

だるま落としは高校物理の慣性の教材として適切か

福山 豊*

(平成11年3月15日受理)

Is Daruma-otoshi a good example to understand inertia for high school students?

Yutaka FUKUYAMA

(Received March. 15, 1999)

1. はじめに

高校生が物理を履修するときは、他の理科の教科、化学、生物、地学に比べて大変困難を感じているようである。その中でも力学は、物理の基礎であるため、かなりの分量を、最初の時期に学習することになっているが、その抽象性と一般性のため、運動の基礎的概念を十分に理解することができないでいる。特に、慣性の概念の解説には、まだかなり不統一があり、初心者は学習にかなりのとまどいを感じている。

そこで、この報告書では、高校の物理の多くの教科書¹⁾で、慣性の例として紹介されているだるま落としと、天井からつるした重い物体に結んだ糸を強く引っ張って切る実験について、その問題点を検討する。その結果、だるま落としや重い物体を引っ張る実験は、運動方程式や静止と運動摩擦力を学んでから学習するのが望ましいこと、また、慣性の大きさを表すものが質量であるという考え方は、慣性の基本概念に反することを指摘する。

2. だるま落としの問題

だるま落としは、図1に示すように分厚く丸い円板を5枚ほど重ね、その上にこの円板2個分位の厚みの円柱でできただるまを乗せたおもちゃである。だるまの下方の円板を、小さな木づちで水平に素早くたたくことにより、その円板の上の円板とだるまは横にずれずにポトンと下に落ちることができる²⁻³⁾。

このだるま落としは、高等学校の物理で現在多くの教科書で、慣性の例として例示されている。始め静止していただるまが、下の円板を木づちで強く打っても、だるま自身はずっと静止

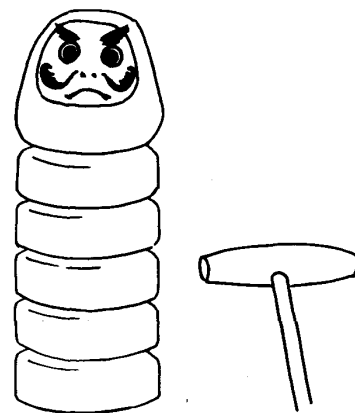


図1 だるま落とし

*長崎大学教育学部理科教室物理学

したままの状態にあることは、慣性を示していることは確かであるが、だるま落としは、始め静止した状態の物体に、ほとんど力が働かない状況が起こり、その結果この物体が動かなかつた現象が、慣性の典型的な例題として取り上げられていると見なせはしないだろうか。そのような状況なら、物体を紙で上から撫でてやる場合にも生じる。この場合とだるま落としの違いは、だるま落としの場合、その一部とみなせる円板に、大きな力が働いたにもかかわらず、だるまが横方向に動かない状況を理解させるところが、力学現象として重要なのではないかと考えられる。この状況を理解させるためには、ニュートンの第2法則による運動方程式、すなわち、運動量の変化が力積に等しいことを表す

$$mv - mv_0 = F \cdot \Delta t \quad (1)$$

と、静止摩擦力 f と運動摩擦力 f' が、静止摩擦係数 μ と動摩擦係数 μ' とそれぞれの垂直抗力を N と N' で

$$f = \mu N, f' = \mu' N' \quad (2)$$

と表されるという知識と理解が不可欠であり、だるま落としは、これらの学習後に例題として紹介すべきものではないだろうか。

また、慣性の認識と重要性は、等速度運動の場合のように動いているものは、ガリレオ以前では、力が働いていると思っていたものが、実は、力が働いていないか、力の合力がゼロの場合であるという驚きと認識を表現することにある。

このような意味で、このだるま落としの実験を、力学を学び始める生徒たちに、慣性の例とするのは、不適當であると考えられる。

実際に、力学の問題として解いてみよう。だるまの二つ下の円板を木づちでたたいたものとしよう。木づちでたたかれた円板の質量を m とし、この円板が、木づちでたたかれたときに受ける力を F_0 、力を受けた時間を Δt とし、飛び出す速度を v とする。このとき上の円板とだるまに、どのような力が働くかを考えると、この木づちによる力そのものではなく、飛び出した円板と上の円板との間の運動摩擦力 f' が問題となる。さらに重要なことは、このとき飛び出す円板は、かなりの速度で飛び出すので、両円板間の接触時間は極度に短い時間となることである。さらに、運動摩擦係数 μ' (速度に無関係ではほぼ一定)は最大静止摩擦係数 μ_m より小さな値であること、上に乗っている円板とだるまの質量はかなり大きいことを考えあわせると、この円板とだるまの合同体は、ほとんど速度をもたず、動き出すことができない。

数式で表すと、このときの円板の飛び出す速度 v は、(1)式から

$$v_1 = (F_0 - f_1' - f_2') \cdot \Delta t / m \quad (3)$$

と表される。

ただし、 f_1' は木づちでたたいた円板とこの上にある円板とだるまの間に働く動摩擦力の大きさと、円板の質量 m とだるまの質量を M とすると、このときの垂直抗力 $N = (M + m)g$ となるので

$$f_1' = \mu' (M + m)g \quad (4)$$

と表される。 f_2' は木づちでたたいた円板の下の円板との動摩擦力の大きさとであり、同様にして

$$f_2' = \mu' (M + 2m)g \quad (5)$$

と表される。これらは F_0 に比べると十分小さく($F_0 > f_1' + f_2'$)、円板はかなりの速度で

飛び出して行くことになる。

つぎに、簡単のための上の円板とだるまを一体として運動を考える。このときの水平方向の速度 v_2 は、同様に(1)式と作用反作用の法則を用いて

$$v_2 = f_1' \cdot \Delta t / (M+m) \quad (6)$$

と表される。たたかれた円板が、瞬間的に飛び出して行くときは、 $\Delta t (=t_1)$ は大変短く、その間は、ほとんど動摩擦力であるとみなせるため、この積（力積）は大層小さいと考えられる。さらに分母の質量はかなり大きいので、(6)式の v_2 は、十分小さく、動くことがないと結論できるであろう。

だるま落としがうまくできなくて、上の円板が動く場合は、木づちの打つ方向が水平方向でなく、上の円板は打たれた木づちから斜め上方の力が働くこととなり、その力の水平成分が上の円板を動かすこととなる。

ところで、円板を木づちでゆっくり押す場合を考えてみよう。この場合は、木づちで加える力 F_1 は、はるかに小さいにもかかわらず、上に乗っている円板とだるまをこの円板と一緒に動かすことができる。これは一見不思議にみえる。そこで、つぎに、この運動について考察しよう。木づちでゆっくり押す円板の運動は、(1)式から

$$v_3 = (F_1 - f_1 - f_1') \cdot \Delta t / m \quad (7)$$

の速度で動くとする。ここで f_1 はこの円板と上の円板の間の静止摩擦力の大きさである。このときの、静止摩擦係数は、一般に動摩擦係数より大きいことがある。ところで、上の円板とだるまの運動を考えると、

$$v_4 = f_1 \cdot \Delta t / (M+m) \quad (8)$$

と表されるが、これも同じ速度で動くとする

$$v_3 = v_4 \quad (9)$$

であるから、 f_1 の静止摩擦係数 μ は

$$\mu < \mu_m \quad (10)$$

でなければならない。

ところで、(8)式は、 $f_1 / (M+m)$ は、小さな値であるのに、どうして上の円板とだるまが動くのかと不思議に思えるかもしれないが、この場合はこのときの時間 $\Delta t (=t_2)$ が相対的に長いために上のような運動が起こることになる。このように、上に述べただるま落としのこの二つの異なる運動は、(6)式と(8)式の f_1' と f_1 はほぼ同じでも、 Δt が、それぞれ、瞬間的な時間間隔 t_1 とそれに比べて長い時間 t_2 との違い ($t_2 > t_1$) によって決まることが理解できる。その結果、この運動により移動する距離 x_1, x_2 は、速度と時間の積で表せるので、それぞれ、 t_1^2 と t_2^2 に比例し、その差はますます大きくなることがわかる。この事実が上の二つの実験の違いを生じさせることになる。

3. つるした物体の糸の切れ方の問題

もう一つの慣性の例題として、図2に示すようなつるした重い物体（質量を m ）に糸を結び付け、その糸を強く引けば物体の下方の糸が切れるが、ゆっくり引っ張れば物体の上の糸が切れることを示す実験である。強い力で下の糸を急激にひっぱると、物体は慣性のために急には動かないので、上の糸にはあまり影響を与えないで、物体の下の糸が切れる。これは静止した物体の慣性によるものであると解説されている。しかし、この物体の下の

糸が切れるか、上の糸が切れるかの問題を理解するには、慣性より運動方程式による理解のほうが大切であることは明らかである。

この問題を運動方程式をつかって考察してみよう。この物体の質量を m 、この物体を引っ張る張力を、上の糸によるものを T_1 、下の糸によるものを T_2 、下の糸を引っ張る力を $F(=T_2)$ とすると、このときの物体の運動方程式は、下方を正の向きとして

$$mv - mv_0 = (mg + T_2 - T_1) \cdot \Delta t \quad (11)$$

と表される。この場合、物体は始め静止しているので $v_0=0$ である。

急激な力を糸に加える場合、 T_2 は大きな値であり、フックの法則により下の糸は大きな伸び(単位長さあたりの長さの変化) l_2 を生じる。しかし、このときの物体の運動は、質量が大きく、加える時間 Δt が大変短い時間(0.1秒以下)であるため、速度の変化 v は、あまり大きくはない。そのため上の糸はあまり大きな張力で引っ張られず、その張力 T_1 は、はじめの値 mg より少し大きくなった程度で、その伸び l_1 ($\sim v\Delta t/L$: L は上の糸の長さ)は下の糸ほどの伸びを生じない($l_2 > l_1$)と考えられる。この結果、下の糸のほうが、早く糸として持ちこたえられる以上に引っ張られることになり、構造的に弱い部分が切断されることとなる。

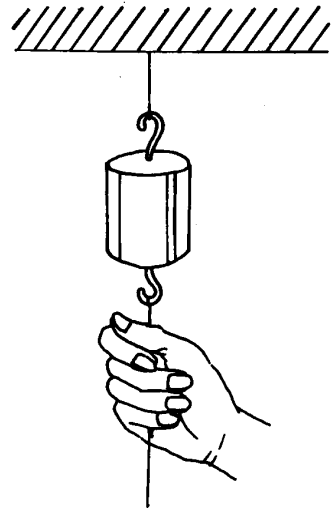


図2 つるした重りの糸の切断実験

一方、弱い力でゆっくり引っ張る場合は、 T_2 の値は小さく(11)式の右辺の合力もあまり大きくないかもしれないが、引っ張る時間 Δt が相対的にかなり長いので、速度の変化 v がその間じわじわと増加する。このとき上の糸の伸びは、下の糸の伸びよりおよそ重い物体 mg の力の分だけ余分に伸びることとなる。同じ構造の糸であれば、上の糸がはやく持ちこたえられない状態となり切れることとなる。

この両者の違いの理解には、運動方程式(1)の右辺の“力 F ”×“力をうける時間 Δt ”がここでも重要であり、たとえ力が大きくとも力を受ける時間が短ければ、速度の変化は小さく変位も小さいことがあり、力が比較的小さくても力を受ける時間が長ければ、大きく変位が大きくなることの正しい認識をもつことである。

そこで、この場合も、単に慣性の例題と説明するだけでは不十分である。運動方程式をもとに力と運動がこの実験にどのように関係しているかを理解できることが重要で、それらを見無視し、ただ慣性のみを強調して解説することは、学習者に力学の運動の理解を深めるどころか、かえって混乱を起こさせることとなる。

4. 質量と慣性の関係

多くの物理学の本や教科書に、慣性の大きさを表すものが質量であると記述されている。これは、どのような物体でも、現在もっている速度と方向を、力と無関係に保持し続けるものであるという、慣性の基本性質が、質量の大きさによって慣性の度合いが違うことと

なり、矛盾したことになるはしないだろうか⁴⁾。質量は外から力が働かないと分からない量であり、慣性は力と関係なくどのような大きさの物体にも成立するもので、まったく独立のものである。

このような誤解が、上で検討しただるま落としやつるした物体の糸の切れ方の違い、その他、コップの上の葉書に乗せたコインの問題などを、必要以上に慣性の性質として教えようとして生徒たちに、不必要な知的負担を課している。

例として、つるした物体の糸の切れ方の問題で、次のような解説⁵⁾をみてみよう。「慣性は質量に比例する。物体の質量が大きいほど、その慣性も大きい。だからこそ、なるべく重い、質量の大きい道具（物体）を選んだのである。その慣性が上の糸を守る。つまり、この慣性が打ち負かされて物体が下に動き上側の糸を強く引っ張るより前に、下の糸が切れる、というわけである。では慣性の裏をかいて、下の糸をゆっくりと次第に力を強めながら引っ張ったらどうなるか。そのときはむろん、強い力をうけた上側の糸が切れるだろう。」このように、強く引けば物体の下の糸が切れることの解説には、慣性や慣性の大きさなどで説明されている。この例は、おなじ物体でも、急激な大きい力が働けば慣性が働き下の糸が切れ、ゆっくりと加えた小さい力だと慣性が働かず上の糸が切れるとみなしているように見える。しかし、どちら側で糸が切れようと、物体の質量には違いは無いのだから、もし慣性が質量に比例するのなら、どちらの場合にも同じ慣性が働くことになりはしないだろうか。

これらの問題のポイントは、物体を動かすためには、それに働く力とともに、力の働く時間の長さ Δt が大層重要な要素である点にある。たとえ、力がかなり大きくても、 Δt がほんの1瞬間しか働かないなら、運動を変えることは難しいし、小さな力でも長い時間働けば、運動を変えることができることの認識、すなわち、運動方程式(1)の正しい適用が、この問題の重要な点である。これらの問題は、これらの運動の理解に、ただ単に、慣性の性質だからでは、十分な理解はできないし、慣性についての誤解さえ生じさせかねない。物理教師のこれらの教材の取り上げ方には十分の注意が必要である。

5. おわりに

以上のことから、いまおこなわれている慣性に関する教育で、不適当なことや改良すべきと思うことをまとめてみる。まず、(a)だるま落としなどの教材は慣性の例には、不適当である。もし紹介するなら、運動方程式(1)や摩擦力の学習をおこなってからにするほうが適当である。(b)運動方程式は加速度による方程式($ma=F$)より、(1)式の表現、運動量の差が力積に等しい、が理解しやすいと思われること。(c)さらに、慣性と質量には、直接の関係は無く、慣性の大きさを質量の大小と結び付けてはいけないこと、などである。

力学での慣性の重要性を意識させるために、慣性だけでは理解できない例題を、無理に慣性で説明できるかのような解説されているものが多く、かえって慣性の概念の理解を混乱させ難しくしている。このような慣性概念の指導の混乱を取りのぞき、初心者にも入門しやすい力学体系を模索する教材研究がさらに必要である。

文 献

- 1) 現在高校用の「新編物理 I B」のほとんどの教科書
- 2) 坪井忠二：「力学物語」(岩波書店, 1970)
- 3) 戸田盛和：「おもちゃの科学 1」(日本評論社, 1995)
- 4) 町田茂・有尾善繁：「現代科学と物質概念」(青木書店, 1983)
- 5) ガリバルシュテイン著, 松野武訳：「遊びの物理 1」(大竹出版, 1995)