

せん断パネルフランジの所要幅厚比について

玉井 宏章*, 三久保 里弥**, 伊藤 優佑***

Design Requirements for Width-to-Thickness Ratio of Shear Panel Damper's Flange Plates.

by

Hiroyuki TAMAI*, Satomi MIKUBO** and Yusuke Ito***

We proposed the design concept for steel shear panel damper. We introduced the design requirements for width-to-thickness ratio of shear panel damper's flange. To show the validity of the design requirements, we performed the elastic buckling analysis and geometrically and material non-linear finite element analyses on simply supported three edge and free in the other edge of plate. Also, to show the accuracy of analytical results, we performed loading tests on short H-shaped steel member. From those results, we showed the validity of the proposed design requirements for S.P.D.'s flange width-to-thickness ratio.

Key words : Shear Panel, Cyclic Loading, Deformation Capacity

1 はじめに

1995 年阪神・淡路大震災, 2011 年東日本大震災では, 多数の死傷者と建物に甚大な被害がでた. この震災の経験から, 大地震時には, 人命保護のみばかりではなく, 建物機能の早期回復と維持が重要であることが深く再認識された. その結果, 建物に高い機能維持能力を持たせることが可能となる制振および免震構造などの応答制御機構を有する建築構造物に関する研究と応用が著しく発展した.

制振構造は, 地震動や暴風に対する応答を受動的, 能動的に制御する構造を指し, 受動的な制御とは, 一般に金属系 (制振ダンパー), 摩擦系の変位に依存するエネルギー吸収部材が用いられる. 本論文は, この制振ダンパーのうち鋼材ダンパーに属するせん断パネルを研究対象としている. 2014 年に鋼構造制振構造設計指針が刊行され, せん断パネルが所要の塑性変形性能を維持するための設計法が提案された⁰⁾.

せん断パネルは, 大きく塑性変形するので, せん断力を受け持つパネルの幅厚比や補剛材の形状は重要で, 研究が十分されている. パネルに所定のせん断力を持たせるためには, 力の釣り合いで生じる曲げ力をフランジで

負担してやる必要がある. 米国耐震基準, AISC²⁾では, シアリンクのフランジ軸耐力の規定がある. せん断パネルには, 曲げ力が材軸方向に変化し, 複軸歪状態となること, 軸耐力のみならず, 局部座屈を防止するためには, フランジ幅厚比も制限する必要がある. そこで, 本研究では, せん断パネルフランジを対象として, 所要フランジ幅厚比を検討することを目的にし, まず, フランジを解析モデル化して, 3 辺単純支持 1 辺自由平板について, 弾性座屈解析, 複合非線形解析と H 形鋼短柱の中心圧縮試験を行い, 所要幅厚比を提案する.

2 フランジ幅厚比制限の既往研究

塑性化する H 形鋼曲げ部材の変形性能を確保するために, 局部座屈を防止することが行われており, フランジ突出部の幅厚比制限が設定されている^{1), 2)}.

一般に曲げによるフランジの圧縮力に対してフランジが局部座屈を生じると, パネルからのせん断力を伝達できなくなる. フランジ端部がある程度塑性化しても大きな面外座屈変形を生じないフランジ幅厚比を確保すれば耐力低下は防げ, 変形能力は向上する. この条件は, コンパクトネス条件と呼ばれている.

* システム科学部門 (Division of System Science)

** 工学研究科 (Graduate School of Engineering)

*** 工学部構造工学コース (Department of Structural Engineering)

シアリンクとせん断パネルのフランジ形状に関する指針や研究は、Kasai&Popov³⁾ら、金澤・玉井⁴⁾、Richards&Uang⁵⁾、Okazaki&Engelhardt⁶⁾らがある。また、シアリンクについては、米国の鋼構造設計指針(AISC1999)⁷⁾に規定がある。

鋼構造塑性設計指針¹⁾では、高梨ら⁸⁾の研究成果をもとに、曲げで塑性化する梁フランジについて歪硬化が生じるまで座屈を生じさせない条件として、次式を示している。

$$\frac{b_f}{t} \leq 0.33 \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_Y}} \quad (1)$$

ここに b_f, t, E, σ_Y は、フランジのはねだし長さ、板厚、ヤング係数、降伏応力度である。本研究は、(1)式の妥当性を実験的、解析的に検討し、変形性能を確保し、ダンパーの構造性能を予測可能とする条件を明らかにすることを目的としている。

3 解析及び実験方法の概要

本節では、せん断パネルのフランジ幅厚比制限式を検討するために行った解析及び実験の各方法の概要を示す。

3.1 解析方法

○解析モデル

解析モデルについて、複軸歪下のフランジの座屈固有値解析モデルを図1に、一様軸歪下のフランジの複合非線形解析モデルを図2にそれぞれ示す。図1(a)に対象とするせん断パネルとフランジ、(b)に座標系(c)にフランジ単体の境界条件、(d)にフランジ軸力分布を示す。フランジ単体は、せん断パネルがせん断力 Q を受けた時に生じる曲げに対して軸力を負担する。パネルのせん断応力 τ が一様であると仮定すると、フランジの特性は(c)に示す境界条件をもつフランジ単体で取り扱えることになる。この、板厚 t 、板幅 b_f 、板長さ h のフランジにおいて、 $y=0$ の端部に軸力 N_1 と、パネルからせん断分布力 $\tau \cdot t$ が作用し、 $y=h$ でもう一方の端部に軸力 N_2 が作用している。分布を表すパラメータ κ を次式で定義する。

$$\kappa = -\frac{N_2}{N_1} \quad (2)$$

y 位置でのフランジ軸力 $N(y)$ は次式で与えられる。

$$N(y) = N_1 + (1 + \kappa) \cdot N_1 \cdot \frac{y}{b} \quad (3)$$

$\kappa = -1$ のとき一様圧縮、 $\kappa = 0$ のとき片圧縮 $\kappa = 1$ のとき逆圧縮がフランジに作用することになる。複軸圧縮下の座屈固有値解析では、(3)式の軸力分布を与え、これを初期応力として与え、固有値解析を行い、固有値 $N_{1,cr}$ を求め、次式で板座屈係数を求めた。

$$k = \frac{N_{1,cr}}{b_f \cdot t} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot E} \cdot \left(\frac{b_f}{t}\right)^2 \quad (4)$$

次に、一様軸歪下のフランジの複合非線形解析のモデ

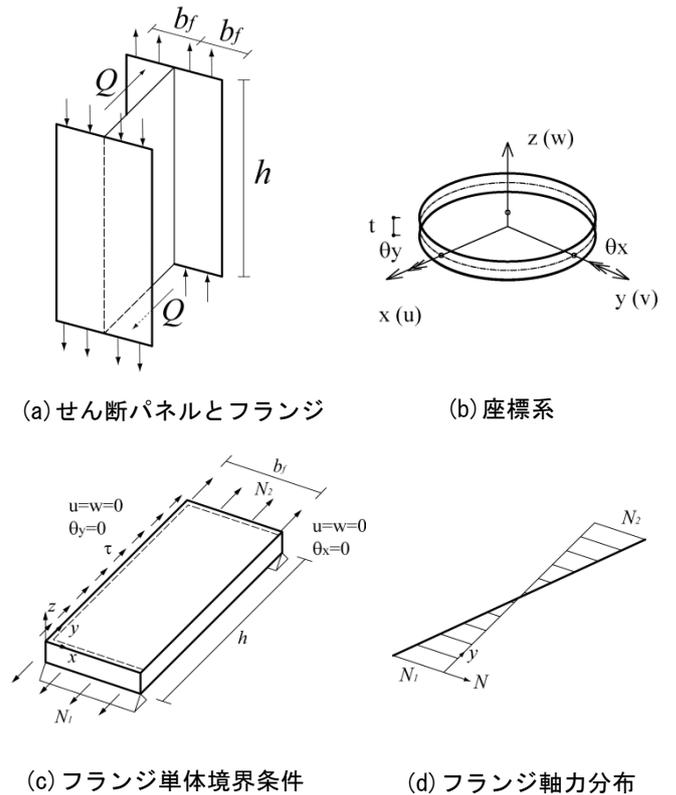


図1 複軸歪下のフランジモデル化

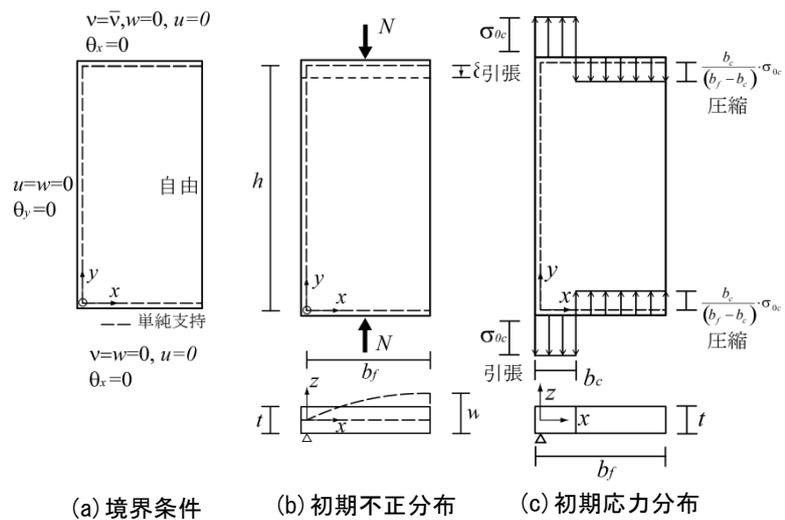


図2 一様軸歪下のフランジのモデル化

ル化について、図2(a)に境界条件、(b)初期不整分布、(c)初期応力分布を示している。図(a)に示すように、3辺単純支持、1辺自由とし上部から圧縮ひずみを強制変位で単調に与える。初期不整は面外変位 w_0 を次式で与えた(図(b)参照)。

$$w_0 = w_{0c} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{2 \cdot b_f}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot y}{h}\right) \quad (5)$$

ここに, $w_{0c} : x = b_f, y = \frac{h}{2}$ の初期不整量.

せん断パネルを溶接組立する際には, フランジとパネルの交線に引張残留応力が生じる. これを図(c)のように単純化して導入する. すなわち, 左辺境界から b_c の距離以内の範囲には, 引張応力 σ_{0c} を, それ以外には自己釣合いとなるように $b_c/(b_f - b_c) \cdot \sigma_{0c}$ の圧縮応力を設定した.

○解析シリーズ

複軸歪下の3辺単純支持1辺自由板の座屈解析において, 軸歪分布を表すパラメータ κ を -1, 0, 1 とし, 辺長比 b_f/h を 0.2~4.0 まで 0.2 ずつ, 4.0~6.0 まで 0.4 ずつ, 6~15 まで 1.0 ずつ漸増させたものと 60 と変化させた計 105 ケースについて 1 板座屈係数 k を求める解析シリーズ(A-1)と, 一様軸歪下の複合非線形解析では, x, y 方向要素分割 $n_x \times n_y$ を 8×32 , 降伏応力度 σ_Y を 235 N/mm^2 , 加工硬化係数比 E/E_t を 100, 引張側初期応力比 σ_{0t}/σ_Y を 0.30, 初期不正振幅比 t/w_{0c} を 100, 辺長比 h/b_f を 4, 幅厚比 $b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ を 0.30 を基準値として, x, y 方向要素分割数を $2 \times 8, 4 \times 16, 6 \times 24, 8 \times 32, 10 \times 40, 12 \times 48$ と変化させて, 要素モデルの収束精度を検証するシリーズ(B-1), 降伏応力度 σ_Y を 80(LY100), 205(LY225), 235(SN400), 325(SN490), 440(SA440), 624(H-SA700) N/mm^2 と変化させて鋼種の塑性座屈挙動に及ぼす影響と無次元化の妥当性を検証するシリーズ(B-2), 加工硬化係数比 E/E_t を 25, 50, 100, 200, 500, 1000 として加工硬化係数 E_t の塑性変形性能に及ぼす影響を検討するシリーズ(B-3), 引張側初期応力比 σ_{0t}/σ_Y を 0.0, 0.15, 0.30, 0.50, 0.80, 1.00 と変化させて, 初期応力の塑性座屈挙動に及ぼす影響を検証するシリーズ(B-4), 初期不正振幅比 t/w_{0c} を 25, 50, 100, 200, 500, 1000 と変化させ, 初期不正振幅 w_{0c} の塑性変形能力への感度を検討するシリーズ(B-5), 辺長比 h/b_f を 1, 2, 8, 10, 20 と変化させ, 辺長比の塑性変形能力への感度を検証するシリーズ(B-6), h/b_f を 4 及び 8 とした場合について, 幅厚比 $b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ を 0.20, 0.24, 0.28, 0.30, 0.33, 0.38, 0.40, 0.45, 0.50 と変化させ, 所定の塑性変形性能を確保する幅厚比を選定するシリーズ(B-7)の計 54 ケースを解析した. 加力は, 降伏変位に対する圧縮強制変位, $\delta \frac{\sigma_Y}{E} \cdot h$ を 20 まで単調に载荷した. 表1には, B-1~B-7 までの解析シリーズを整理して示す.

3.2 実験方法

フランジの局部座屈による耐力劣化特性を検討し, 解析的検討の妥当性を示すため, H形鋼短柱の中心圧縮試験を行った.

図4に, H形鋼短柱の中心圧縮試験の概要を示す. 試験体は, H-100×50×5×7(SN400)の形鋼からフランジ板厚 t

をフランジ内側を切削して, 7mm, 5mm, 3mm, 1.5mm とした4体を用意し(試験体名称は, それぞれ, 7F, 5F, 3F, 1.5F), 材長 L はすべて 200mm とした. 表2には各試験体のフランジ板厚 t , はねだし幅 b_f , プラニメータで実測した全体の断面積 A , 無次元化幅厚比 $b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ 及び降伏軸力 N_Y を示す. 表3には, 試験体と同一ロットのH形鋼のフランジ, ウェブから5号試験片3本を切り出し行った素材試験結果の平均値を示している. 表中の σ_Y は降伏点, σ_u は引張強さ, ε_i は一様伸び(最大荷重時公称ひずみ), ε_u は破断伸び, ε_{st} は加工硬化開始歪である.

加力は 2000kN アムスラー試験機を用いた. 試験体の上下に鋼板をはさみ, 圧縮力 N は試験機の指示値により計測し, 変位計測はその鋼板を用いて左右の変位計により縮み量を計測しその平均の相対縮み量 δ を計測した.

4 実験・解析結果と考察

4.1 解析結果

図5に解析シリーズA-1の結果を示す. 図5は複軸歪下の3辺単純支持1辺自由板について, 軸力分布を表すパラメータ κ が -1 (一様), 0 (片分布), 1 (逆分布) について, 辺長比 b_f/h と弾性板座屈係数 k との関係を示す.

図6~図11には, B-2シリーズからB-7シリーズの結果を示す.

図6は $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係を鋼種(降伏応力度)を変化させて示す.

図7は, $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係を加工硬化係数を変化させて示す.

図8は, $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係を引張側初期応力を変化させて示す. 図9には, $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係と $(-N/N_Y)$ と板厚で無次元化した自由辺中点の面外変形 (w/t) の関係を, 初期不正振幅 w_{0c} を変化させて示す.

図10には, $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係を辺長比 (h/b_f) を変化させて示す. 図11には, 辺長比 (h/b_f) を 4 及び 8 とした場合について, $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係を無次元化幅厚比 $b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ を変化させて示す.

図12, 13には, B-7シリーズの計算結果を図12~14, 表3には, H形鋼短柱の中心圧縮試験(C-1シリーズ)の結果を示す.

図12には, 降伏変位で無次元化した最大荷重時縮み $(-\delta_{\max} \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ と無次元化幅厚比 $(b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E})$ との関係を辺長比 $h/b_f = 4$ の解析値を○で, 辺長比 $h/b_f = 8$ の解析値を△で, 実験値を●で示す.

図13には, B-7シリーズの解析値で無次元化幅厚比が 0.30 の板の $(-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y) = 20$ の時の(a)面外変形状況と(b)中央面の主応力分布を示す. 表4には, 各試験体の無次元化幅厚比 $(b_f/t\sqrt{\sigma_Y/E})$, 降伏軸力で無次元化した最大軸力 $(-N_{\max}/N_Y)$, 降伏変位で無次元化した最大軸力時縮み $(-\delta_{\max} \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ を示す.

表1 一様軸歪下の複合非線形解析シリーズ

要素分割 $n_x \times n_y$	降伏応力度 σ_Y (N/mm ²)	加工硬化 係数比 E/E_t	引張側初期 応力比 σ_{0t}/σ_Y	初期不整 振幅比 t/w_{c0}	辺長比 h/b_f	幅厚比 $b_f/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$
2×8	80	25	0.00	25	1	0.20, 0.40
4×16	205	50	0.15	50	2	0.24, 0.45
6×24	235	100	0.30	100	4	0.28, 0.50
8×32	325	200	0.50	200	8	0.30
10×40	440	500	0.80	500	10	0.33
12×48	624	1000	1.00	1000	20	0.38

表2 試験体シリーズ

試験体名	t (mm)	A (mm ²)	$b_f/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$	N_Y (KN)
7F	6.49	1099.8	0.150	363.0
5F	5.28	990.2	0.184	329.6
3F	2.96	778.8	0.328	265.1
1.5F	1.57	652.7	0.619	226.6

表3 素材試験結果

	σ_Y (N/mm ²)	σ_u (N/mm ²)	ϵ_i (%)	ϵ_u (%)	ϵ_{st} (%)
ウェブ	359	460	13.2	35.0	1.45
フランジ	310	437	16.8	40.5	3.4

表4 H形鋼短柱の中心圧縮試験結果(C-1シリーズ)

試験体	$b_f/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$	$-N_{max}/N_Y$	$-\frac{\delta_{max}}{(\frac{\sigma_Y}{E}) \cdot h}$
7F	0.150	1.15	31.1
5F	0.184	0.96	25.1
3F	0.328	0.94	7.52
1.5F	0.619	0.89	3.30

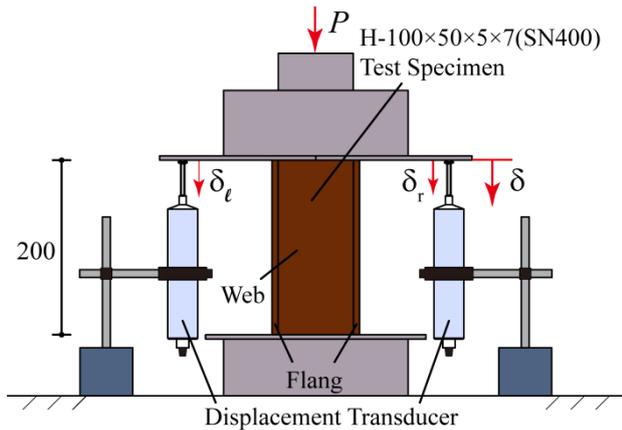


図4 H形鋼短柱の中心圧縮試験

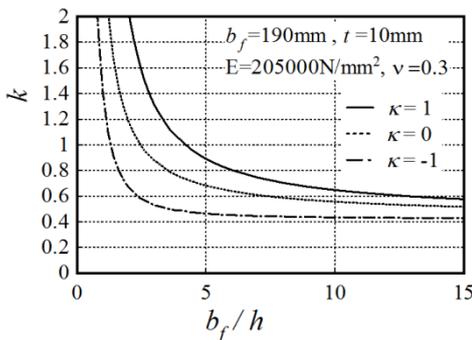


図5 複軸歪下の3辺単純支持1辺自由板の辺長比と板座屈係数との関係(A-1シリーズ)

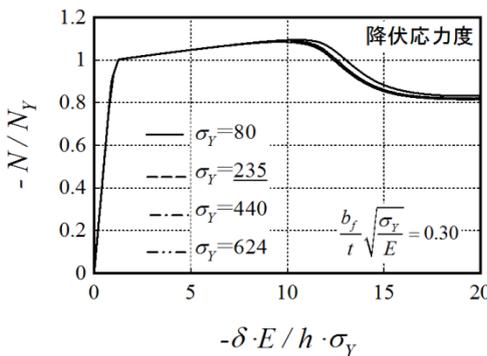


図6 降伏応力度の無次元化(B-2シリーズ)

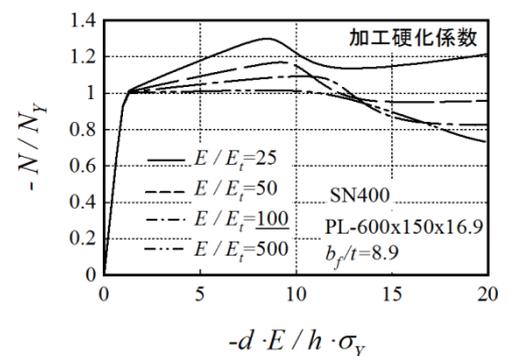


図7 加工硬化係数の及ぼす影響(B-3シリーズ)

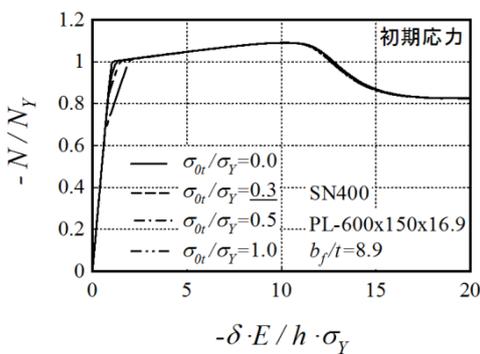
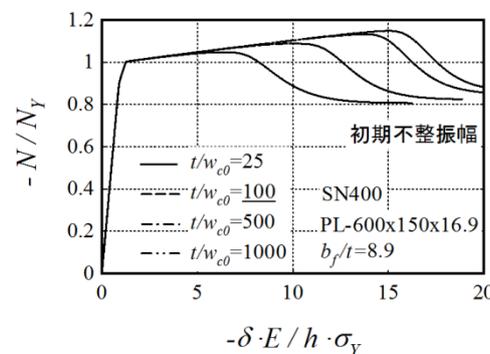
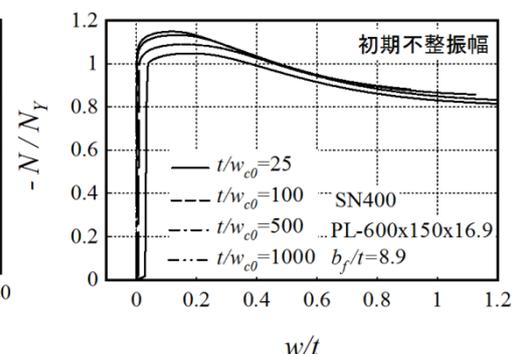


図8 引張側初期応力の及ぼす影響(B-4シリーズ)



(a) $(-N/N_Y) - (\delta \cdot E / h \cdot \sigma_Y)$



(b) $(-N/N_Y) - (w/t)$

図9 初期不整振幅の及ぼす影響(B-5シリーズ)

図 14 には、各試験体の $(-N/N_Y) - (-\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ の関係を、写真 1 には、各試験体について、試験後の試験体の変形状況を示す。

4.2 考察

以下に項目毎に考察を示す。

○複軸歪下による座屈荷重の上昇傾向

図 5 から、一様軸ひずみ分布($k=-1$)から逆軸歪分布($k=1$)に移るにしたがって、弾性座屈荷重は増加するものの辺長比が大きな場合は、その増加量も少なく、板座屈係数 k で 0.425 程度となる。せん断パネルフランジの座屈挙動として、一様軸ひずみを考えておけば、安全側に評価できることが分かる。

○非線形有限要素解析の精度

B-1 シリーズから、 x 方向、 y 方向の要素分割数が 2×8 分割と非常に粗い要素分割においても、降伏前の初期の荷重変位関係を除き、降伏後の荷重-変位関係は、 12×48 分割の場合と一致することから、本要素は、精度が高く、 8×32 分割で十分な解が得られた。

○局部座屈性状の無次元化パラメータについて

図 6 より、荷重-変位関係を降伏軸力及び降伏変位で無次元化し、無次元化幅厚比を一定と設定すれば、鋼種(降伏応力度)によらず無次元化した荷重-変位関係は一定となる。

○加工硬化係数の塑性変形性能に及ぼす影響

図 7 より、加工硬化係数が大きくなるにつれ、最大荷重は大きくなるとともに、最大荷重時の無次元化変位は小さくなる。この最大荷重時の無次元化変位量で塑性変形性能を規定することになると、局部座屈で決定される鋼部材の塑性変形性能は、降伏比が小さい程大きくなるといえる。

○初期応力の局部座屈性状に及ぼす影響

図 8 より、初期応力の局部座屈性状に及ぼす影響はほとんどなく、引張側初期応力が降伏応力度に達しても、初期荷重-変位関係を除いて、荷重-変位関係に影響を与えない。

○初期不整振幅の塑性変形性能に及ぼす影響

図 9(a)(b)より、初期不整振幅 w_{0c} が大きくなると、最大荷重時の無次元化(変塑性変形性能)は著しく低下する。面外たわみが板厚の $1/5 \sim 1/4$ となると、耐荷力はピークとなる傾向にある。

○辺長比の塑性変形性能に及ぼす影響

図 10 より、辺長比を変化させても、最大荷重時の無次元化変位は大きく変化しない。したがって、せん断パネルのフランジの局部座屈性状を調査する場合は、解析の効率化を考慮して、辺長比を 4 程度としたもので検討しても問題ない。

○塑性変形性能を担保するための無次元化幅厚比

図 10~13 より、無次元化荷重-変位関係の素材特性からの低下は、主に面外たわみによって引き起こされ、板中央面に応力が一様に伝達されない箇所が生じるために起こる面外変形に関連する因子は、初期たわみと板厚、すなわち無次元化幅厚比であり、塑性変形性能を決定する因子といえる。

仮に、無次元化最大荷重時変位が 5 のときを、せん断パネルが十分に塑性化して機能が發揮できるフランジの塑性変形性能であると設定する。

図 12 の解析結果から、最少 2 乗近似直線は次式で表される。

$$\left(-\frac{\delta_{\max} \cdot E}{h \cdot \sigma_Y} \right) = 0.2704 \times \left(\frac{b_f}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \right)^{-2.8977} \quad (6)$$

よって、 $(-\delta_{\max} \cdot E/h \cdot \sigma_Y) = 5$ を担保する無次元化幅厚比 $(b_f/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}) = 0.365$ となる。

実験値は、1.5F の結果 $(b_f/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}) = 0.619$ を除いてほぼ(6)式の近似式に近い値をとっている。

図 14、写真 1 から、7F から 1.5F へとフランジ幅厚比を大きくするにしたがって、フランジに局部変形が生じた際の、荷重-変位関係における耐力劣化勾配は急になっており、フランジ幅厚比が、塑性変形性能の重要パラメータであることがわかる。

5 まとめ

せん断パネルダンパーの所要フランジ幅厚比を検討するため、モデル化した 3 辺単純支持 1 辺自由平板について、複軸歪下の弾性座屈解析、一様圧縮歪下の複合非線形解析、及び、H 形鋼短柱の中心圧縮試験を行った。得られた知見は以下のように要約できる。

- 1) フランジが複軸歪となれば、座屈荷重は大きくなるものの、辺長比が大きくなれば一様圧縮歪と大きな差はなくなる。一様圧縮歪の弾性座屈荷重は、せん断パネルフランジのそれを安全側に評価する。
- 2) フランジの一様圧縮歪下の局部座屈性状は、無次元化幅厚比で整理すれば、降伏応力度(鋼種)によらず、無次元化荷重-変位関係は同一となる。
- 3) フランジ局部座屈による耐力低下の支配要因は、面外たわみに関連する初期不整と幅厚比であり、設計パラメータとなりうる幅厚比を小さくすることにより、単調載荷下の最大荷重時変位を増大させるとともに制御できる。
- 4) 単調載荷下の最大荷重時変位を降伏変位で無次元化した塑性率を、塑性変形性能の指標と、所要性能を 5 と設定すると、所要無次元化幅厚比は 0.365 となる。

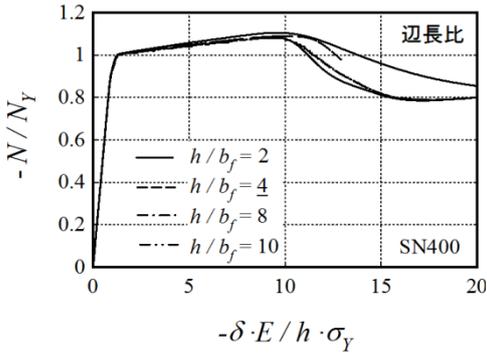
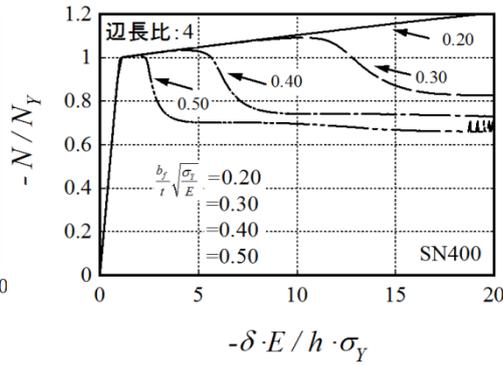
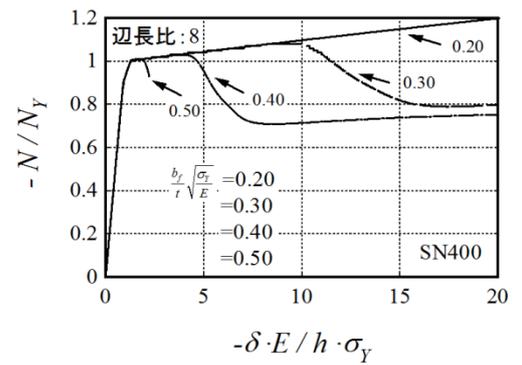


図 10 辺長比の及ぼす影響 (B-6 シリーズ)



(a) $h/b_f = 4$



(b) $h/b_f = 8$

図 11 幅厚比の及ぼす影響 (B-7 シリーズ)

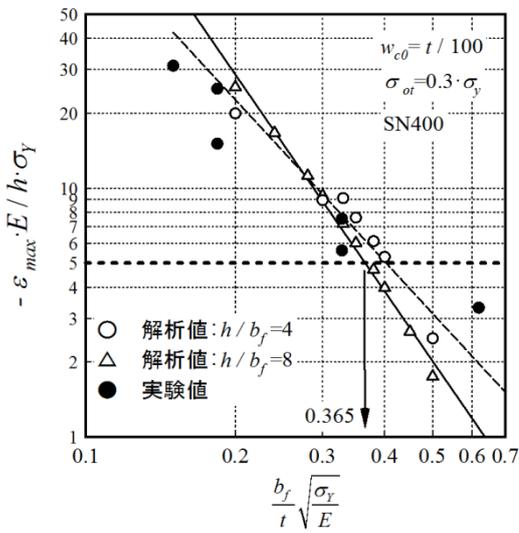


図 12 幅厚比と無次元化最大耐力時変形との関係 (B-6 シリーズ)

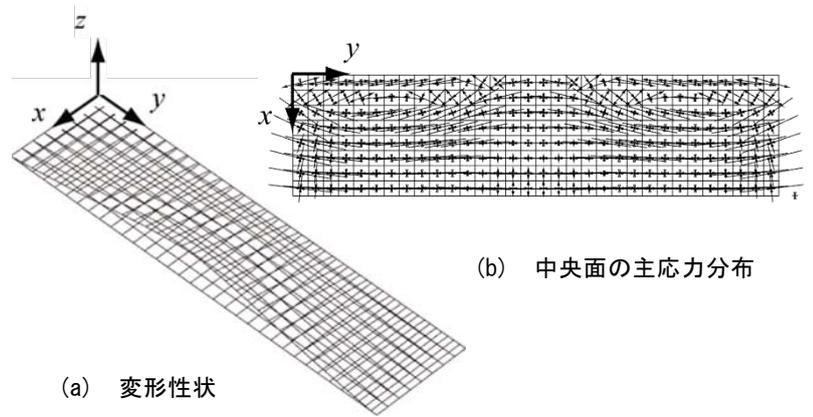
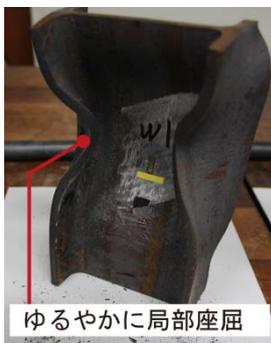


図 13 $\frac{b_f}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} = 0.30$ の板の変形性状と中央面の主応力分布 (B-6 シリーズ)



(a) 7F 試験体



(b) 5F 試験体



(c) 3F 試験体



(d) 1.5F 試験体

写真 1 試験後の局部座屈性状

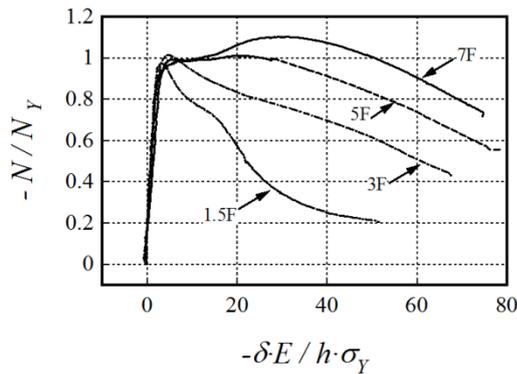


図 15 $(-N/N_Y) - (\delta \cdot E/h \cdot \sigma_Y)$ 関係 (試験結果)

参考文献

- 1) 日本建築学会：鋼構造制振設計指針，丸善，2014.11，pp. 60-112.
- 2) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，丸善，2014.9，pp. 57-67.
- 3) AISC, Manual of steel construction, Load & Resistance Factor Design, vol.1 structural Members, Specifications & Codes, pp.6-172-6-178, 1999.
- 4) Kasai, K., and Popov, E.P.: "General Behavior of WF steel Link Beams", Journal of structural Engineering, ASCE, vol.112, No.2, pp.362-382, 1986.2.
- 5) 金澤寛，玉井宏章，近藤一夫，花井正美，藤波健剛：制振ブレース吸収部材の耐力略算式と適正形状について，日本建築学会構造系論文集，No.564，pp.125-133，2003.2.
- 6) Richards, P.W., Uang, C.: "Effect of Flange Width-to-Thickness Ratio on Eccentrically Braced Frames Link Cyclic Rotation Capacity", Journal of Structural Engineering, ASCE, vol.131, No.10, pp.1546-1552, 2005.10.
- 7) Okazaki, T., Engelhardt, M.D.: "Cyclic Loading Behavior of EBF Links Constructed of ASTM A992 steel.", Journal of Constructional Steel Research, vol.63, pp.751-765, 2007.
- 8) American Institute of Steel Construction, Inc. (AISC), Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, 1997.4.
- 9) Takanashi, K.: "Plastic Buckling and Post-Buckling Behaviors of Steel Plates, Report of the Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, vol.20, No.4, 1990.10.
- 10) Hughes, T.J.R., Liu, W.K.: Nonlinear finite element analysis of shells, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., VOL.26, pp.331-362, 1981.
- 11) 野口裕久，久田利明：座屈後挙動における感度解析手法の開発，日本機械学会論文集(A編)，VOL.58，No.556，pp.2415-2422，1992年.
- 12) Neto, E.A.S., Owen, P.D.R.J.: "Computational methods for plasticity, Theory and Application, Thon-Wiley, 2008.
- 13) 西澤英和，"鉄骨構造物へのX線回折法の応用と耐震設計に関する研究，京都大学学位論文，1985.1