

現代制御理論ノート

Introduction to Modern Control Theory

平成 29 年

長崎大学大学院工学研究科

辻 峰男

まえがき

制御理論は年代順に古典制御理論，現代制御理論，ポスト現代制御理論に分類されることがある。ところが，ポスト現代制御理論の代表である H_∞ 制御やロバスト制御という名前の本は出版されてはいるが，ポスト現代制御理論という教科書はなく，名称として定着していないように思う。現代制御理論は，名前だけ聞くと，いつになっても最近の制御理論という印象を与える。ということで，従来の現代制御理論とポスト現代制御理論をまとめて現代制御理論と呼ぶ方が判りやすく，ネーミングとして適しているように思う。以上の観点から本ノートは，現代制御理論というタイトルではあるが， H_∞ 制御やこれまでの現代制御理論の教科書ではあまり取り上げられていないモデル規範適応システム(適応制御)まで含めている。

現在実用化されている制御の基本は何と言っても，PID 制御と古典制御理論による設計であるが，性能向上を図るためには，現代制御理論にチャレンジする必要がある。本ノートは，現代制御理論を応用する立場から眺めて，その特徴や意義を伝えるために書いた入門書である。各章の概要は以下の通りである。

第1章では，まず制御対象で成り立つ微分方程式を整理して，状態方程式を導く方法を説明する。状態方程式は現代制御理論の出発点となる。古典制御理論と違い行列を用いるのでやや抵抗を覚えるかもしれないが，慣れると大変便利である。次に，状態方程式の解(過渡応答)，さらに制御対象の安定判別について述べる。制御対象だけの場合，自由に設定できる量は入力(操作量)である。

第2章では，制御対象を PID 制御する場合について，システム全体の状態方程式の導き方を説明する。PID 制御は古典制御の代表であるが，実用的にもまた状態方程式の導き方の練習を行う上でも適している。フィードバック制御システム全体では，自由に設定できる量が指令値に替わることに気が付けば，過渡応答や安定判別には第1章の考え方がそのまま利用できることが判る。

第3章では，まず可制御性と可観測性という制御の根本について述べる。つまり，制御対象に何らかの制御を加えてうまく制御が行えるのかどうか，またセンサから検出した情報が役に立つものかどうかを考える。次に，状態変数をうまく選ぶと制御器を設計する場合などに便利な状態方程式が得られることを示す。このとき，可制御性と可観測性を判定する行列が役に立つのである。

第4章は，これまでの現代制御理論の中心である最適フィードバック制御を述べている。状態変数と入力の変動分をそれぞれ2乗し，それらの時間積分値を評価関数として定め，それが最小となるように制御器を設計する。全ての状態変数をセンサで検出し，それぞれに制御ゲインを掛けて入力(操作量)を得る制御系となる。リッカチ方程式を解けば機械的に最適な制御ゲインが求まる。なお評価関数を使わないで，系全体の極を望ましい値に設定することで制御ゲインを決める方法もある(極配置という)。ステップ状の指令値に追従するサーボ系にするためには積分器が必要で，理論を少し拡張すれば対応できる。

第5章では，まずオブザーバ(状態観測器)について述べる。最適フィードバック制御では

全ての状態変数をセンサで検出する必要があるが、これは実現が困難な場合も多い。そこで、制御用のコンピュータで状態方程式をオンライン(制御と同時進行)で解いて、状態変数を演算で求めることが考えられる。これがオブザーバである。十分に安定な制御対象であれば、単純に状態方程式を解けばよいが、不安定あるいは不安定に近い制御対象では、演算が適度に収束するようにオブザーバゲインを設計する。オブザーバは最適フィードバック制御に限らず種々の応用が可能である。次に、オブザーバと類似したカルマンフィルタについて述べる。カルマンフィルタは、ノイズを考慮した推定誤差の2乗平均値が最小になるように、リッカチ方程式を解いて最適ゲインを求めた同次元オブザーバである。離散時間系(パラメータの時間変化可能)として表されたカルマンフィルタが種々の分野で応用されている。この場合、最適ゲインはリッカチ方程式を解くことなく、逐次計算される。

第6章では、 H_{∞} 制御について述べている。第4章の最適フィードバック制御や第5章のオブザーバは、制御対象をモデリングして求めた状態方程式を用いる。モデリングでは、制御対象のパラメータは一定と仮定され、また物理的に影響が小さいとして近似が行われることも多い。従って、実際にはこれらの仮定が成立しないことも当然起こり得る。そこで、使用する状態方程式(ノミナルモデル)と実際のシステムのモデル化誤差を考え、システムに変動があっても安定に動作する制御器の設計法が考案された。これはロバスト制御と呼ばれる。 H_{∞} 制御では周波数領域で考えることにより、簡単に言えば目標値への高速応答とロバスト安定性をできるだけ両立させる(混合感度問題という)。 H_{∞} 制御は2本のリッカチ方程式を解いて設計されるが、得られる制御器は最悪外乱を考慮したオブザーバと最適フィードバック制御器の組み合わせと解釈できる。なお積分器をもつサーボ系とするには多少の工夫が必要である。古典制御理論でも、周波数領域でゲイン余裕や位相余裕を考えて制御器の設計を行うが、これも目標値への高速応答とロバスト安定性を確保しようとしている。これと比べると、 H_{∞} 制御器は、制御対象より少し大きな次元を有する高性能な制御器になっている。

第7章では、モデル規範適応システムについて述べている。モデル規範適応システムには、モデル規範形適応制御と適応同定システムがある。本テキストでは、適応同定(簡単に言えばパラメータ推定)を中心に述べる。パラメータ推定は制御と言うより制御対象の正確なモデルをオンラインで演算することにある。パラメータ推定が正確なら、ロバスト制御に頼らなくても良いケースもあろう。パラメータ推定において重要なことは、安定に推定が行えるかどうかということである。モデル規範適応システム理論を適用してパラメータ推定を行う方法が良く知られている。このとき安定な収束を保証するには、非線形システムとしての解析が必要で、リアプノフの安定判別法やポポフの超安定論などが用いられる。逐次最小2乗法は、離散時間系として表わされ、パラメータ推定として応用されている。パラメータ推定で得られた値を利用し、例えばPID制御器のゲインをオンラインで自動的に調整するといったオートチューニングが可能となる。本稿では特に連続系の適応同定の応用例として、モータの速度推定(速度をパラメータと見なす)を示す。

現代制御理論ノート

目次

第1章	状態方程式	1
第2章	PID制御系の状態方程式	19
第3章	可制御性, 可観測性と変数変換	27
第4章	最適フィードバック制御	35
第5章	オブザーバとカルマンフィルタ	51
第6章	H_∞ 制御	68
第7章	モデル規範適応システム	85
	参考文献	109
付録	最適レギュレータ	111
	索引	117

このノートを父辻光男，母初江と妻葉子，息子創介，娘百衣璃に捧げる。

2017年夏 辻 峰男