

Mindlin板理論に基づく有限要素モデルの開発 その1 定式化と解析精度

玉井 宏章*, 三久保 里弥**

Development on New Heterosis Element based Mindlin Plate Theory

by

Hiroyuki TAMAI* and Satomi MIKUBO**

The geometrical nonlinear finite element analyses of an elasto-plastic plate subjected to alternately repeated shear force are performed to investigate the mechanical characteristics of the energy absorption steel panels in the hysteretic dampers of a building frame.

In the analysis, i) Mindlin plate theory is employed. ii) h-adaptive mesh refinement method is used in generating element division. iii) the stiffness of section is evaluated by the laminated subdomain method, and iv) out-of-plane shear deformation and cyclic work hardening characteristics are considered.

The results obtained in the present study are summarized as follows:

- 1) Using the present error estimation and mesh refinement procedures, although relative error in total tends to increase according as the number of element increases, the deflection and stress resultant converge to exact solution satisfactorily.
- 2) In accordance with increasing aspect ratio of the plate, the central deflection, caused by plastic shear bucking, tends to decrease.
- 3) If the width-to-thickness ratio of the plate is set less than 20, it is possible to prevent the plastic shear bucking and the deterioration of its hysteresis loop under cyclic shearing.

Key words : *Mindlin plate, Thin plate structure, Local Buckling, Lateral torsional Buckling*

1 はじめに

鋼構造の建物の部材は比較的薄い鋼板を組み合わせて製作される。素材の塑性化時の変形性能の優良な特性を用いて、部材に塑性ヒンジを想定し計算を行っている。前提として薄板要素が局部座屈したり、梁全体が横座屈を生じさせないように、幅厚比、横補剛区間が制限されている。鋼部材の地震時における塑性変形性能を検討しこれら幅厚比、横補剛区間を見直して、より合理的かつ、塑性変形性能を担保した耐震設計、塑性設計の枠組みが日本鋼構造塑性設計小委員会で議論されている¹⁾。

この検討にあたっては、薄板から構成される部材の有限要素法を用いた解析が利用されるが、この解析では1) 自由度数を減らし計算時間を短縮しつつ2) 高精度な解析を3) 強塑性化状況でかつスナップバック現象も含めた複合非線形問題を安定して解くという難点を克服することが望まれる。そこで本報では、これらの問題を解決しうる有限要素法モデルを開発し、その精度を示すとともに例題解析、繰り返し面内せん断力を受けるパネルの複合非線形解析により有用性を示す。

2 要素の概要

解析対象は、繰り返し力を受ける薄板鋼部材であるため大きな記憶容量と計算時間が必要とされることになり、また形状も複雑となる。これらを解決する戦略として以下の工夫をする。

- 1) 板曲げ理論として Mindlin 板曲げ理論²⁾を採用する。面外せん断変形を考慮して、要素境界上の連続条件を緩和する板断面の平均的回転角はたわみと独立に定義することで、適合変位場が得やすくなり、サブパラメトリック、アイソパラメトリック変換ができ複雑な形状にも対応できる。
- 2) 拡張定義した変位場を用いる。これは、自分の要素領域内の節点変位パラメータに加えて、隣接する要素境界上の節点変位パラメータをも用いて変位関数の高次化を行うもので、全自由度数を増やすことなく精度を向上することができる。
- 3) 事後誤差解析を利用してアダプティブ要素分割や解析中にリゾーニングを行って解析精度を上げる。

平成28年7月5日受理

* システム科学部門 (Division of System Science)

** 工学研究科 (Graduate School of Engineering)

2.1 ミンドリン板曲げ理論

図 1 のように板中央面に原点のある座標系を設ける， x, y, z 座標の変位 $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$ は次のように表す．

$$\mathbf{U} = u_0 - \theta_x \cdot z$$

$$\mathbf{V} = v_0 - \theta_y \cdot z$$

$$\mathbf{W} = w_0$$

(1.a~c)

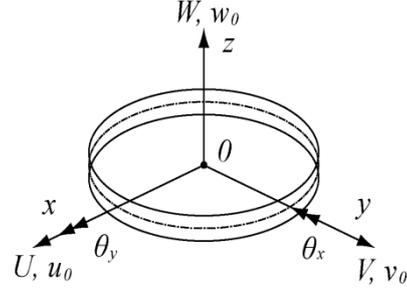


図 1 板の座標系とパラメータの正方向

ここに，

$$u_0 = \sum_i \widehat{H}_i \cdot u_{0i}$$

$$v_0 = \sum_i \widehat{H}_i \cdot v_{0i}$$

$$w_0 = \sum_i \widehat{H}_i \cdot w_{0i}$$

(2.a~c)

$$\theta_x = \sum_i \widetilde{H}_i \cdot \theta_{xi}$$

$$\theta_y = \sum_i \widetilde{H}_i \cdot \theta_{yi}$$

(3.a,b)

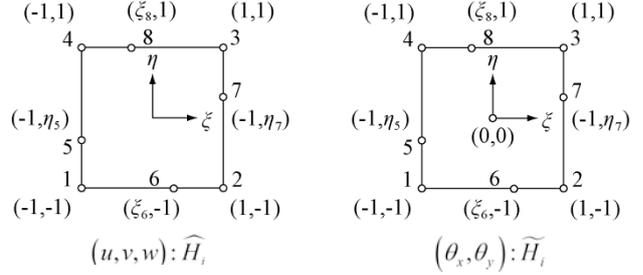


図 2 8/9 節点要素

u_0, v_0, w_0 は中央面上の x, y, z 方向変位， θ_x, θ_y は $(-y)$ 軸， x 軸まわりの断面の平均的回転角， $\widehat{H}_i, \widetilde{H}_i$ は後で定義する形状関数， $u_{0i}, v_{0i}, w_{0i}, \theta_{xi}, \theta_{yi}$ は節点変位，回転角パラメータである．ひずみは次式で表される．

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} - \kappa_x \cdot z$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y0} - \kappa_y \cdot z$$

$$\varepsilon_z = 0$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy0} - \kappa_{xy} \cdot z$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w_0}{\partial x} - \theta_x$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w_0}{\partial y} - \theta_y$$

(4.a~f)

ここに，

$$\varepsilon_{x0} = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_{y0} = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy0} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y}$$

$$\kappa_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \quad \kappa_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y}, \quad \kappa_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}$$

(5.a~f)

2.2 形状関数と座標変換式

親要素を $\xi-\eta$ 座標を用いて図 2 に示す．板中央の面内・面外変位場 u_0, v_0, w_0 は，2 次のセレンディピティ族多項式を $(-y)$ 軸まわり x 軸まわりの断面の平均的回転角場 θ_x, θ_y には，2 次のラグランジュ族多項式を用いる．この形状関数は次式で表される．

$$\widehat{H}_1 = \frac{1}{4} \cdot (1-\xi) \cdot (1-\eta) \cdot \left(1 - \frac{1+\eta}{1+\eta_\delta} - \frac{1+\xi}{1+\xi_\delta}\right)$$

$$\widehat{H}_2 = \frac{1}{4} \cdot (1+\xi) \cdot (1-\eta) \cdot \left(1 - \frac{1+\xi}{1+\xi_\delta} - \frac{1+\eta}{1+\eta_\tau}\right)$$

$$\widehat{H}_3 = \frac{1}{4} \cdot (1+\xi) \cdot (1+\eta) \cdot \left(1 - \frac{1-\eta}{1-\eta_\tau} - \frac{1-\xi}{1-\xi_\delta}\right)$$

$$\widehat{H}_4 = \frac{1}{4} \cdot (1-\xi) \cdot (1+\eta) \cdot \left(1 - \frac{1+\xi}{1+\xi_\delta} - \frac{1-\eta}{1-\eta_\delta}\right)$$

$$\widehat{H}_5 = \frac{(1-\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (1+\eta)}{2 \cdot (1-\eta_\tau) \cdot (1+\eta_\delta)}$$

$$\widehat{H}_6 = \frac{(1-\eta) \cdot (1-\xi) \cdot (1+\xi)}{2 \cdot (1-\xi_\delta) \cdot (1+\eta_\delta)}$$

$$\widehat{H}_7 = \frac{(1+\xi) \cdot (1-\eta) \cdot (1+\eta)}{2 \cdot (1-\eta_\tau) \cdot (1+\eta_\tau)}$$

$$\widehat{H}_8 = \frac{(1+\eta) \cdot (1-\xi) \cdot (1+\xi)}{2 \cdot (1-\xi_\delta) \cdot (1+\xi_\delta)}$$

(6.a~h)

$$\widetilde{H}_1 = -\frac{1}{4} \cdot (1-\xi) \cdot (1-\eta) \cdot \left\langle (1+\xi) \cdot (1+\eta) - 1 - \frac{(1+\eta) \cdot \xi}{1+\eta_\delta} - \frac{(1+\xi) \cdot \eta}{1+\xi_\delta} \right\rangle$$

$$\widetilde{H}_2 = -\frac{1}{4} \cdot (1+\xi) \cdot (1-\eta) \cdot \left\langle (1-\xi) \cdot (1+\eta) - 1 - \frac{(1+\xi) \cdot \eta}{1+\eta_\delta} - \frac{(1+\eta) \cdot \xi}{1+\eta_\tau} \right\rangle$$

$$\widetilde{H}_3 = -\frac{1}{4} \cdot (1+\xi) \cdot (1+\eta) \cdot \left\langle (1-\xi) \cdot (1-\eta) - 1 + \frac{(1-\eta) \cdot \xi}{1-\eta_\tau} - \frac{(1-\xi) \cdot \eta}{1-\xi_\delta} \right\rangle$$

$$\widetilde{H}_4 = -\frac{1}{4} \cdot (1-\xi) \cdot (1+\eta) \cdot \left\langle (1+\xi) \cdot (1-\eta) - 1 + \frac{(1+\xi) \cdot \eta}{1+\xi_\delta} - \frac{(1-\eta) \cdot \xi}{1-\eta_\delta} \right\rangle$$

ミンドリソ板理論に基づく有限要素モデルの開発
その1 定式化と解析精度

$$\begin{aligned}\widetilde{H}_5 &= -\frac{(1-\xi)\cdot(1-\eta)\cdot(1+\eta)\cdot\xi}{2\cdot(1-\eta_\delta)\cdot(1+\eta_\delta)} \\ \widetilde{H}_6 &= -\frac{(1-\eta)\cdot(1-\xi)\cdot(1+\xi)\cdot\eta}{2\cdot(1-\xi_\delta)\cdot(1+\xi_\delta)} \quad \widetilde{H}_7 = \frac{(1+\xi)\cdot(1-\eta)\cdot(1+\eta)\cdot\xi}{2\cdot(1-\eta_\tau)\cdot(1+\eta_\tau)} \\ \widetilde{H}_8 &= -\frac{(1+\eta)\cdot(1-\xi)\cdot(1+\xi)\cdot\eta}{2\cdot(1-\xi_\delta)\cdot(1+\xi_\delta)} \\ \widetilde{H}_9 &= (1-\xi)\cdot(1+\xi)\cdot(1-\eta)\cdot(1+\eta)\end{aligned}\quad (7.a\sim i)$$

(6.a~h)式, (7.a~i)式中の $\xi_6, \xi_8, \eta_5, \eta_7$ は全体座標における対応する節点間距離の比として定義する. この定義により図3(a)のような要素分割を行った時, 要素間の連続条件を乱すことなく解析精度を維持できる. また, 全体の自由度をあまり上げることなく所要箇所の要素分割を細かくすることができる.

親座標から全体座標への座標変換は次式を用いる.

$$\begin{aligned}x &= \sum_i \widehat{H}_i x_i \\ y &= \sum_i \widehat{H}_i y_i\end{aligned}\quad (8.a,b)$$

ただし,

$$\widehat{H}_i = \sum_j c_{ij} \widetilde{H}_i \quad (8.c)$$

c_{ij} は適切な係数で \widehat{H}_i は \widetilde{H}_i の線形結合として表わせ, (8.a,b)式はサブパラメトリック変換であるとする.

2.3 一定歪の条件と収束性の条件

通常の古典板理論では, ひずみに板中央面たわみ w_0 の2階微分量である曲率が含まれるため, たわみ w_0 に対して C_1 連続性が課せられ, 適合変位関数が得られにくく, また, アイソパラメトリック変換した要素は収束性が保証できなかった. (4.a~f)式で示したようにミンドリソ板理論を採用すると曲率は, θ_x, θ_y の1階微分量で表されるため u_0, v_0, w_0 及び θ_x, θ_y についての C_0 連続性のみが課せられる. したがって本要素の収束性は一定微係数を満たすか否かで判別できる. これは, ϕ の節点値 ϕ_i に対して次の関数を満足することである.

$$\phi = \sum \widetilde{H}_i \phi_i = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (9.a)$$

$\alpha_1 \sim \alpha_4$ は任意定数である. 節点では次式が成り立つ.

$$\phi_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \quad (9.b)$$

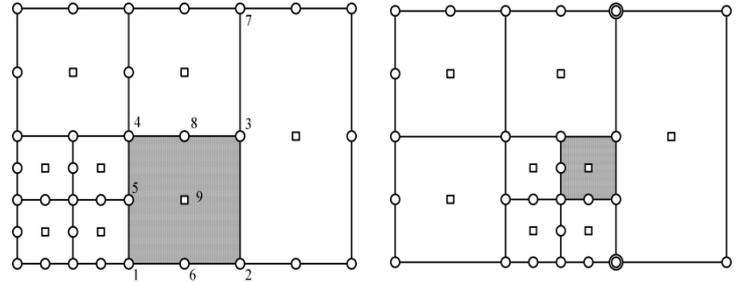
(9.a)式を(9.b)式に代入すると次式が得られる.

$$\begin{aligned}\sum \widetilde{H}_i \phi_i &= \alpha_1 \sum \widetilde{H}_i + \alpha_2 \sum \widetilde{H}_i x_i + \alpha_3 \sum \widetilde{H}_i y_i \\ &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y\end{aligned}\quad (9.c)$$

(9.c)式が恒等的に成立するためには次式が成り立つ必要がある.

$$\sum \widetilde{H}_i = 1 \quad \sum \widetilde{H}_i x_i = x \quad \sum \widetilde{H}_i y_i = y \quad (10.a\sim c)$$

ところで



(a) Acceptable mesh

(b) Unacceptable mesh

図3 許容な要素分割例

$$\widehat{H}_i = \sum_j c_{ij} \widetilde{H}_i \quad \sum_i \widehat{H}_i x_i = x$$

が成立している. 座標変換式(8.a)式より

$$x_i = \sum_j \widehat{H}_j |_{i \cdot} x_j = \sum_j c_{ij} x_j$$

よって,

$$\begin{aligned}\sum_i \widehat{H}_i x_i &= \sum_i \widehat{H}_i \sum_j c_{ij} x_j \\ &= \sum_j \left(\sum_i c_{ij} \widehat{H}_i \right) \cdot x_j \\ &= \sum_j \widehat{H}_j x_j = x\end{aligned}$$

すなわち, 次式が成立する.

$$x = \sum_i \widehat{H}_i x_i$$

y についても同様に次式が成立する.

$$y = \sum_i \widehat{H}_i y_i$$

したがって, サブパラメトリック及びアイソパラメトリック座標変換するミンドリソ板要素が収束性を有するための条件は次式となる³⁾.

$$\sum_i \widehat{H}_i = 1 \quad (11)$$

(6.a~h)式を(11)式に代入すると恒等的に成立することから, 本要素は微係数一定の条件を満足し収束性を保証されることがわかる. 尚, 本要素の接線剛性と残留力を求める際には, 面外せん断成分については(2×2)のガウス-ルジャンドル数値積分をそれ以外の成分は(3×3)のガウス-ルジャンドル数値積分を用いた⁵⁾.

3 h-アダプティブ型リゾーニング

3.1 応力の平滑化と誤差評価

誤差評価法は以下の手順, 方針で行う.

1) 誤差指標としてエネルギーを用いる.

- 2) 形状関数を重みとして解析解を平滑化して求めた値を修正解とし、これとの差を誤差とする。
- 3) 要素毎の相対誤差の平均値と標準誤差を要素細分割の指標とする。

要素の誤差 e_i は次式で評価する。

$$e_i^2 = \int_{S_m} \left\langle \{\varepsilon\} - \{\hat{\varepsilon}\} \right\rangle^T \left\langle \{\sigma\} - \{\hat{\sigma}\} \right\rangle dx dy \quad (12)$$

ここに S_m は要素領域。

$\{\varepsilon\}, \{\sigma\}$: 解析した生の一般化ひずみ, 一般化応力ベクトル

$\{\hat{\varepsilon}\}, \{\hat{\sigma}\}$: 平滑化した一般化ひずみ, 一般化した応力ベクトル

また, 要素の相対誤差 η_i を次式で定義する。

$$\eta_i = \frac{e_i}{S_a} \times 100 \quad (13.a)$$

ここに

$$S_a = \left\langle \frac{1}{m} \sum_m \int_{S_m} \{\hat{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} dx dy \right\rangle^{\frac{1}{2}} \quad (13.b)$$

3.2 リゾーニング手法

要素の細分割の条件を次式で判定する。

$$\eta_i > \bar{\eta}, \eta_i > A_n + \rho_1 S_n \quad (14.a,b)$$

ここに $\bar{\eta}, \rho$ は許容相対誤差, 許容変動係数であり, A_n, S_n は η_i の平均値と標準誤差である(14.a,b)式を満たす要素について図4の細分割を行い, 図3(a)に示す隣接要素間で C_0 となるようにパラメータを共有する修正を行う。この操作を繰り返し行って所定の精度の要素分割を得る。

4 非線形解析技法

建築鋼構造の薄板部材の繰返し載荷下における挙動解析では様々な工夫が必要となる。解析において用いた2つの技法を以下に示す。

4.1 超平面拘束型弧長増分法, 反復法併用解法

図5に各種の弧長増分法と反復法を併用した場合の解の収束状況を示す。

本解析では, 荷重 - 変位パラメータ空間上の超平面上に収束値を設定する弧長増分法とニュートン・ラプソン法を併用した。接線剛性, 増分量から現増分の荷重と変形を決め(図1と表記), 超球面上, 及び超平面上で増分量を保持したまま, 不釣合力(釣り合い経路からのへだたり)を接線剛性で解放する反復過程(図2,3と表記)を示してい

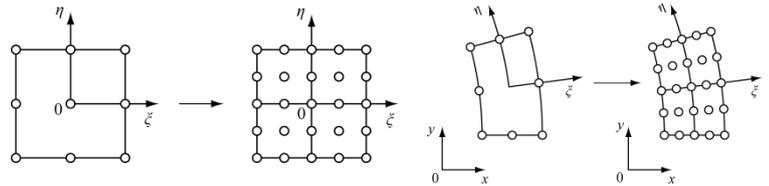


図4 要素の細分化

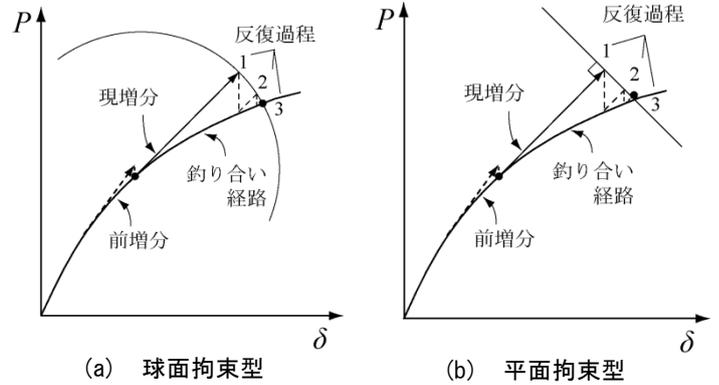


図5 一般の場合の弧長増分法と反復法を併用した時の解の収束状況

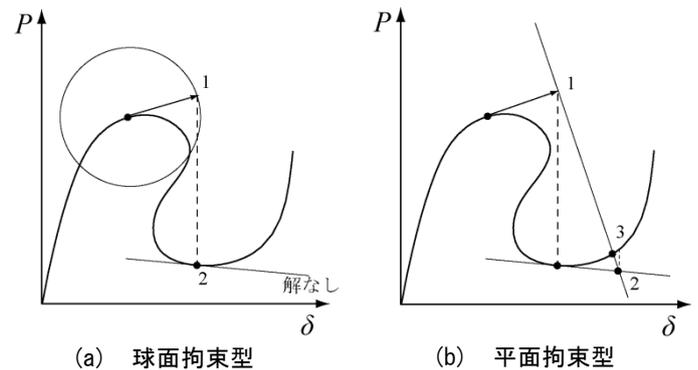


図6 スナップバックを生じる場合の弧長増分法と反復法を併用した時の解の収束状況

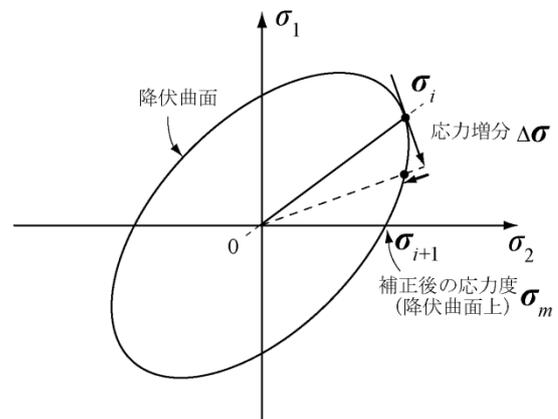


図7 ラジアルリターン法による応力増分の補正

ミンドリン板理論に基づく有限要素モデルの開発
その1 定式化と解析精度

る。荷重変位関数が緩やかに変化する場合通常は球面上に収束させる場合も釣り合い経路が求まるが、図6に示す弾性横座屈現象時に起こるスナップバックを生じる場合は、超球面上に収束値を求めることができない一方、超平面上に釣り合い経路を求める場合は解が得られる。

4.2 ラジアルリターン降伏曲面修正解法

いま、加工硬化が生じない材で降伏状態にあり降伏が進展した場合の応力増分 $\Delta\sigma$ を考える。 i ステップと $i+1$ ステップの応力 σ_i, σ_{i+1} とには次の関係がある (図7参照)。

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta\sigma \tag{14.a}$$

応力増分は線形化して解くため降伏曲面の接線方向に生じ、応力 σ_{i+1} は降伏曲面から解離する。

繰り返し載荷等では、この線形化による誤差が蓄積し構成方程式を組み立てる時で塑性ひずみを求める際に障害が生じる。そこで次ステップの相当応力から決まる降伏曲面上に σ_{i+1} がくるよう原点 O と $\sigma_i + \Delta\sigma_i$ とのベクトル方向に修正するベクトル σ_m を加える。

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta\sigma + \sigma_m \tag{14.b}$$

本解析では、このラジアルリターン降伏曲面修正解法を用いる。

5 解析例

5.1 板曲げ要素の精度

厳密解のある、等分布面外荷重を受ける周辺固定支持弾性円形板の解析を、提案する要素の精度とメッシュリゾニング技法の効果を検証するために行った。形状、材料定数を図8に示す。図9には(a)初期、(b)~(d)にリゾニング1~3回目の要素分割形状を示す。表1には要素数 N_{el} 、節点数 N_{no} 、 $q \cdot R^4 / (64 \cdot D)$ で無次元化した中央たわみ $W^{(c)}$ 、 $q \cdot R^2 / 16$ で無次元化した中央曲げモーメント $M_x^{(c)}$ 、相対誤差の平均値と標準偏差 A_η, S_η を示す。これらの結果より以下のことがわかる。

- 1) 本要素は収斂する。円形板では12分割程度で良好な精度を有する。
- 2) メッシュリゾニングを行うとより効率的な解析ができる。

5.2 せん断力を受けるパネルの複合非線形解析

せん断パネルダンパーの適正なパネル形状を調べるため、繰り返しせん断力を受けるパネル単体の複合非線形解析を行った。材料定数、形状及び初期不整量を図10に示す。初期応力はないものと仮定した。パネルの幅厚比を20及び50、辺長比を1としメッシュ生成時は $\bar{\eta}$ と $\bar{\rho}$ は10.1とした。せん断変形角 $\delta/b = 0.05(rad)$ を振幅として正負に3サイクル加力する。図11には降伏耐力 $(\sigma_y A / \sqrt{3})$ で無次元化したせん断力 Q とせん断変形角 δ/b が $0.05(rad)$ と大きくても、パネル幅厚比を20と設定しておけば、面外たわみは載荷の繰返し

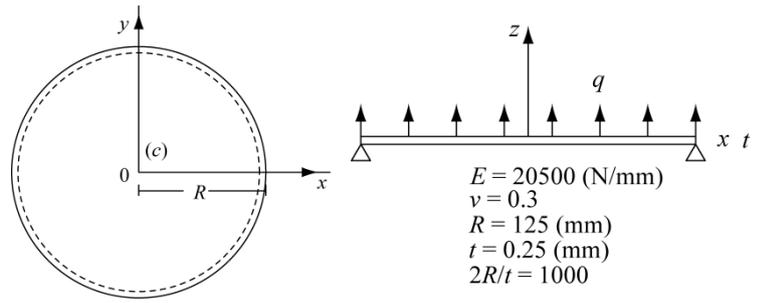


図8 周辺固定支持円形板

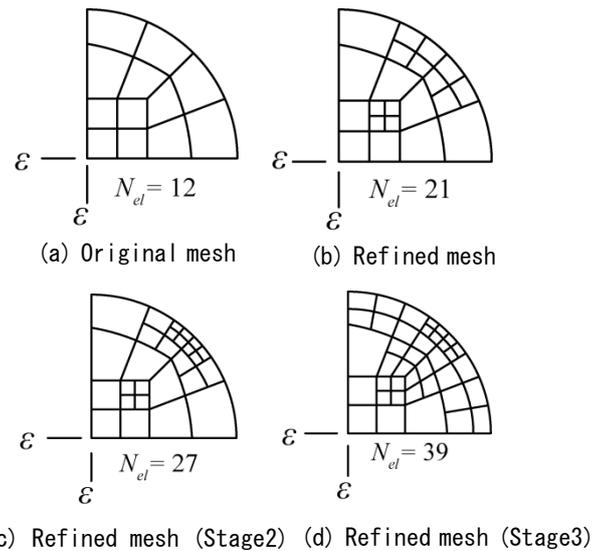


図9 メッシュリゾニング過程

表1 板曲げの解析精度

N_{el}	N_{eo}	$W^{(c)}$	$W_r^{(c)}$	A_η	S_η
		$q \cdot R^4 / (64 \cdot D)$	$q \cdot R^2 / 16$	%	%
Refined mesh					
12	61	1.00416(1.004)	1.27566(0.981)	5.47	1.30
21	91	0.99585(0.996)	1.28546(0.989)	10.6	3.88
27	113	0.99743(0.998)	1.28399(0.988)	9.40	2.75
39	167	1.01899(1.019)	1.30191(1.001)	11.8	5.66
Normal mesh					
3	19	0.98486(0.985)	1.17241(0.902)	7.82	0.34
12	61	1.00416(1.004)	1.27566(0.981)	5.47	1.30
27	127	1.00699(1.007)	1.29300(0.956)	3.70	1.07
Exact		1.00002	1.30000		

に伴って漸増せず理想的な荷重 - せん断変形角関係が得られる。一方、圧延H形鋼ウェブでよく見られる鵜パネル幅厚比50では、初期載荷サイクルでは、パネル幅厚比20のそれと同等の荷重 - せん断変形角関係となるが、載荷の繰返しに伴って、せん断座屈波形が交互対角方向に生じるとともに中央面外たわみが漸増し耐荷力が劣化することがわかる。

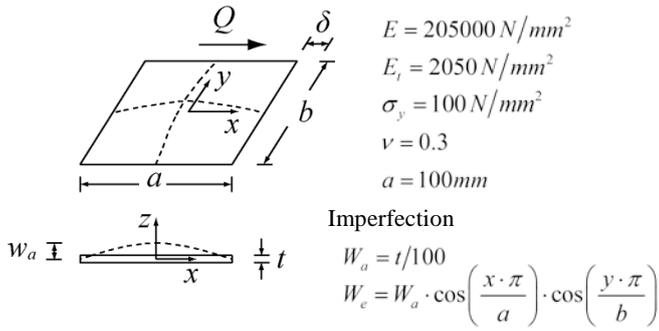


図 10 せん断力を受けるパネル

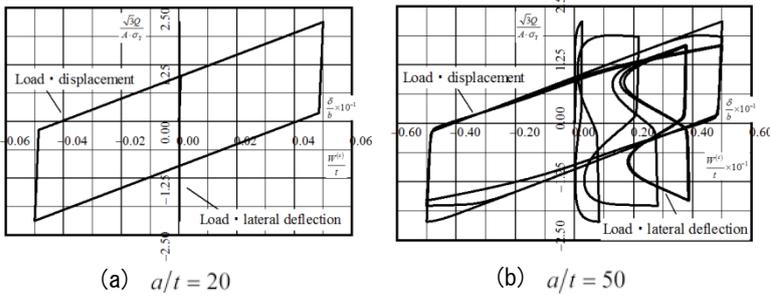


図 11 せん断力 - せん断変形角, せん断力 - 中央面外変形角関係

6 まとめ

ミンドリン板理論に基づく定義域拡張型 8/9 節点サブパラメトリックシェル要素を導出しメッシュリゾニング手法を提案した。その精度有用性を弾性解と比較して示した後、繰り返しせん断力を受けるパネル単体の複合非線形解析を行った。得られた知見は以下のように要約できる。

- 1) 本要素は良好な精度を有し正解へ収斂する。
- 2) 面内せん断でオアネル全断面が降伏しかつせん断座屈が生じるケースでも、本解析方法で安定した解が得られる。
- 3) パネル幅厚比が 20 以下であれば、せん断変形角 0.05(rad) の繰り返し載荷で塑性せん断座屈は防止でき、良好な履歴性状が得られる。

参考文献

- 1) 日本材料学会, 鋼構造塑性設計指針, 第 2 版 3 刷, 丸善, 2011 年 6 月.
- 2) O.C.Zienkiewicz, The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, sixth edition, Elsevier, pp.382-425, 2005.
- 3) O.C.ツェンキーヴィッツ, 基礎工学におけるマトリックス有限要素法. 培風館, pp.176~177, pp.139~140, 1988.
- 4) Hughes, T.J.R., Liu, W.K. "Nonlinear finite element analysis of shells", Comp.Meth.Appl.Mech.Eng., Vol.26, pp.331-362.1981.
- 5) Hughes, T.J.R., Taylor, R.L., Kanoknukulchai, W. "A simple and efficient finite element for plate bending", Int.J.Num.Mech.Eng., Vol.11, pp.1529-1543.1977.

付 超平面拘束型拡張増分法反復法併用解法の収斂性

図 A.1 は、柱 H-300×300×10×14.7(SN400)、梁 H-600×200×11×17(SN400) で 8_m×4_m の門型フレームについて、横補剛の有無をパラメータとした解析例である。横補剛がない場合、全塑性モーメントに対する横座屈モーメント M_{cr}/M_p は 0.45 で、弾性横座屈を生じることがわかっている。図 A.1 には門型ラーメン荷重 P と柱頭部水平変形角 Δ/L との関係を示す。図 A.2 には横座屈の変形性状を示す。

横補剛なしの荷重 - 変形関係は初期にすどいスナップバック現象が起き、超球拘束型弧長増分法では解析不能となる一方超平面拘束型弧長増分法ではその後の釣り合い経路も求められることがわかる。

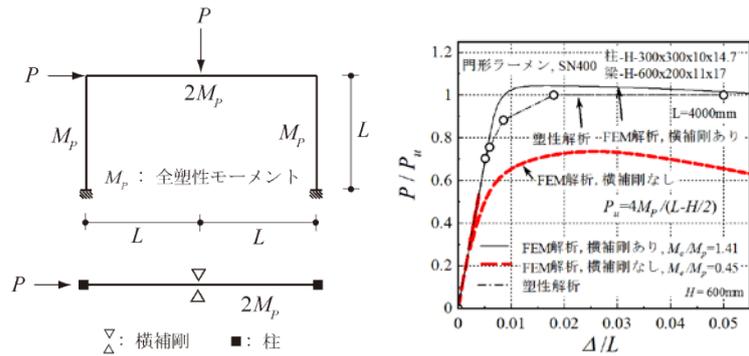


図 A-1 門型ラーメンの荷重 P と柱頭部水平変位 Δ の関係

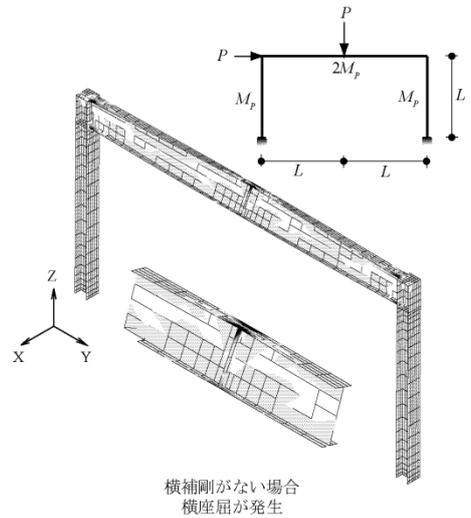


図 A-2 横座屈の変形性状