

軽量材料を主構造に用いた簡易施工構造物の設計法に関する研究

中原 浩之*・新垣 和明**・山本 憲司***

Design method for easy set up structures by light weight material

Hiroyuki NAKAHARA*, Kazuaki ARAKAKI** and Kenji YAMAMOTO***

The authors have proposed a new light-weight structure in order to develop for easy set up shelters, storages and so on. The material of expanded polystyrene (EPS) was chosen as the main structure of the proposed structure. The arches specimens were masonry arches consisted of EPS blocks which were tied up by outside ropes. The EPS arches were tested under vertical force and reported the structural properties in our previous paper. The experimental load versus deformation relations were estimated by the tri-linear model which was composed of the initial stiffness, reduced stiffness and maximum strength. Based on the comparisons between tests and models, the structural design method for EPS arch was studied in this paper. The authors verify the strength of the EPS arch against to the wind pressure according to the building code of Japan. The EPS arches are safely designed by control of the weight of the cover sheets for EPS arches.

Key words : light-weight structure, expanded polystyrene, masonry arch, ring tension

1. はじめに

EPS (Expanded Polystyrene) は、一般に発泡スチロールと呼ばれている。この材料は、断熱性に優れ、軽量であることが特徴で、冷凍や冷蔵された食材を運搬する容器として広く利用されている。当研究室では、断熱性能を必要とする構造物を簡易に施工することを目的として、EPSを用いた円筒シェルを提案・作成してきた。具体的な用途としては、農業用ハウス、倉庫、避難施設を想定している。前報では、この円筒シェルを構成するアーチ構造を実際に作成し、耐荷性能を調べるための加力実験を実施している。

本報では、前報で示した半径 1250mm のアーチ構造の試験体の実験結果を参照しながら、EPS アーチ構造の剛性・耐力の評価法について検討する。また、この構造の実用化に向けた構造設計法について述べる。

図 1 に、前報の半径 1250mm 試験体を示す。この試験体は、厚さが 100mm である。これを構成する台形のピースは長辺、短辺それぞれが 439mm, 341mm 奥行きは 600mm であり、一つのピースの重量は 700g, アーチ全体の自重は 11.9kg である。

本研究では、前報の実験結果の荷重-変形関係に基づき初期剛性、軟化後の 2 次剛性、最大耐力の評価法を提案する。その後、実験と計算の比較に基づき、提案している EPS アーチの構造設計について検討する。

2. 1250mm 試験体の実験

図 1 のアーチは、図 2 に示すように作成した。まず、台形 EPS ピースの長辺（アーチの外側になる部分）にテープを貼る。その後、外周をロープで緊縛し、そのロープをウィンチに固定する。ウィンチを巻き上げる事により台形同士が圧着して、アーチが形成される。この方法により、13 ピース試験体を 2 体作成した。

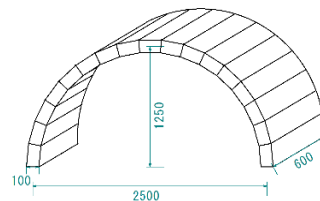


図 1 1250mm 試験体



図 2 施工方法

令和2年12月22日受理

* システム科学部門 (Division of System Science)

** 工学研究科 (Graduate School of Engineering)

*** 東海大学 (Tokai university)

アーチ完成時には、ロープの張力により、アーチの外周からアーチの中心に向かって作用する分布荷重と、アーチ端部に水平及び垂直に同じ力が作用する。この状態を図3に示す。アーチ完成時の軸力 N_θ 、曲げモーメント M_θ は以下の式で表すことができる。なお、断面力は極座標 θ の関数として表している。

$$N_\theta = -qa(\sin\theta + 1) \quad (1)$$

$$M_\theta = qa^2 \sin\theta \quad (2)$$

実験は、上記の状態のアーチの頂部に鉛直荷重を載荷する。実験変数は、支持条件で図4に示すように、アーチの端部の回転を固定しない場合と固定する場合の二通りを用意した。両端ピン支持試験体は図4(a)に示すように、アーチを直接地面に設置した。両端固定支持試験体は図4(b)のように、アーチの端部にH形鋼を取り付け、アーチ端部の回転を拘束した。実験では、図5に示すように、アーチ頂部に集中荷重 P を載荷した。図5の2体の実験より得られた集中荷重-鉛直変位関係を図6に示す。図6(a)の曲線が示すように両端ピン支持の最大荷重は406(N)である。また、図6(b)の曲線が示すように両端固定支持の最大荷重は635(N)である。いずれの実験も加力点の鉛直変位が70(mm)に達した時点で載荷を終了している。この実験では、座屈等の不安定な現象は発生していない。

図5(a)の荷重条件における両端ピン支持の N_θ 、 M_θ は以下の式で表すことができる。

$$N_\theta = -\frac{P}{2} \left(\frac{2}{\pi} \sin\theta + \cos\theta \right) \quad (3)$$

$$M_\theta = \frac{Pa}{2} \left(\frac{2}{\pi} \sin\theta + \cos\theta - 1 \right) \quad (4)$$

式(1)(2)から得られる断面力図を図7(i)に示す。計算には、実寸 $a=1.25\text{m}$ 、奥行き 0.6m を代入している。まず、等分布荷重 q を計算する。初期張力は、施工時に測定していたロープの張力から得ており、支点反力 $qa=50\text{N}$ となり、 $q=67\text{N/m}^2$ となる。式(3)(4)から得られる断面力図を図7(ii)に示す。ここで、計算には実寸と $P=406\text{N}$ を代入している。実用時、鉛直荷重は、自重とアーチを重ねてかけるシートの重みで作用させることになる。 P は鉛直方向の等分布荷重 ω_V に換算すると、 271N/m^2 となる。

図7(iii)には、施工時と荷重時の断面力を合成した力 N_θ と M_θ を示している。図7(iii)から分かるように、施工時応力によって、最大荷重時の中央曲げモーメントが、内側引張から外側引張に移行している。このアーチは内側に引張抵抗するテープのようなものを設けていないので、この設定は重要な検討事項である。

また、軸圧縮力も全体的に大きくできることが分かる。断熱性能を確保するには、EPS ピース同士が圧着していることが必要となる。導入張力と負担予想鉛直力を適宜設定することで、EPS ピース同士を密着させて断熱性能を保持できる構造物の建設が可能となる。今回の実験では、施工時のロープの張力は、最大荷重時の水平反力の1/3になっている。

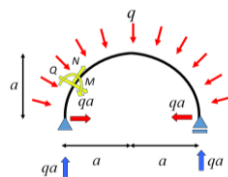
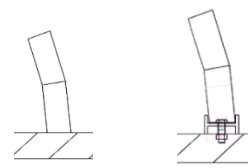


図3 施工時の応力状態



(a)両端ピン支持 (b)両端固定支持
図4 アーチ端部詳細

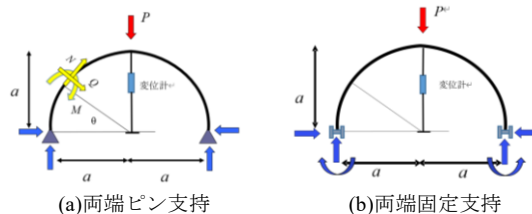


図5 実験の荷重条件

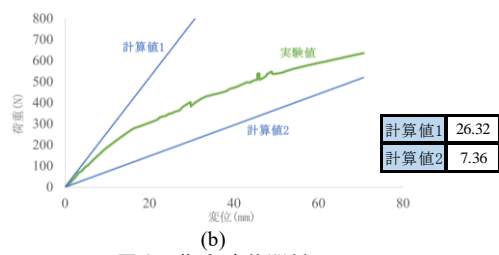
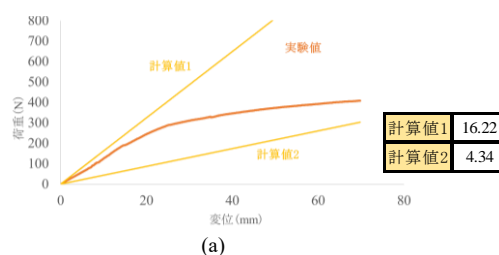
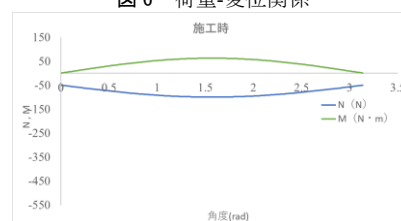
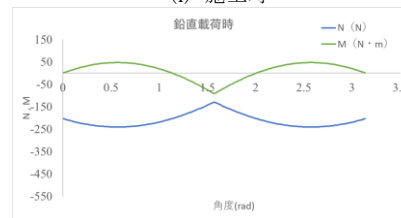


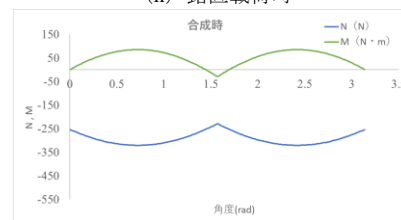
図6 荷重-変位関係



(i) 施工時



(ii) 鉛直載荷時



(iii) (a)合成時

図7 断面力図

図 5(b)の荷重条件における両端固定支持の N_θ , M_θ は以下の式で表すことができる。

$$N_\theta = -\frac{P}{2} \left(\frac{8-2\pi}{\pi^2-8} \sin \theta + \cos \theta \right) \quad (5)$$

$$M_\theta = \frac{Pa}{2} \left(\frac{8-2\pi}{\pi^2-8} \sin \theta + \cos \theta + \frac{4-2\pi}{\pi^2-8} \right) \quad (6)$$

図 8 に、図 7(i)の施工時と図 5(b)の支持条件での荷重時の断面力を合成した力 N_θ と M_θ を示している。ここで、計算には実寸と $P=635\text{N}$ を代入している。 P は鉛直方向の等分布荷重 ω_V に換算すると、 423N/m^2 となる。

施工時の導入軸力は支持条件によらず同一であるため、図 8 は、図 7(iii)に対応する状態についてのみ示している。図 8 においても、施工時応力によって、最大荷重時の中央曲げモーメントが、内側引張から外側引張に移行し、軸圧縮力も全体的に大きくできる。ピン支持と固定支持を比較すると、両者の最大曲げモーメントの大きさはほぼ等しい。一方で、最大軸力は後者が 1.5 倍以上の大きさとなっている。

図 6 には、2 通りの計算剛性を示しており、実験値が、計算値の間に描かれていることが分かる。大きい方の計算剛性は、図 5 に示す条件での初期剛性である。小さい方の計算剛性は、図 9 に示す条件での初期剛性である。

図 9(a')の支持条件において、式は以下になる。

$$N_\theta = -\frac{P}{2} (\sin \theta + \cos \theta) \quad (7)$$

$$M_\theta = \frac{Pa}{2} (\sin \theta + \cos \theta - 1) \quad (8)$$

図 9(b')の支持条件において、式は以下になる。

$$N_\theta = -\frac{P}{2} \left(\cos \theta + \frac{2}{3\pi-8} \sin \theta \right) \quad (9)$$

$$M_\theta = \frac{Pa}{2} \left(\frac{2}{3\pi-8} (\sin \theta - 1) + \cos \theta \right) \quad (10)$$

剛性 K の評価方法として、計算剛性は曲げ変形のみを考慮し、(12)式で求めた。EPS のヤング係数は文献 1) を参照して、 $E = 12(\text{MPa})$ とした。また、実験剛性は荷重-変位関係のグラフから 1/10-1/3 の範囲での傾きから求めた。

$$v = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{MM}{EI} ad\theta \quad (11)$$

$$K = \frac{P}{v} \quad (\text{kN/m}) \quad (12)$$

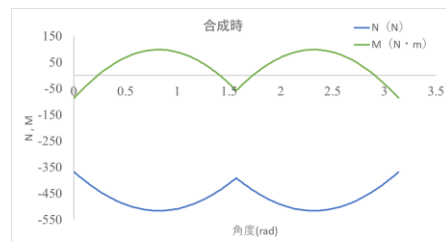
実験観測より、載荷力が大きくなるにつれて、剛性が低下する様子が分かる。これは、アーチ頂部に内側が引張り力となる曲げモーメントが大きくなると、あたかも、頂部にピンが挿入されたような挙動に変化すると考えられたための評価法である。ピン支持、固定支持のいずれの実験値も載荷点にヒンジがある構造モデルと載荷点にヒンジがない構造モデルにおいての計算値の間に位置し、載荷点にヒンジがない構造モデルから載荷点にヒンジがある構造モデルに移行しているような挙動をとる。

前報では、1000mm 試験体の実験においてアーチ頂部がピンのようにになっている状況が確認されたが、本論の主対象とする 1250mm では、このような状況は確認されていない。明確な根拠を示すことはできないが、本論では表 1 の結果を参照して、変形が進むと曲げ剛性 EI が初期状態から 1/4 に減少すると仮定する。

以上の考察を踏まえて、実験結果を三直線の骨格曲線で評価することを試みる。

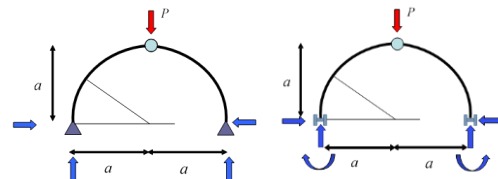
まず、第一直線は、図 5 に示す条件での初期剛性で表されるとする。次の第二直線の勾配は、実験の剛性軟化を考慮して、曲げ剛性 EI が、初期状態から 1/4 に減少した勾配で表されるとする。

第二直線を一義的に定めるためには、例えば、剛性が変化する変形等を決める必要がある。本論では、実験の剛性が、第二直線の勾配と等しくなった点で定義する。即ち、第二直線は実験の曲線の接線となるようにする。第三直線は、以降で計算される終局耐力で定義する。第一直線と第二直線との交点を第一折点とする。また、第二直線と第三直線との交点を第二折点とする。このように定義した骨格曲線と実験値の比較を図 10 に示す。



(b)合成時

図 8 断面力図

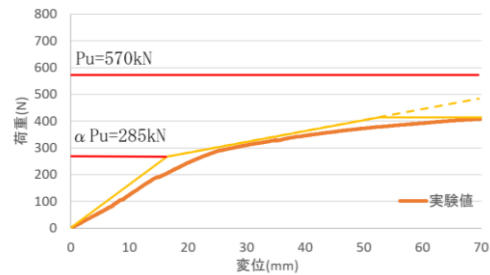


(a')両端ピン支持 (b')両端固定支持

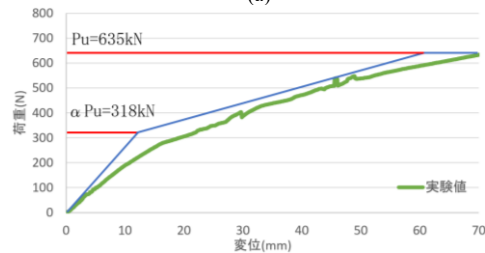
図 9 実験の荷重条件 (ヒンジあり)

表 1 剛性

	実験値	近似値	
両端ピン	10.84	4.05	第二直線
		16.22	
両端固定	17.56	6.58	第一直線
		26.32	



(a)



(b)

図 10 近似の骨格曲線

図 10 から提案した骨格曲線により実験値を近似できることが分かる。

図 10 より両端ピン支持, 両端固定支持, 共に第一折点が 300N 付近で確認できる. この時の鉛直変位はピン支持では 15mm, 固定支持では 10mm である.

次に, 最外縁応力図を用いて終局耐力について考察する. 式(13)で示されるアーチの内側の垂直圧縮応力がある一定値以上になったときに, 終局状態になると考えた.

$$\sigma_{min} = \frac{N}{A} - \frac{M}{Z} \quad (13)$$

図 11 は, 1250mm 試験体の最大耐力時のアーチの最外縁応力図 σ のグラフである. 図 11 において, 応力 σ を縦軸にとり, 横軸 θ による変化を見ている. 式(11)において, M/Z に比べて N/A の値が非常に小さいため, 応力は曲げによって支配される.

図 11(a)には, 図 7(i)の施工時の応力を加算し, 両端ピン支持では $P=406\text{N}$ としている, 両端固定支持では $P=635\text{N}$ としている. 両端固定支持の図 11(b)をみると, 最外縁応力 σ の最小値は, -0.12N/mm^2 である. 図 12 に EPS 材の応力-ひずみ関係を示す. 今回使用した EPS 材の密度は, 30kg/m^3 であり, 図 12 における弾性限界は 0.17N/mm^2 程度である. 本研究では, σ が 0.12N/mm^2 までしかアーチの挙動を実験で確認できないため, この値を EPS 材料の許容応力とし, アーチの内側の最外縁圧縮応力 σ が, 0.12N/mm^2 に達したときを終局耐力と定義する.

図 11(a)の両端ピン支持では σ_{min} は -0.08N/mm^2 である. これが, -0.12N/mm^2 に達するときの荷重 Pu の値は 570N になり, これが終局耐力となる. これを図 10(a)に示す. 終局耐力を用いて, 図 10 の第一折点を再定義する. 図 10 から, 第一折点は終局耐力の 50%位に位置しているため, 終局耐力に $\alpha=0.5$ をかけた値を第一折点とする. 図 10(a)では, 285N となる. 図 10(b)では 318N となる. また, $\alpha=0.5$ に対応して, 第一折点の許容応力は 0.06N/mm^2 となる.

本節では, 骨格曲線で実験を模擬したのち, これを計算で再定義できた. 具体的には, 弾性理論の初期剛性と, アーチの内側の最外縁圧縮応力 σ が 0.12N/mm^2 に達したときを終局耐力を用いて, 三直線からなる骨格曲線を作成した. 実用上では, 大変形を許容できないので, 第一直線の領域で構造設計を実施することが可能かどうかを次節で調べる.

4. 構造設計

実験では, 加力装置の関係上, 鉛直力を集中荷重として載荷するにとどまっている. しかしながら, 本構造を実用化するには, 水平力に対する検討も必要である. 本構造は, 軽量なので, 地震荷重は問題にならず, 実際には自重と風荷重の組み合わせを考慮すればよいと考えられる.

1250mm 試験体を例にとり, この設計を行う. 建築物荷重指針²⁾を参照して, 建物の所在地を長崎として, 設計風速 U_H は再現期間 1 年の風速を用いた. 再現期間 1 年の風速 U_{1H} は, 居住性の検討において必要となる.

風荷重 ω_H は以下の式で算出される.

$$\omega_H = q_H C_D \quad (14)$$

$$q_H = \frac{1}{2} \rho U_H^2 \quad (15)$$

ここで, 速度圧 q_H , 風力係数 C_D , 空気密度 ρ , 設計風速 U_H である. 荷重指針²⁾によると長崎の設計風速 U_H は $15.3(\text{m/s})$ とある. ここで, 風力係数 $C_D = 1$, 空気密度 $\rho = 1.22(\text{kg/m}^3)$ とおくと, (14)(15)式から $\omega_H = 142(\text{N/m}^2)$ となる.

水平分布荷重と鉛直分布荷重が両端ピン支持の EPS アーチに作用した時の荷重条件を図 13 に示す.

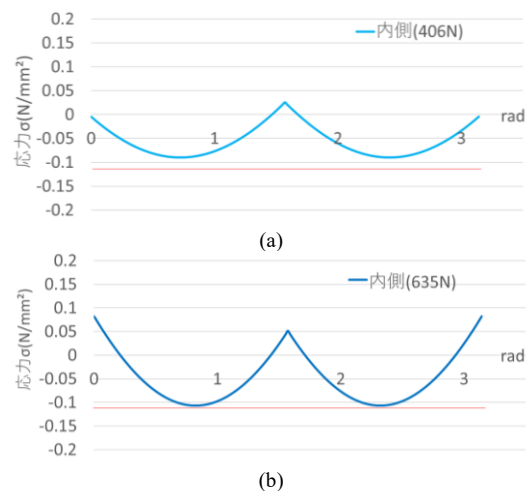


図 11 アーチ内側の最外縁応力図

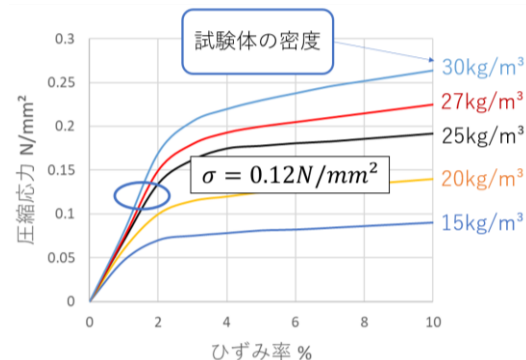


図 12 圧縮応力-ひずみ関係

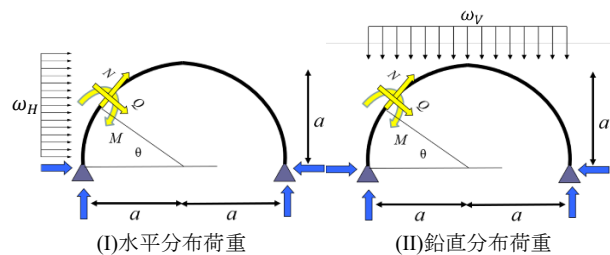


図 13 支持条件

図 13(I)のように、上記の風荷重が載荷された場合、式 (16)(17)から図 14(I)の断面力図が得られる。図 14(I)から分かるように、軸力が引張に作用する部分が現れる。本報の円弧アーチは圧縮軸力によって全体を安定させる構造であるため、自重を増すことで、全アーチの軸力を圧縮にとどめる設計を行う。

$$\begin{aligned}
 (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}) \\
 N_{\theta} &= \omega a \left(\frac{6\pi+13}{12\pi} \sin \theta + \frac{1}{4} \cos \theta - \sin^2 \theta \right) \\
 Q_{\theta} &= \omega a \left(\frac{6\pi+13}{12\pi} \cos \theta - \frac{1}{4} \sin \theta - \sin \theta \cos \theta \right) \\
 M_{\theta} &= \frac{\omega a^2}{4} \left(\frac{6\pi+13}{3\pi} \sin \theta + \cos \theta - 2 \sin^2 \theta - 1 \right)
 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 (\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi) \\
 N_{\theta} &= \frac{\omega a}{4} \left(\cos \theta - \frac{6\pi-13}{3\pi} \sin \theta \right) \\
 Q_{\theta} &= -\frac{\omega a}{4} \left(\sin \theta + \frac{6\pi-13}{3\pi} \cos \theta \right) \\
 M_{\theta} &= \frac{\omega a^2}{4} \left(1 + \cos \theta - \frac{6\pi-13}{3\pi} \sin \theta \right)
 \end{aligned} \quad (17)$$

図 14(II)のように、鉛直方向の分布荷重が載荷された場合、式(16)(17)から図 14(II)の断面力図が得られる。

$$\begin{aligned}
 N_{\theta} &= -\omega a \left(\cos \theta + \frac{2}{\pi} \sin \theta \right) \\
 Q_{\theta} &= \omega a \left(\sin \theta - \frac{2}{\pi} \cos \theta \right) \\
 M_{\theta} &= \omega a^2 \left(1 - \cos \theta - \frac{2}{\pi} \sin \theta \right)
 \end{aligned} \quad (18)$$

図 14(I)で現れる引張軸力を相殺するのに必要な鉛直荷重 ω_V は $65(\text{N}/\text{m}^2)$ 以上と計算される。 ω_V と ω_H を同時に載荷した断面力図を図 14(III)に示す。さらに、アーチ施工時に導入する緊縛力を考える。実験で導入したのと同じ初期緊縛 $q=67\text{N}/\text{m}^2$ を含んだ状態で、 ω_V と ω_H を同時に載荷した時の断面力図は、図 15 のようになる。

図 15 からわかるように、初期緊縛を含んだ状態だと図 14(III)とで生じていた下側引張の曲げモーメントが消失する。つまり全断面が圧着した状態を保持できる。このときの最外縁応力図を図 16 に示す。図 16 を見てもわかるようにアーチの内側の最外縁下部で引張応力は生じていない。最外縁許容応力は前節で定義した許容耐力から終局応力の 1/2 と定義できるため、図 16 の応力図はこれを満たす。また、最外縁圧縮応力が $0.06\text{N}/\text{mm}^2$ に達した状態は、 P で換算すると 98N となる。1250mm 試験体の実験から得られる許容耐力は終局耐力に $\alpha=0.5$ を乗じた 285N であるので、今回の試設計では、十分安全側の設計が可能であることが示された。

6. まとめ

- 1) 前報で示した EPS アーチの鉛直荷重載荷実験の荷重-変形関係を三直線の骨格曲線で近似することを試み、おおむね実験結果を評価できることが分かった。
- 2) 三直線の骨格曲線の第一直線の傾きは、曲げ剛性 EI のみを考慮した初期剛性で表されるとし、次の第二直線の勾配は、 EI が初期状態から 1/4 に減少するとし、実験の荷重-変形関係を追跡できた。
- 3) 実験結果から、最大強度発揮時のアーチの内側の最外縁圧縮応力 σ が $0.12\text{N}/\text{mm}^2$ であったため、この時点を終局状態とし、この応力が、 $0.06\text{N}/\text{mm}^2$ となるまでを許容強度として定義し、構造設計を実施した。

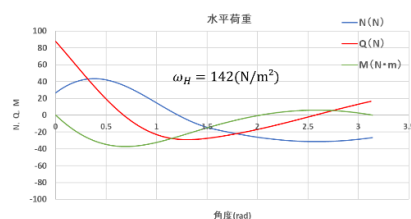
- 4) 自重・初期緊縛力・風荷重が作用する複合応力状態を仮定して、1250mm 試験体の試設計を行った。EPS アーチを構成する各要素が圧縮軸力を保持する条件を示し、EPS 円筒シェルの実用化の可能性を示した。

謝辞

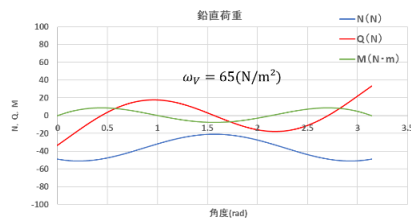
本研究では、(株)ツジデン元代表取締役社長・大西威徳氏から研究全般にわたり多大なご協力とご支援を得た。ここに記して、甚深の謝意を表する。

<参考文献>

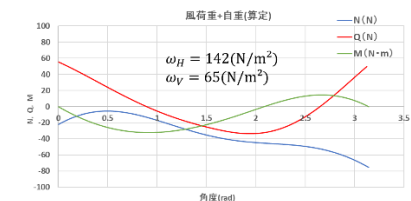
- 1) 発泡スチロール協会 EPS 建材推進委員会：EPS 断熱建材ガイドブック，2016.1.
- 2) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2004.9.



(I) 水平荷重時



(II) 鉛直荷重時



(III) 合成時

図 14 断面力図

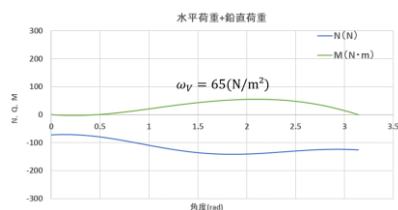


図 15 初期緊縛を含んだ状態の応力図

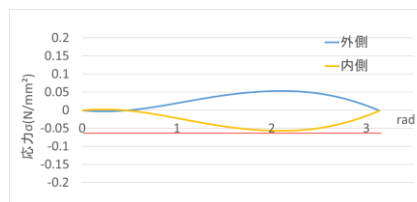


図 16 最外縁応力図