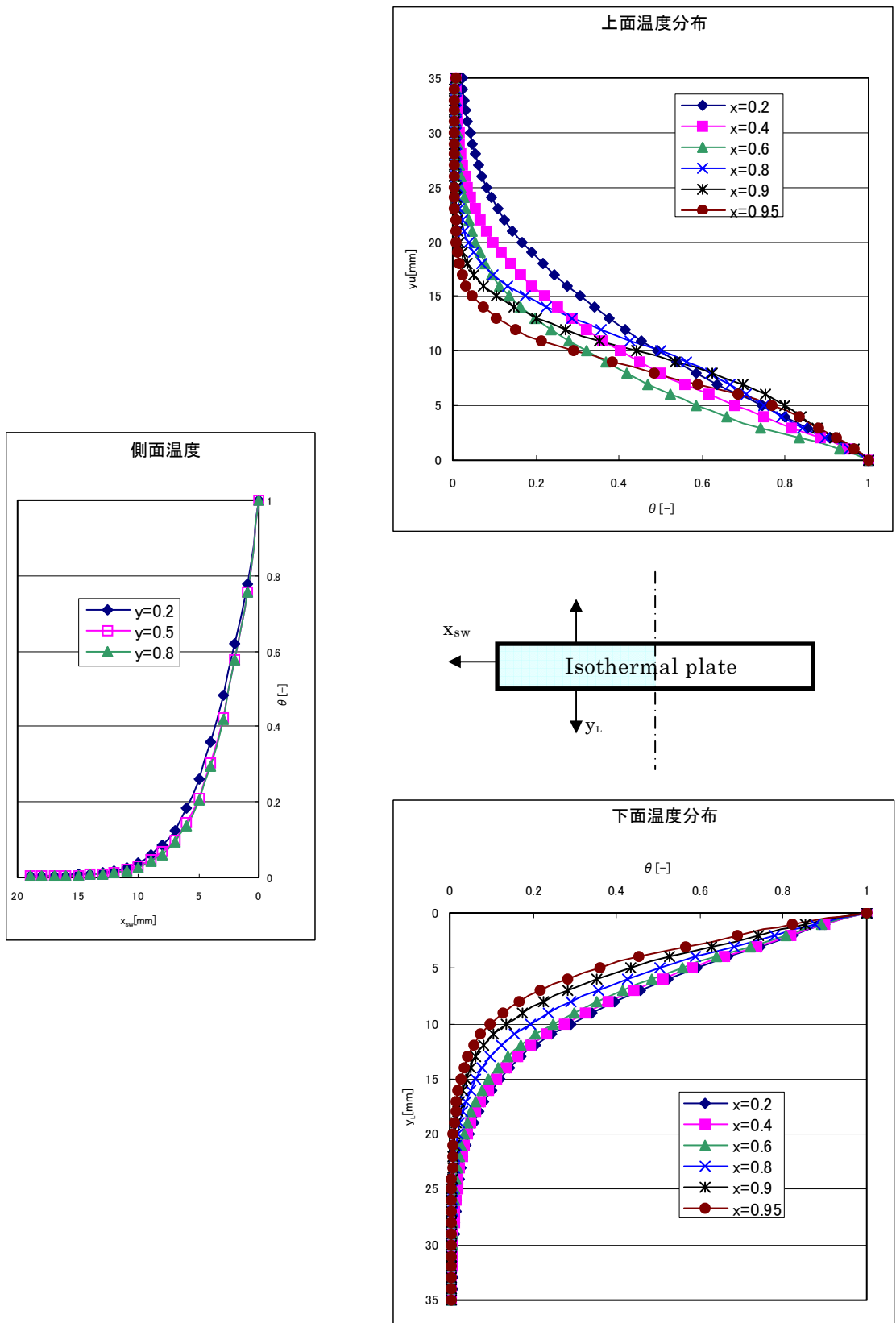


Fig.4.5 無次元温度プロファイル (4倍の場合)

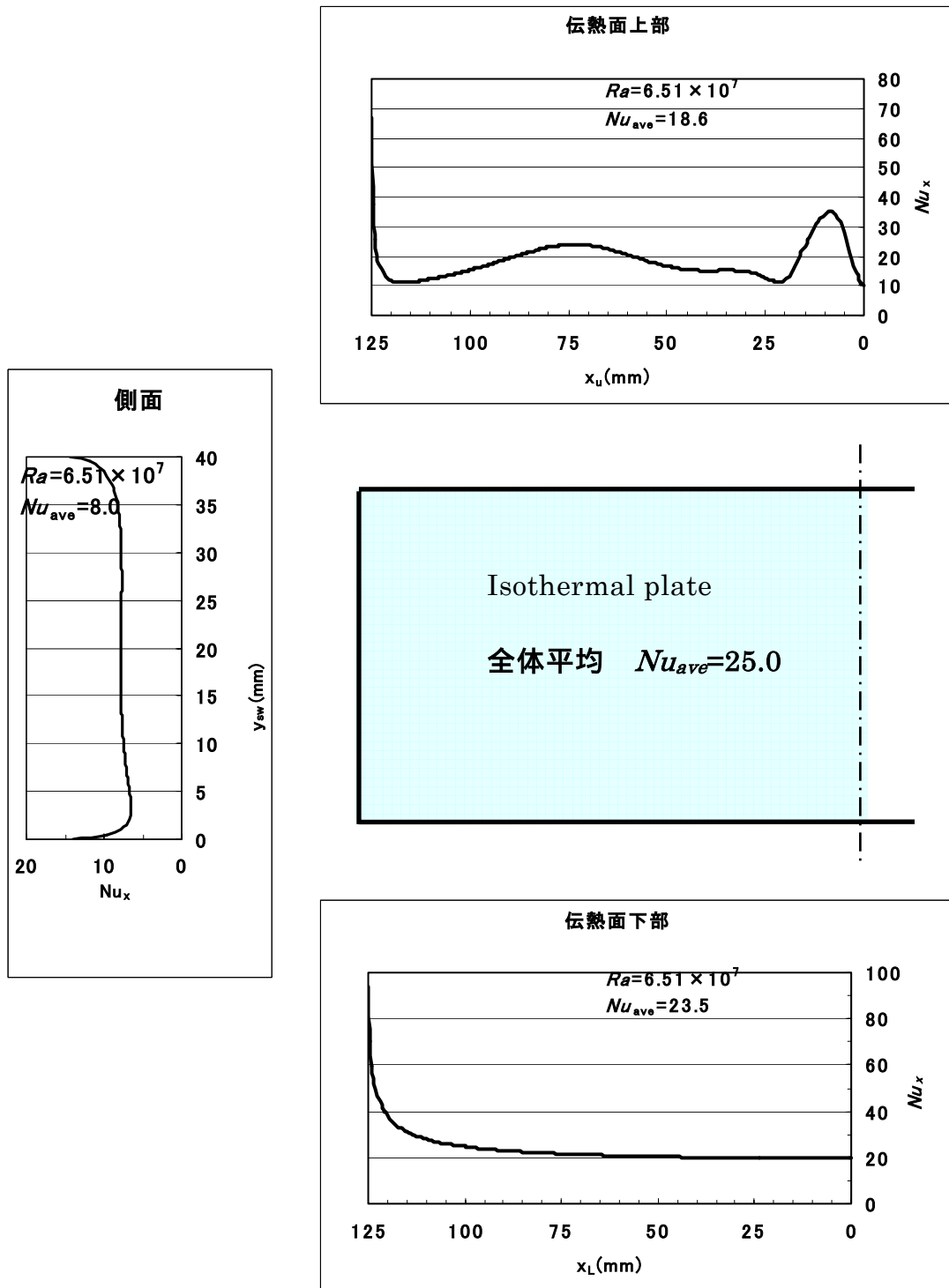


Fig.4.6 局所ヌッセルト数分布 (4倍の場合)