

分数指導における数理体験活動の考察

— 算数的活動の視点から —

平岡賢治* 池田敏彦**

(平成17年3月15日受理)

A Study of Activities of Mathematical Experience on Teaching of Fractions

— From the View Point of Arithmetical Activities —

Kenji HIRAOKA* Toshihiko IKEDA**

(Received March 15, 2005)

1. はじめに

長崎大学教育学部附属小学校算数科では「数理的な事象との出会いの中で、自らの数理感覚をみがきながら、数学的な見方・考え方を広げ、転換し、つなげ、新たな数理を発見する子供」を育てることをめざした授業開発の実践的研究を行い、この活動を「数理体験活動」という。「数理体験活動」は現行の小学校学習指導要領「算数」の目標に、新しく取り入れられた「算数的活動」に対応するものである。

小学校算数科における分数指導はいろいろな課題を抱えながら今日に至っている。分数の学習は、子ども達の多くが苦手とする単元の1つである。日常生活では、分数を活用する体験は多い。しかし、実際に分数を用いて考えるような場面はほとんど見られない。このような現状も分数を苦手とする要因の1つであると考えている。例えば、「○等分のいくつ分」という表現は頻繁に用いられているが、その四則計算等は日常生活の中で必要性はあまり感じられていない。小学校高学年で学習する商分数、割合分数、異分母分数、それらの乗除計算に対応する日常生活での必要性はますます遠のいている。このような現状を考えると、子ども達の生活の中で分数に対応する「数理体験活動」を期待することは、ほとんど困難な現状にあると考えられる。

しかし、子ども達が日常生活の中で、分数的な内容を経験することはかなりあると考えている。筆者達が共同研究を行うことになったきっかけは、算数科の教材の話合いの中で、次の算数パズルを話題にしたことであった。

*長崎大学教育学部 **五島市立三井楽小学校

$\frac{2}{3}$ を次のような単位分数(分子が1の分数)の和にあらわしてみよう。

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\circ}$$

この□, ○の値を求めるため, 筆者の1人は様々な数の組合せを何通りも考えたが, 解くことができなかった。それは, 単位分数を考えることの意味に戸惑いを持ったことが大きな原因の1つであった。しかし, この $\frac{2}{3}$ の持つ意味を「2個のケーキを3人で等分する方法」と考え, 丸い2つの円を書いて, それを3等分する具体的な操作活動を行うと, この単位分数への分割は小学生でも扱える教材になると, すぐに直観することができた。

筆者達は, 小学校5年生の分数指導を「単位分数への分割」を教材とした15時間分の授業案を作成した。全体構成を「数理体験活動」の視点から, 各1単位時間の授業を「算数的活動」の視点から授業構成を行った。本稿は, その第1時限の授業について, 算数的活動の視点から考察を行ったものである。

2. 分数と数理体験活動

エジプト数学では, $\frac{2}{3}$ 以外の分数を単位分数で考えていた。リンドパピルスには, 被除数が2, 除数が3から101までの奇数であるときの商の値が, 異なる単位分数の和として表示されている。これは次のような観点で考えられていたのであろうと推測されている。(佐々木, 1994)

- (1) 分解によって出てくる単位分数の個数をできる限り少数におさえる。
- (2) 最初に書かれる分数をできる限り大きくする。
- (3) 2項よりも多い場合には最後に出てくる分母をできるだけ大きくする。

また, G.G.ジョーゼフ(1996)は, 単位分数の計算はエジプト独特のもので, 他ではほとんど見ることができないと述べている。この理由として, 「貨幣経済でない社会では取引が品物で行われるから, 配分のための分数計算が必要になる。食料を分配したり, 土地を分割したり, ビールやパンの製造のために何種類かの穀物を混ぜたり, というような実生活上の問題には分数計算が欠かせない」などをあげている。このような単位分数の考え方は, 子ども達にとって日常生活の中にある分数の考え方を, 活動を通して再発見する「数理体験活動」に適する教材であると筆者達は考えている。

多くの教科書では, 分数を量分数から導入し, 次第に他の場面での分数の意味づけに発展させている。しかし, 分数の意味は, 分割分数, 操作分数, 割合分数, 量分数, 商分数, 有理数としての分数など多様な内容を持っている。(中原, 2000) また, 「分数ができない大学生」に代表されるように, 算数・数学の学力低下が社会問題化しているのも, この分数の持つ意味の多様性が大きな要因の1つになっている。(西村, 2000)

本稿での分数指導の考察は, 「単位分数への分割」を, 具体的な操作活動による分数の意味理解に視点をあてて行った。授業での教師のかかわりは, 「除法と分数, および整数, 小数, 分数の相互関係や, 異分母分数の加減算の仕方を調べる活動を通して, 単に形式的

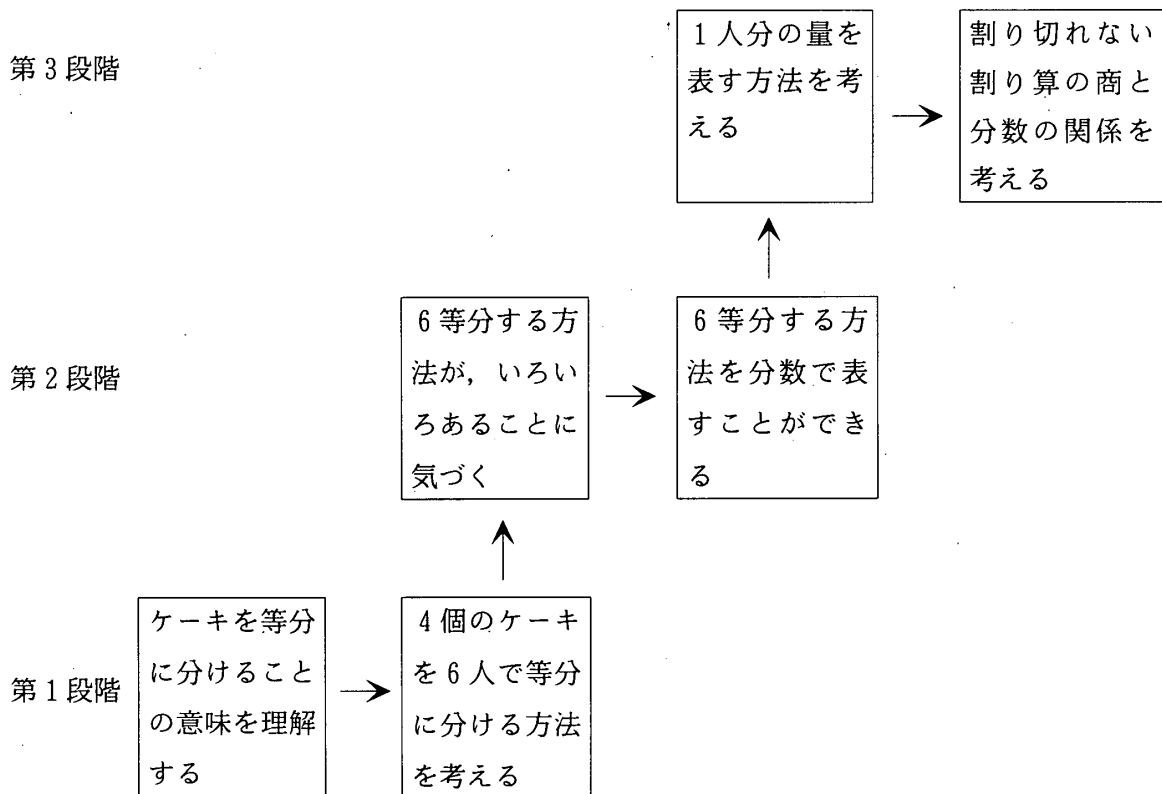
な理解にとどまらず、自分なりの見通しのもと、進んで問題解決に取り組み、数理感覚をみがきながら、除法と分数の関係を統合的に考察し、分数を1つの数としてとらえて活用することの有用さを実感すること」とした。

授業は、単元初発の数理体験活動として、4個のケーキを6等分するという「大きなかたまりで等分しよう」という課題を考えさせることから始めた。すなわち、「4個のケーキをできるだけ大きなかたまりで6等分する」意味を理解することから数理体験活動が始まる。ここでは、帰納的な方法により、ケーキを等分する課題の理解を図った。具体的には、2人で4個のケーキを分ける。3人で4個のケーキを分ける。4人で4個のケーキを分ける。そして、6人で4個ケーキを分ける。この手順でケーキを分ける課題から、分数の分解へと思考の対象を変化させると同時に、帰納的考え方を経験しながら、算数的な考え方のよさを体感させることをねらいとしている。

3. 算数的活動の要因

附属小学校で行われてきた数理体験活動を取り入れる算数科の授業は、全体の単元構成を「問題をとらえる」→「数理追求」→「数理獲得」→「数理を活用する」で構成している。また、1単位時間の授業構成は、子ども達が算数的活動を行う視点に立ち、3段階の授業構成を行う。さらに、算数的活動を誘発する要因として、「既習の知識」「算数的考え方」「創造性の基礎」「算数の活用」の4つを考えて、教材研究や授業構成を行う。(平岡, 2004)

単元全体の構成は、資料1に示しているが、本稿では、その第1時について考察する。第1時の授業構成は、次のように行った。



授業構成の段階において、算数的活動を誘発する4つの要因を次のように捉えていた。

① 「既習の知識」について

ケーキを分けることは、日常生活の中でよく行われることである。この分割を分数で表すことは、 n 等分するという表現で表しているが、 $\frac{1}{n}$ と表すこともある。この関係を、本時でもう一度確認をする。

② 「算数的考え方」について

4個のケーキを、2人で等分する方法、3人で等分する方法、4人で等分する方法、そして6人で等分する方法という帰納的な考え方を経験する。

③ 「創造性の基礎」について

ケーキを等分した1つのかたまりを分数で表すこと、また1人分の量を分数の和で表すことができるようにする。1つの分数を異なる分数の和で表すことができることに気づく。

④ 「算数の活用」について

日常生活において、等分に分割した量を分数で表し、全体の量を計算することができることを確認する。

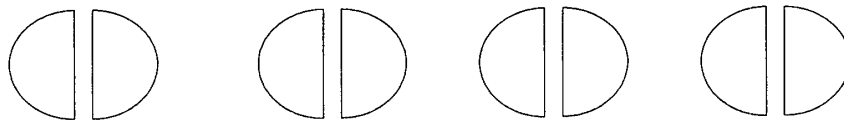
4. 分数指導の実際とその考察

1 ケーキを等分に分ける意味を理解する。

日常生活では、分配するのに大きなかたまりで等分することがよくある。

授業は、4個のケーキを4個の○で表し、子ども達に提示することから始めた。帰納的な考え方によって、まず2人で等分する方法を考えさせると、ほとんどの子ども達が「2個ずつのかたまりで等分すればよい」と答えた。ここでは、操作的活動、すなわち図を用いて確かめること、この操作を「 $4 \div 2 = 2$ 」の式で表現することもできた。これは、既習の知識を適用していると考えられることができる。

そこで、子ども達の考えに揺さぶりをかける意味で、各ケーキを下図のように等分して提示した。これは、2人がそれぞれのケーキを半分ずつ分ける方法もあることを示すためであった。

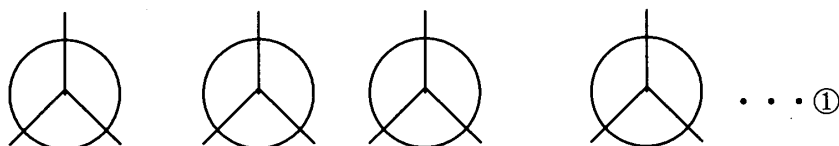


しかし、子ども達は、ケーキを2個ずつ分ければよいこと、そして、できるだけ大きなかたまりで等分することに反することを確認させることができる。一方、この分け方は日常生活では自然な分け方であることも全員で確認することができた。

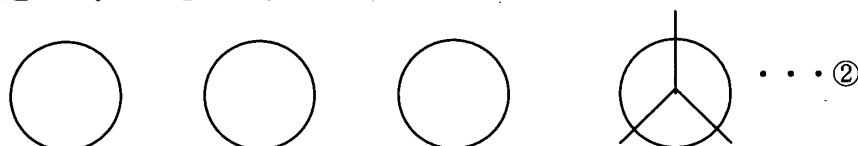
2 算数的活動の必要性を抱く。

この後、教師側から順次3人、4人、6人でそれぞれ等分したときの1人分の大きさを求める課題を提示したり、式で表したり、具体的な操作で等分する方法を説明する算数的活動を通して、これらの関連を考えさせることになる。

3人で等分する方法は、 $4 \div 3 = 1.333\cdots$ となり、割り切れない。しかし、4個のケーキを等分に分けようとするとき、次の2つの図①、②のような方法が、子ども達から導かれた。①は1個のケーキをそれぞれ3等分する方法であるが、これは日常生活の経験から導かれたものである。計算では $4 \div 3 = \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times 4$ となるが、これは後で関連させたい内容である。



また、計算「 $4 \div 3 = 1$ あまり1」の意味を考えると、まず1個ずつのケーキをわけて、残った1つのケーキを図のように3等分してわける方法であるが、これも日常生活の経験を通して子ども達から導くことができた。



ところで、子ども達は割り算を分数で計算するのではなく、ほとんど全員が小数で商を表す。この場合、求めた小数で分割を表すことは大変難しい。しかし、図による3等分を分数 $\frac{1}{3}$ で表すことはできる。このことに気づかせることが、算数的活動を誘発する要因の1つである「創造性の基礎」を培うことになる。

4人で等分する場合は、 $4 \div 4 = 1$ となり、1人1個ずつ分ければよい。

また、6人で等分する場合は、 $4 \div 6 = 0.666\cdots$ となり、割り切れないため商を求めることができない。子ども達は3人の分割と同様に図を等分して求めようとするが、1個まるごと分けることができないことに気づく。ここで、本時の課題である「4個をできる限り大きなかたまりをつくり6人で等分しよう」を提示する。

ここまでは、第1段階の授業であるが、そのねらいは、

- 「等分する行為」が、除法で表現できること、「その結果」が整数や分数で表現できそうであること。
- 等分する際は、与えられた個体をできる限りそのまま、つまり、大きなまま等分しようとする行為が自然であること。

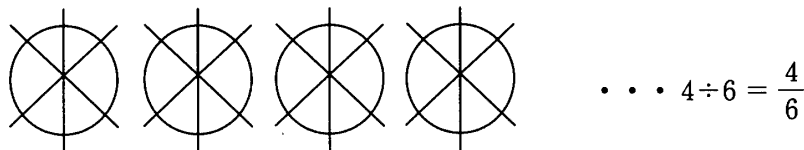
の2点に気づかせることである。ここで教師のかかわりは、次の3点が重要になる。

- 図による具体的操作が可能となる学習材を準備すること。
- 等分の行為を式で表現することを促す発問すること。
- 多様な分割方法を認めると同時に、不必要に単位を分割する行為を示すこと。

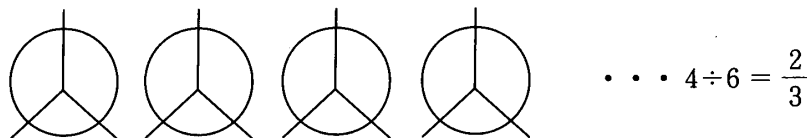
3 4個のケーキをできるだけ大きなかたまりで6等分する。

第2段階では、「4個のケーキを6人で等分する」課題を考えさせる。子ども達は、2人、3人、4人の場合について話し合ったことから、6人の場合にこの考え方を適応させる方法を考えるさせる。数学的活動の視点からは、帰納的な考え方と類推的な考え方をを用いて、普遍的な方法を考察することがねらいでもある。ここでは、特に思考の継続のために、学習への意欲を喚起することが重要である。実際、授業では子ども達は次のような3通りの方法を考え出した。

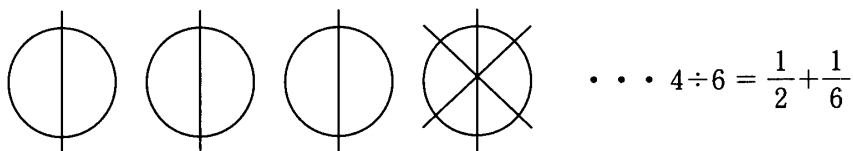
(1) 1個のケーキをそれぞれ6等分して、6人が4個のケーキからそれぞれ1つつ取る。



(2) 1個のケーキをそれぞれ3等分して、6人が2個ずつ取る。



(3) 3個のケーキをそれぞれ2等分し、残り1個を6等分して、 $\frac{1}{2}$ のケーキと $\frac{1}{6}$ のケーキを1個ずつ取る。



授業において、教師は、できる限り子ども達の考え方を活かすことが重要である。そのためには、子ども達一人ひとりが分割する方法を記録することが、評価を含めて、その後の指導においても重要になる。

4 結果を紹介し合い、等分の方法や1人分の大きさについて話し合う。

1) (1), (2)の方法について

実際授業では、子ども達は前述の3通りの方法で等分していた。そこで、それぞれの方法を図に表し、子ども達に提示して、「どのような考えで等分したのでしょうか。」と、それぞれの分割方法の説明を考えさせる。ここで、子ども達による説明は、できるだけ他者理解の方法により、算数的な方法の広がりを感じさせることが大切であり、このような態度を育成する場として活用したい。この過程で、子ども達に、

○ (1)は、これまでの分数の考え方、1つ分を人数で等分する方法であること。

○ (1)を「できるだけ大きなかたまりで等分する」ということを吟味すると、(2)の方法になること。

について、理解させることができる。

2) (3)の方法について

○ (3)は、まず、2等分するだけで、つまり、できるだけ大きなかたまりで、どれだけ等分できるか、考えていること。

などを理解させることが大切である。

子ども達は、これまでの日常生活の経験や学習を通して、「1個を等分する」ことや「同じ大きさに等分する」ことについては理解できている。しかし、「3個をそれぞれ2等分、残りを6等分」といった分け方については、ほとんど経験していない。このような等分方法は、課題「できるだけ大きなかたまりで6等分する」を理解する過程で発想されるものである。筆者達は、4個のケーキを3人で等分に分ける過程が、異なるものの組合せ、すなわち1個と $\frac{1}{3}$ 個が1人分になることを理解することであると考えている。これは、算数的活動を誘発する要因の1つである「創造性の基礎」を培うことに通じると考えている。

5 1人分の大きさについて話し合う

子ども達は、それぞれの等分の方法を理解したものの、(1)、(2)と(3)の方法との間で葛藤を生じ、まず、それぞれによって生じた1人分の大きさ $(\frac{4}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2} + \frac{1}{6})$ に着目している。そこで、教師は、「それぞれの等分によってできた1人分の大きさは、違うのかな？」と、操作的活動とその分数表示との違いについて発問する。

子ども達は、すべて大きさは同じであることを図によって確認することができる。

「とすれば、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ 、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ となる。どのように計算すると、 $\frac{4}{6}$ や $\frac{2}{3}$ になるのだろうか。」

「 $\frac{4}{6}$ と $\frac{2}{3}$ が同じ大きさなら、もっと同じ大きさの分数はあるのだろうか」

という疑問を持つであろう。

最も大きいかたまりを含む方法は、(3)だということは納得できるが、異なる表現による表示に関しては、疑問が生じてくる。このことが「異分母分数のたし算の仕方」に関する疑問・欲求の発露になる。

6 割り切れない場合の割り算の商について話し合う

最も大きいかたまりで分ける方法は、(3)だということは皆納得する。しかし、子ども達は、割り切れなかった「 $4 \div 6$ の商の表し方」に関する疑問は消えないであろう。

「 $4 \div 6 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ 」の表現は、これまでにはなかったものであり、答えとしてはおかしい。

$\frac{4}{6}$ や $\frac{2}{3}$ がいい。などの意見が出てくる。あるいは、 $\frac{4}{6}$ より $\frac{2}{3}$ の方が、小さい数で表し

ているから、 $4 \div 6$ の商は $\frac{2}{3}$ がよいとする子ども達もいる。

つまり、最も大きいかたまりで分ける方法としては(3)がよいが、商を求める方法としては(1)、(2)がよいというのである。これらの意見は、古代エジプト式の分数の表し方と、抽象化、一般化された現在の分数の考え方とのよさの比較の葛藤であるとも言える。その葛藤が、本単元を学習していく原動力としての疑問・欲求を誘発することになる。

以上、算数的活動、及び、その結果について話し合ったことによって、子ども達は、

- ① 商の表し方をはっきりさせたい。
- ② 同じ大きさの分数をもっと見付けたい。
- ③ 分母がちがう分数のたし算やひき算の仕方を考えだしたい。
- ④ 大きなかたまりで等分することをもっとしたい。

といった疑問・欲求を抱くのである。

「商の表し方」「同じ大きさの分数」「分母がちがう分数のたし算やひき算の仕方」「大きなかたまりで等分すること」といった今後の学習内容に関する事柄について疑問・欲求を抱くことができたのは、本時学習における子ども達の最大の変容と言ってよい。

5. 授業を終えて

ここでは、授業における子ども達の変容について考察する。

1 4個のケーキをできるだけ大きなかたまりで6等分することを知る

できる限り大きなかたまりのまま等分することが、自然な行為なのであることを確認し、本時の算数的活動への意欲をもつ

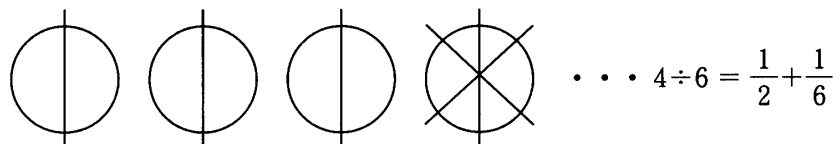
2 4個のケーキをできるだけ大きなかたまりで6等分する

本時の算数的活動における「できるだけ大きなかたまりで」という条件こそ、後に、子ども達が多様な疑問・欲求を抱く上で重要な方法を生み出すこととなる。

筆者達は前節3(3)の方法を考え出したことは、子ども達にとって、大きな変容であると考えている。

(3) 3個をそれぞれ2等分する。

残り1個を6等分する。



3 結果を紹介し合い、等分の方法や1人分の大きさについて話し合う

子ども達は、他者理解、またはその説明を理解する過程で、新たな算数的な方法の広がりを感じることができると考えている。もちろん、このような等分の方法が可能であると気づかなかった子ども達にとっては、驚きと同時に、その意味を理解すると不思議さや

おもしろさを感じることができるであろう。それは、等分割はそれぞれを同じように等分することが、子ども達にとって日常生活の中で「当たり前」になっていることと考えることができる。

この「当たり前」の考え方を抽象化し、一般化したものが分数である。(3)のような場面との出会いは、分数の考え方の歴史の過程の出会いでもある。ケーキを分割するという具体的な操作活動を分数で表すという考え方は、その後合理的に抽象化、一般化され今日に至っている。しかし、この中で分数自身にいろいろな意味が付加され、逆に学習する際に大きな負担になることがある、この分数のように。それは、子ども達に葛藤を生じさせることになる。子ども達はこの葛藤を通して、導き出した商は同じ大きさなのか、どの答えがよい考え方なのかを追究しようとする。このような異なる表現が等しいものであることを示すために、発想の転換が必要になり、そのきっかけとなるのがこの場面である。

4 1人分の大きさについて話し合う

「 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ 」となる。どのように計算すると、 $\frac{4}{6}$ や $\frac{2}{3}$ になるのだろうか。」「 $\frac{4}{6}$ と $\frac{2}{3}$ が同じ大きさなら、もっと同じ大きさの分数はあるのだろうか」という疑問を子ども達は抱く。異分母分数の計算方法、等しい分数について、の疑問である。本単元で追究すべき重要な視点である。その意味で、これらの疑問・欲求を抱いたことは、重要な子ども達の変容であると考えている。

5 割り切れない場合の割り算の商の表し方について話し合う

子ども達は最も大きいかたまりで分ける方法としては(3)がよいが、商を求める方法としては(1)、(2)がよいという。これらの意見は、古代エジプト式の分数の表し方と、抽象化、一般化された現在の分数の考え方とのよさの比較の葛藤でもある。これもまた、子ども達の重要な変容である。本単元の学習を進める上で、重要な疑問・欲求であり、学習への意欲を生じさせることになる。

6. おわりに

本稿は、分数を単位分数の和に分割するという筆者達を感じた衝撃と戸惑いがきっかけであったが、実際の授業でも第5学年の子ども達も同様の反応を示していた。また、分数の学習経験の浅い子ども達だからこそ、「大きなかたまりごとに分ける」ことを柔軟に行う子ども達も少なからずいた。図を用いて考えること、割り算で考えることなど、具体的な方法と算数で学習した知識を用いる方法などの、具象的な考え方と抽象的な考え方により、子ども達はそれぞれの考え方がもつよさの間で葛藤を生じさせることになる。このことが具象から抽象への過程を経験する算数的活動である。子ども達は分数表示の持つ意味を理解するプロセスを体感し、「異分母分数の和と1つの分数が等しい」ということを理解すると同時に、分数の意味の多様さを体感することができる。

本実践「大きなかたまりで分けよう」では、単元「分数と小数」の第1時の授業における算数的活動の考察を行った。その結果、子ども達は主として、

1) 等分の仕方のよさの違いの明確化

2) 異分母分数の加減法への疑問

の2つのことがらに強い欲求や疑問を抱いていた。そこで、筆者達は本活動の経験をもとにして、自ら学ぶ意欲と態度をもって、その後の追究を展開させるに違いないと考えている。

上述のことがらに対する強い欲求や疑問を、「大きなかたまりで分ける」活動経験を想起しながら、その後の学習を展開し、異分母分数の加法を見出しながら、それぞれの等分方法のよさを明らかにしていった。このように、「算数的活動」は、子ども達の素朴な考え方（具象に対する考え方）を引き出し、それぞれを比較検討することによってどれが最もよい方法なのか検討を促したり、より抽象化された考え方に出会わせて葛藤を生じさせたり、よりよい考え方への憧憬を引き出すことができることに最大の効用がある。それは、具象から抽象への考え方へ進化してきた過程を経験することであり、よりよい考え方への追究意欲と態度を高めることでもある。そのために、教師は、その教材研究において、数学史の視点から、その発生や考え方の推移などについての理解を深めることが授業展開を豊かにさせることが要素の1つになると考えている。

算数的に価値ある活動は、このような算数の学習内容に流れる素朴で自然な考え方が生じるような活動がよい。算数の学習内容は、ある事象の処理の仕方、表し方が、先人たちの努力によって考え出され、抽象化されたものが多い。だから、私たちは、回り道のようにも、指導したい学習内容がどのように成立していったのか研鑽を深めることによって初めて、価値ある算数的活動を創出することができる。それは、先人たちの具象的考え方を抽象的なものへと高めていった知恵の結晶を追体験する活動でもある。

問題解決にかかわる考え方や方法は、特定された具体的な環境に適応するための自然で素朴なものから、簡便性、効率性のあるものを重視したものへと発展を遂げる。ある特殊な具象的な場から、一般性、広汎性をもつ抽象的な場へと問題意識が移行することにより、考え方や方法が発展していく。分数の考え方もまた、このパズルのような場面から、「いつでも、簡単に、誰もが」数量を表現することができる場面へと移行してきたと考えられる。まさしく、具象から抽象への移行、発展である。

このパズルに流れる等分の仕方の考え方を知った衝撃は、抽象から具象へと引き戻されたことによってもたらされたものであった。このような見方・考え方の発展過程を、筆者達が本単元で体験的に導入しようと思いついたのである。もちろん、単元第1時において設定した算数的活動が、単元の学習すべてを貫く内容を含んだものではない。前述のように、単元の学習は、それ自体、具象的な考え方から抽象的な考え方へと子どもの考え方が発展する過程であり、それを基にした方法を体得する過程である。そのためには、具象から抽象へと発展させるために工夫した問題場面なり、制約条件が設定されなければならない。

例えば、この単元では、「約分」といった考え方のよさを学ぶことが、どうしても必要であるが、本単元では、「24分の6」日を時計図に表す活動を設定した。それを詳しく追究していき「4分の1」日を表せばよいことに気が付き、イメージしやすい、数がとらえやすいといった「約分するよさ」を子ども達は味わうことができた。

算数の学習内容の多くは、具象から抽象へと考え方が発展する過程を経て成立している。

それぞれの内容に合った算数的活動を、単元のあらゆる時間に準備することが研究課題である。本稿では主として第1時の算数的活動について述べたが、先の約分の例のように、単元第1時以降の算数的活動も同様に開発を続けなくてはならない。あまりにも多くの時間を要するようではあるが、実は、この展開のなかに設定する算数的活動の開発は、第1時のものと同様な点が多いだろうという見通しをもっている。この算数的活動もまた、先人たちの見方・考え方の発展の過程を精査することにより、可能となることは間違いない。

参 考 文 献

- 長崎大学教育学部附属小学校，研究紀要第44集，1999，pp.80～85
- 中原忠男編，「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」，2000，明治図書
- G.G.ジョーゼフ，垣田高夫・大町比佐栄訳，「非ヨーロッパ起源の数学」ブルーバックスB1120，1996
- 佐々木力編集，「数学の誕生・近代数学史論」近藤洋逸数学史著作集第3巻，日本評論社(1994)
- 岡部恒治他，「分数ができない大学生」，東洋経済新報社，1999
- 平岡賢治，「数学的活動に視点をあてた授業構成に関する研究」，全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第10巻，2004，pp.21～28

<資料>

研究主題

数理感覚をみがく算数科学習

第5学年1組

算数科学習案

自 13:00

平成13年2月8日(木) 至 13:45

授業者 池田敏彦

I 単元 分数

II 数理感覚をみがく学習の組織

単元の日標

- 身近な数量に関心をもち、除法と分数を統合的に考察し、分数を1つの数でとらえようとする。
- 分数の性質を用いて小数や整数との関係を考察したり、計算に生かしたりしようとする。
- 友達の考え方や教師とのかかわりの中で、それぞれの考え方のよさにふれ、自分の考え方を高めていこうとする。
- 整数や小数を分数で表したり、分数を整数や小数で表したり、異分母分数の加減算をしたりすることができるとともに、商分数、約分、通分の意味が分かる。

子供の実態

- 日常生活において、食べ物の残量や長さ等の量をおよその分数で表すなど、任意量や単位量を全体量としてそれに対する部分量を分数で表現する経験を積んでいる。
- さまざまな等分の仕方、量分数や分割分数としての分数の意味や表し方、及び同分母分数の加減算の仕方について学習し、分数についての理解を深めてきている。
- 除法と分数、及び整数、小数、分数の相互関係や異分母分数の加減算の仕方を調べていくことを通して、自分なりの観点を持ち、意欲的に分数を1つの数として見方を広げたり、転換したり、活用したりして取り組むことが期待される。

教師のかかわり

- 除法と分数、及び整数、小数、分数の相互関係や、異分母分数の加減算の仕方を調べる活動を通して、単に形式的な理解にとどまらず、自分なりの見通しのもと、進んで問題解決に取り組む、数理感覚をみがきながら、除法と分数の関係を統合的に考察し分数を1つの数としてとらえて活用することの有用さを実感することができるよう、下記のようなかかわりをする。
- 子供自らが、複数の単位量を等分する際、いくつもの等分の方法があることに気づき、1つ分の量や表し方、及び異分母分数の加減算について疑問や欲求を抱くことができるように、単元初めに「大きなかたまりで等分しよう（4個のケーキを6等分する）」という活動を組織する。
 - 子供自らが、異分母分数の和を求める際、その加法のみならず図を用いて解決できる場合があることやその有用さを獲得・実感できるように、数理追究・獲得過程で『 $1/2+1/4+1/8+1/16+1/32$ 』の和をもっと簡単に求められないか」と課題を強化したり、長方形を2等分し、その一方をさらに2等分する操作を繰り返した図を提示するといったきっかけを与えたりする。
 - 子供自らが獲得してきた、目的に応じた等分の仕方の面白さや異分母分数の加減算の仕方の有用さを味わうことができるように、単元終末に「大きなかたまりで等分する方法に挑戦しよう」という活動を組織する。

Ⅲ 学習計画

◎ 分数.....15時間



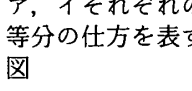
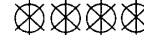
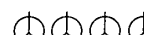

学習計画立案	初発の数理体験活動
	<p>1 「大きなかたまりで分けよう（できるだけ大きなかたまりで等分する）を行い，学習計画を立てる。（1時間）〈本時〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 4個のケーキをできるだけ大きなかたまりで6等分することを知り，調べる。 ○ 等分の仕方や1つ分の大きさを聞き合う。 ○ 2つの単位分数による等分の仕方を知り，その有用さや商の表し方についての疑問や欲求を出し合い，学習計画を立てる。 <ul style="list-style-type: none"> ① 商の，分数による表し方をはっきりさせよう。 ② 同じ大きさの分数を調べよう。 ③ 分母が異なる分数のたし算・ひき算の仕方を調べよう。 ④ 大きなかたまりで等分する分け方に挑戦しよう。
数理追究	<p>①商の，分数による表し方をはっきりさせよう ②同じ大きさの分数を調べよう。</p> <p>③分母が異なる分数のたし算・ひき算の仕方について調べよう。</p>
	<p>2 商を分数で表す方法を調べる。（4時間）</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 除法（等分除，包含除）と分数の関係について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・2mのテープを3等分したときの1つ分の長さを求める。 ・求めた結果を実際のテープと比較する。 ・線分図で表し，1つ分のテープは$2/3m$と表せることをとらえる。 ・2mのテープを○等分したときの1つ分の長さを分数で表す。 ○ 除法（包含除）と分数の関係について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・$9/8$のやかんは$7/8$のやかんの何倍か求める。 ・$9/7$倍となる根拠について考える。 ・図で表し，$9/7$倍になることをとらえる。 ・$a \div b = a/b$と表せることが分かる。 ○ 小数と分数の関係について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・$2/3$と0.6の大きさを比べる。 ・分数を小数で表す。 ・商を分数に表すよさについて話し合う。 ・小数の仕組みを用いて，分数で表す。 ○ 整数と分数の関係について調べる。 <p>3. 等しい分数について調べる。（3時間）</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 等しい分数について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・図を用いて，$1/2$と同じ大きさの分数をつくる。 ・単位の取り方でいろいろな分数で表すことができることをとらえる。 ・等しい分数のつくり方が分かる。 ○ 約分について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・分数を分母が小さい分数に表す方法を考える。 ・約分の意味や仕方を知り，練習をする。 ○ 通分について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・$3/5$と$2/3$の大きさ比べをする。 ・通分の意味を知る。
数理獲得	<p>4 分母が異なる分数のたし算・ひき算の仕方について調べる。（5時間）</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 異分母分数の加減法の仕方について調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・異分母分数の加法の仕方を考える。 ・図に表し，通分して加えればよいことをとらえる。 ・異分母分数の減法の仕方を考える。 ・図に表し，通分して加えればよいことをとらえる。 ・練習をする。 ○ 加法，減法の混合算や帯分数の加減算の仕方を調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・3つの分数をはじめに通分して計算することをとらえる。 ・答えは仮分数で表さないことをとらえる。 ・帯分数どうしの加減算は，整数と真分数に分けて計算すればよいことをとらえる。 ○ 異分母分数の加減算の練習をする。 ○ 異分母分数の3口の加減算の練習をする。 ○ 異分母分数の加法の図を用いた求め方を調べる。 <ul style="list-style-type: none"> ・$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32$の和を求める。 ・B4版の用紙を2等分し，一方をさらに2等分した図を見て，図で求める方法を考える。 ・場合によっては，異分母分数の加法が図を用いて簡単に求めることができることをとらえる。
	終末の数理体験活動
数理活用	<p>12 「大きなかたまりで等分する方法に挑戦しよう。」を行い，目的に応じて分数をつくり出す面白さや獲得した異分母分数の加減算の有用さを味わうことができる。（2時間）</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ できるだけ大きなかたまりで，4つのケーキを6等分する方法を想起する。 ○ できるだけ大きなかたまりで2つのケーキを□等分する方法と1つ分の大きさを調べる。（ただし，$2 < \square < 10$） ○ 異分母分数で表された1つ分の大きさを1つの分数で表し，答えを確かめる。 ○ さまざまな$2/\square$が表せれば，すべての分数が単位分数の和で表せることをとらえる。

IV 本時の学習

(1) ねらい

「大きなかたまりで分けよう（4個のケーキを6等分する活動）」を行い、商の分数による表し方の関係や、同じ大きさの分数、及び異分母分数の加減算の仕方、大きなかたまりで分ける方法についての疑問や欲求を抱き、今後の学習計画を立案することができる。

(2) 展開

過程	子供の取り組み	教師のかかわり	時間	
問 題 を と	<p>1. 4個のケーキを、できるだけ大きなかたまりで6等分することを 知る。</p>	<p>学習材1  合同な円形のケーキ4個のモデル (円には、目盛りがついている)</p> <p>学習材2  学習材1のケーキを半分にしたもの</p> <p>学習材3 合同な円4個 (円には中心と12等分する目盛りがついている)</p>	<p>○ 学習材1を提示し、4個のケーキを2人で等分する場合の1人分の量を問う。子供は容易に$4 \div 2 = 2$と立式・求答すると思われる。その際、学習材2のように分割せず、大きなかたまりのまま等分する方が便利で自然であることを確認する。</p> <p>次に、ケーキの個数は変えず3人、4人でできるだけ大きなかたまりで等分する場合の1人分の量を問う。子供は、4人の場合は容易に立式・求答できるものの、3人の場合は割り切れず困難であることを指摘すると思われる。</p> <p>そこで、学習材1を用いて、まず1個ずつケーキを配布し、残りの1個を3等分すればよいこと、1人分は$(1 + 1/3)$個になること、$4 \div 3 = 1 + 1/3$と表現できることを子供とともに確認したい。</p> <p>さらに、6人に等分するときの1人分の大きさを問う。この場合も$4 \div 6$が割り切れなく1人分の大きさは容易に求答できないことを指摘すると思われる。そこで、学習材3を配布し、自由に用いて考えてよいこと、できるだけ大きなかたまりで分けることを確認し、活動題「4個を、できるだけ大きなかたまりで6等分しよう」を設定する。</p>	5
	<p>2. 4個を大きなかたまりで6等分する。</p>	<p>学習材4 ア、イそれぞれの等分の仕方を表す </p>	<p>○ 子供は、以下のような方法で等分すると思われる。</p> <p>ただし、ウで等分する子供は極少数であろう。</p> <p>ア  1個を6等分する。 1人 $4/6$ 個</p> <p>イ  1個を3等分する。 1人 $2/3$ 個</p> <p>ウ  3個を2等分、1個を6等分する 1人 $(1/2 + 1/6)$ 個</p> <p>ここでは、子供の活動を見守る立場をとるが、等分の仕方や1人分の大きさをメモするよう促したい。</p> <p>○ 調べを終えた子供に、等分したそれぞれの1人分の量を紹介し、自分の立場をとるよう促す。子供は、立場が違う友達に対して、その等分の仕方の説明を要求してくると思われる。</p> <p>そこで、学習材4を提示し、ア、イそれぞれの等分の仕方の説明を順次促す。その後子供は、アよりもイの方がかたまりが大きいこと、1人分の量 $4/6$ 個と $2/3$ 個は同じ大きさで</p>	10 20
ら え る	<p>3. 結果を紹介し合い、1人分のかたまりの大きさについて話し合う。</p>			

問
題
を
と
ら
え
る

学習材 5
ア、イそれぞれの
1人分の図

学習材 6
ウの等分の仕方
を表す図

学習材 7
ウの1人分の図

学習材 8

$4 \div 6 = 4/6$
$4 \div 6 = 2/3$
$4 \div 6 = 1/2 + 1/6$

(板書)

あること、 $4 \div 6$ の商はそれぞれ「 $4/6$ 」「 $2/3$ 」と表せることに気づいてくると思われる。ここでは、学習材5を用いて1人分の量を表す図を重ね、 $4/6$ 個と $2/3$ 個が同じ大きさであることを確認したい。また、この2つの分数の他にも同じ大きさの分数はありそうだという見通しもたせるようにしたい。

さらに別の等分の仕方として、学習材6を用いて、ウの等分の仕方を説明する。子供は、より大きなかたまり $1/2$ 個で等分できること、1人分の量が $(1/2 + 1/6)$ 個であること、商は $1/2 + 1/6$ と表せることに気づいてくると思われる。ここでは、1人分 $(1/2 + 1/6)$ 個が $4/6$ 個や $2/3$ 個と同じ量か問い、異分母分数の加法であるため計算が困難であることを確認した上で、学習材7を用いて、1人分の量はどれも同じ大きさであることを確認する。

その後、この等分の仕方について感想を尋ねると、大きなかたまりで等分できることや等分の仕方のおもしろさを指摘するとともに、この方法で等分してみたいという欲求を述べられる。この等分の仕方は大昔エジプトやヨーロッパで行われていたことを簡単に説明し、大きなかたまりで等分する方法についての関心を強めたい。

これまでの活動から、ウの等分の仕方が大きなかたまりで等分できることにともに、 $4 \div 6$ の商が学習材8のように様々に表すことができることを確認する。その上で、かたまりの大きさを考えなければどの表し方がよいか問う。

子供は、除数・被除数と分母・分子の関係や、分母の大小、分数の数等を視点に、 $1/2 + 1/6$ の不便さ、 $4/6$ の便利さ、 $2/3$ の簡潔さを指摘しながら、小数では的確に表せない商の表し方について明確にしたいという欲求を抱いてくると思われる。

○ そこで、以上の学習を通して抱いた、今後学習していきたいことを紹介し合わせ、その順序性については適宜助言を与えながら、下記のような学習計画を立案したい。

- 学 習 計 画 —
- ①商を分数で表す方法をはっきりさせよう。
 - ②同じ大きさの分数を調べよう。
 - ③分母が異なる分数のたし算・ひき算の仕方を調べよう。
 - ④大きなかたまりで等分する方法に挑戦しよう。

4. 今後の学習
画を立案する

20

5