実践報告

2021 年度「小学校算数科」実施報告

松田康雄（長崎大学教育学部）

はじめに

2021 年度後期「小学校算数科(a 班)」実施報告として、授業・課題での出題問題、そのねらい、反応，振り返りをまとめた。

○ 授業の概要と位置づけ

小学校教師として算数を教えるための基礎および専門能力を育成する。算数を学ぶ意味、根底にある数学の知識、見方、考え方を理解し、児童の状況に応じて授業内容を構成できる能力を育成する。

○ 到達目標

・数および数の演算の概念を理解、表現し、人に教えることができるようになる。

・図形的な概念を理解、表現し、人に教えることができるようになる。

・関数的な概念を理解、表現し、人に教えることができるようになる。

○ 授業内容

1～3 数える　4～6　計算　7　論理　8 割り算　9, 10　図形　11 素数と円周率　12　単位　13　平均・比　14　表・グラフ　15　関数　16　試験

○ 受講者 79 名（小学校 59 名，中学校 7 名，特別支援 13 名）

１．問題

問題１（ピックの定理）頂点が格子点（最短距離が 1）で直線で囲まれた図形の面積は (内部の点の数)＋(辺上の点の数)÷2－1　で求められる。図（省略）の面積を計算せよ。また、図を作成しその面積を計算せよ。

ねらい：数えて終わりではなく，計算することで面積を計算する。自分で図形を考えることにより教材開発を行う。

反応：様々な作品が集まった。例えば，生徒作の右のハート型であれば面積は $34+20\div2-1=43$ となる。

計算ミスが少し見られた。

振り返り：時間の関係でピックの定理の証明をしなかったが方針だけでも示せばよかった。格子点の個数を数えて面積が計算できるという不思議な定理を是非伝えてほしいと願っている。

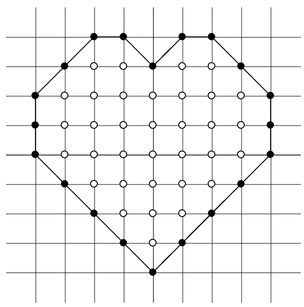


図１　ピックの定理の問題図

問題２（オイラーの多面体定理）サッカーボール型立体の正六角形の面の数，正五角形の面の数，辺の本数Xと頂点の個数Yを求めよ。

ねらい：立体の構造を知る。工夫して数える。

解答例と反応：正 20 面体は正三角形の面が 20, 辺が$20 \times 3 \div 2 = 30$,頂点が$20 \times 3 \div 5 = 12$ ある。辺の 3 分の 1 の所で切り取ってできる正五角形の面は正 20 面体の頂点の数に等しく 12．正六角形の面の数は正 20 面体の面の数と同じ 20．重なりに留意して $X = 12 \times 5 + 20 \times 3 \div 2 = 90$ ，$Y = 12 \times 5 = 60$ ．

図２　サッカーボール型多面体

振り返り：オイラーの多面体定理：(頂点の数)－(辺の数)＋(面の数)$= 60 - 90 + 32 = 2$ が確認できる。すべての（凸）多面体に対して成り立つこのシンプルな式も是非伝えてほしいと願っている。

問題３（割り算の２つの意味）「等分除」と「包含除」を題材にした，子ども(小学３年生位)が喜びそうな問題を考えよ。

ねらい：割り算の２つの意味を理解すること。掛け算の基本的な意味としては

（１つ分の数）×（いくつ分）＝（全部の数）

の 1 通りである。一方割り算は、次の 2 通りある。

(全部の数)÷（いくつ分）＝　（１つ分の数）：等分除

(全部の数)÷（１つ分の数）＝　（いくつ分）：包含除

解答例と反応：「等分除」12 人の鬼を 3 人で同じ数だけ退治するとき 1 人何人の鬼を退治すればよいか。「包含除」12 人の鬼がいて，1 人で 3 人ずつの鬼を退治するとき，何人が必要か。うんこドリル的な問題もあった。

振り返り：問題を考え出すことによって、内容の理解が深まると思う。割り算の意味が 2 通りあると必然性を理解した上で教えてほしいと願っている。（小 3 の教材）

問題４（木の本数を数える）ある山の木の本数を数えるとして，その数え方の工夫を考えよ。

ねらい：数える根底が 1 対 1 対応であることの理解

解答例と反応：予め 1000 枚用意した布を、1 本の木に 1 枚ずつくくりつける。残った布の数で木の本数が分かる。航空写真をとって数える，単位面積当たりの木の本数を数える等の解答があった。

振り返り：数える根底は 1 対 1 対応であるが、概数の概念も必要である。

問題５（four fours）4 を 4 個と演算 － $\sqrt{4}\,(=2)$，$4!\,(=1\times2\times3\times4=24)$ や指数など － を使って $=11$ から $=20$ を作れ。

ねらい：数と演算の理解

解答例と反応：12 の場合に多くの計算が見られた。

$4\times4-\sqrt{4}-\sqrt{4}$，$4+4+\sqrt{4}+\sqrt{4}$ ，$4!\div4+4!\div4$，$\sqrt{4}\times\sqrt{4}+4+4$ ，
$4!\div\sqrt{4}+4-4$ ，$4!\div\sqrt{4}\times4\div4$ ，$4!-4-4-4$ ，$4!-4\ \times4+4$ ，
$(4-4\div4)\times4$ ，$4!\div4+4+\sqrt{4}$

振り返り：熱心な解答が多く，自分が予想していたものより多様な解答が集まった。機会があれば 9 の場合も考えさせたい。

問題６（文章読解）A、B、C、D、E の 5 人がゲームをした。次の 1 ～5 の発言があるとき、5 人の中でゲームの得点が最も低かったのは誰か。

1「A は B より高い。」　2「B は C より高い。」
3「C は D より低い。」　4「D は A より低い。」
5「E は D より高い。」

ねらい：文章読み取りと論理的思考を養う。

解答と反応：答えはC．表を書いて考えるなど工夫が見られた。

振り返り：理詰めに考えることが必要な教材である。考え方のパターンを整理したい。

問題７（だじゃれ分数）$\frac{13}{33}=0.\dot{3}\dot{9}$ 「たくさんの有り難う」のようなだじゃれ分数を考えよ。

ねらい：循環小数による周期性の理解

解答例と反応：興味をひいたのか多種多様な解答が集まった。

$\frac{29}{33}=0.\dot{8}\dot{7}$ 「花畑」， $\frac{35}{111}=0.\dot{3}1\dot{5}$ 「最高がたくさん」，

$\frac{24}{37}=0.\dot{6}4\dot{8}$ 「虫歯がいっぱい」， $\frac{70}{333}=0.\dot{2}1\dot{0}$ 「布団が吹っ飛んだ」.

振り返り：繰り返しの感覚をつかむ教材になった感じがする。循環小数を無限に関わる教材として開発したい。

問題８ （内角，外角の和）n 角形の内角の和と外角の和を求めよ。

ねらい：図形の基礎知識。視点の変え方を知る。

解答と反応：図３のように外角の和は$360°$ である。内角の和は
$180n - 360 = (n-2) \times 180(°)$ となる。

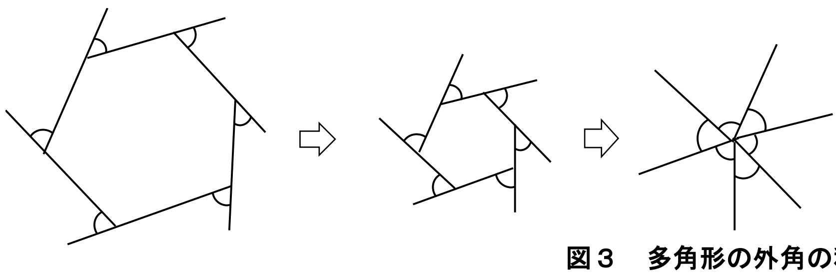


図３　多角形の外角の和

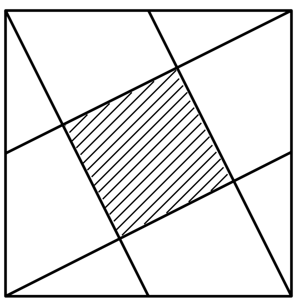
振り返り：今後も図形の基本事項の学び直しの教材を開発したい。

問題９ （正方形に関する問題）

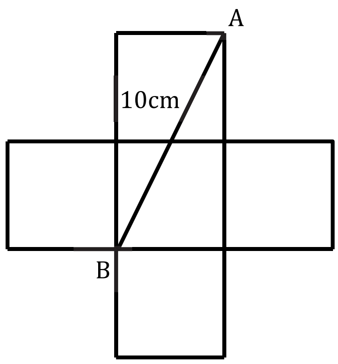
(1) １辺の長さが$5\mathrm{cm}$の正方形で，図のように各辺の中点を通る４本の直線を引く。斜線部分の面積を求めよ。

(2) 同じ大きさの正方形を５個並べた図形において$\mathrm{AB} = 10\mathrm{cm}$ のとき，正方形１個の面積を求めよ。

(1)



(2)

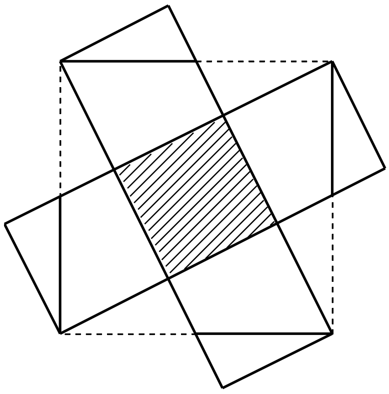


ねらい：図形の見方を広げる。等積変形の考え方を知る。

解答例と反応：(1) 等積変形によって，正方形を十字形に変えて，$5 \times 5 \div 5 = 5\mathrm{cm}^2$

(2) 正方形５個の面積は，１辺$10\mathrm{cm}$の正方形と同じ面積なので $10 \times 10 \div 5 = 20\mathrm{cm}^2$ ．三平方の定理を使って計算する答案もあった。

振り返り：算数では三平方の定理が使えないので図形問題には工夫が必要である。図形の見方を広げる、視点を変える問題や教材の開発を行いたい。



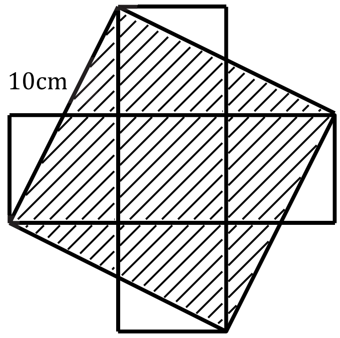


図４　正方形の等積変形

問題 10（5 で 17 を）電卓の５，＋，－，×，÷，＝ のボタンを使って 17 を計算せよ。$5+5+\cdots+5\big(17\text{回たす}\big)\div 5$ でも計算できるが，なるべく少ない手順を考えよ。

ねらい：計算の構造を知る。

解答例と反応：12 または 22 を作るのがポイントで，

$$55+5\div 5+5=17\ ,\ 55+55\div 5-5=17$$

等を想定していた。（普通の）電卓は押した順番に計算していくので，このような計算になる。ところが，学生は携帯，スマホにある電卓で計算する。そしてその電卓は，押した順番に計算するのではなく，×, ÷ を先に，+, − を後に計算する機能が付いている。そうなると上の計算は

$$55+5=\div 5+5=17\ ,\ 55+55=\div 5-5=17$$

としなければならない。また，他に

$$5\div 5+5\div 5+5+5+5=17\ ,\ 55\div 5+55\div 5-5=17\ ,\ 55+=\div 5-5=17$$

等がある。

振り返り：電卓を利用した計算、教材の開発は興味深い。そろばんとは違った角度から計算や数の感覚を養える可能性がある。

２．根本的な問題

算数・数学の根本的と思える問題とその解答例である。自分の力量のなさとオンライン授業のせいで、議論をして考えを深めるには至らなかったが、学生とのやりとりを経た一応の解答をまとめた。

問題１． アメリカの発明王トーマス・エジソンが小学生だったときのエピソード。$1+1=2$ を習った時に，両手に１個ずつ粘土の塊を持って，それを合体させて $1+1=1$ になると先生に言ったそうである。あなたがエジソンの先生だったら，彼に $1+1=2$ をどう教えるか。

問題２． $2\times6+4\times5=12+20=32$ というように，かけ算を先に計算して，たし算は後で計算する。その理由は何か。

問題３． なぜ０で割ってはいけないのか。

問題４． なぜ $(-)\times(-)=(+)$ なのか。

問題５． 円周率 π が $3.1415926535\cdots$ とずっと続く理由を答えよ。

令和 3(2021)年７月２日放送の「チコちゃんに叱られる！」(NHK 総合）でこの問題が出された。そのときの解答は「円周の長さを正確に測るのは，本当に無理だから」であった。

問題１の解答例． $1+1=1$ とすると、最初の粘土とくっついた粘土が同じ１になってしまうのでおかしい。そこで「１」を粘土１かたまり、あるいは粘土の重さ１ｇと約束する。そして＋というのは、粘土をくっつけるのではなくて並べると約束する。すると 1(個)＋１(個) は 2(個)、あるいは、1(g)＋１(g) は 2(g) になる。

問題２の解答例． 100 円のものを５個、150 円のものを６個買ったときの合計金額を計算するとする。かけ算は同じ金額のものをいくつか集めた合計金額と考える。先ず集まりを計算（かけ算）して, それから合計（たし算）して $100\times5+150\times6=500+900=1400$ とするのが自然な計算の順番だから。

問題３の解答例． 割り算には

① 何人（あるいはいくつ）かに分ける　　　② かけ算の逆の計算

という意味がある。

①の場合は、0 で割ることは 0 人に分けるという意味になるが、これは不可能である。

②の場合を考える。$a \div 0 = b$ は $a = 0 \times b$ を意味する。 $a \neq 0$ ならば等号は成り立たない。$a = 0$ ならばb は任意の数となり、割り算の意味をなさない。よって 0 で割ることはできない。

問題４の解答例. 「－」(マイナス) には，① 0より少ない量を表す ② 引き算 ③ かけたとき相手の符号を変える、という意味があって③の意味から。

※ 例えば，$-(-5) = +5$ の２番目の「－」は①，最初の「－」は③の意味を表す。「－」は，同じ記号でありながら 3 つ(以上)の意味をもつ。

問題５の解答例. 円周の長さを正多角形で近似する。円周率に終わりがあればそれは正多角形の辺の長さになって、円周の長さではないから。

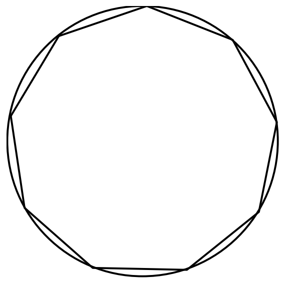


図５ 正多角形で円を近似する

おわりに

小学校教師として算数を教えるための基礎および専門能力を育成することを授業の位置づけとして行った。全体として各問題に熱心な解答が集まったと思う。基礎的な算数・数学の学び直しという点ではある程度達成できたかもしれない。ただ 79 人という受講者の多さのせいもあり各人へのきめ細かな対応ができなかったことが悔やまれる。

数および数の演算の概念、図形的概念および関数的な概念を理解、表現し、人に教えることができるようになる、を到達目標にした。一部達成できたと思うが、学生とのやりとりが十分でなく、どう教えるかについての議論を深めることができなかった。

今回の授業に関して、熊崎耕太先生から貴重な資料やご意見を頂きました。感謝申し上げます。

文献・参考資料

[1] 江藤邦彦，多角形の面積が簡単に求められるピックの定理，話題源数学，とうほう，1989 年，p.186.
[2] 小田敏弘，本当はすごい小学算数，日本実業出版社，2016 年.
[3] 北村茂，操作活動を取り入れた授業実践と教材の紹介，自費出版，2021 年.
[4] 小学教育研究会，自由自在算数問題集，受験研究社，2021 年.
[5] 数泉編集部，中学数学資料集 数学の泉，地域教材社，2018 年.
[6] 野崎昭宏，マイナスかけるマイナスはなぜプラスになるか，数学セミナー1978 年 2 月号，日本評論社，11-17.
[7] 春原淳三，9 を 4 つ使って 0 から 99 までを，話題源数学，とうほう，1989 年，p.1038.
[8] 藤井斉亮他，小学校算数科用文部科学省検定済教科書 新編新しい算数 1 年～6 年，東京図書，2014 年.
[9] 藤井斉亮他，中学校数学科用文部科学省検定済教科書 新しい算数 1 年～3 年，東京図書，2021 年.
[10] 松田康雄，ある電卓の問題，数学教室 1995 年 1 月号，国土社，p.107.
[11] 宮崎勝弐，数学科でのゲーム・パズル，共立出版，1985 年.
[12] 文部科学省，小学校学習指導要領（平成 29 年度告示）解説 算数編，2017 年.
[13] 文部科学省，中学校学習指導要領（平成 29 年度告示）解説 数学編，2017 年.
[14] 吉田稔,マイナス掛けるマイナスはなぜプラスか，話題源数学，とうほう，1989 年，43-44.