コミットメントゲームにおける支配戦略と Deletion

村　田　省　三

Abstract

In this paper, we consider the proof of non existence problem that there should be no non degenerated mixed equilibrium or not, in actiom commitment games in Hamilton & Slutsky (1990). The direct proof is given here in the case that quadratic profit functions are assumed to both players or convex isoprofit curves are assumed all over the difinition area of profit functuins. And, we will proof some new genenral theorem about this non existence problem, which apply to the quantity setting duopoly games.

Keywords: commitment game, deletion, non degenerated mixed equilibrium

1　はじめに

アクションコミットメントゲーム（２プレイヤー(A，B)，２期間）の同時手番ナッシュ均衡利得は，４通りの戦略の組によって実現される。同時手番ナッシュ均衡点に対応する戦略値を各プレイヤーが選択することによって実現されることは当然であるが，その他にも，プレイヤー A が同時手番ナッシュ均衡戦略に対応する戦略値をとり，プレイヤー B が Wait 戦略をとることによっても実現される。これは，事実上の後手プレイヤーとなる B が

とりうる最適反応戦略が，結果的に，同時手番ナッシュ均衡戦略に対応する戦略値になるからである。もちろん，その逆の手番順序となる戦略の組によっても実現可能である。すなわち，プレイヤーBが同時手番ナッシュ均衡戦略に対応する戦略値をとり，プレイヤーAがWait戦略をとることによって実現可能になる。さらに，プレイヤーAとプレイヤーBが共に第1期にWait戦略をとることによっても，実現される[*1]。それは，必ずしも自明なこととはいえないが，第2期が最終期であることと，最終期にはWait戦略を選択できないことから得られる必然的な帰結である。

このなかで,各プレイヤーの極値条件による均衡の特定が可能となるのは,プレイヤーA，Bがその同時手番ナッシュ均衡点に対応する戦略値を選択する場合だけである。したがって，Wait戦略が含まれる均衡の特定については，極値条件に拠らない他の分析手法が必要になる場合がある。そのような分析手法のひとつとして，Hamilton and Slutsky (1990)（以下，HS (1990) と略記する)）は，Deletionという方法を考案している。この手法の導入目的は，支配される戦略を除去して，均衡分析を容易化しようとするものであるが，その証明に誤謬が含まれなければ，同時手番ナッシュ均衡点と2つのシュタッケルベルグ均衡点によって区分される矩形領域の外には，アクションコミットメントゲームの均衡戦略は存在しないことになる。ただし，ここでいうところのDeletionという手法は，仮にそれが理想的に機能したとしても，均衡を特定できるまでの効力はない。したがって，HS (1990) によって示唆されたこと，すなわち，アクションコミットメントゲームには真正な混合戦略均衡は存在しないであろうという予想は，そしてその証明法とともに，多くの研究を誘発することになった。現実には，各プレイヤーが常に最適反応曲線に向かうような逸脱をするであろうというHS (1990) の予想を

---

*1 Hamilton and Slutsky (1990）において，直接の言及はないが，明らかに，第1期に共にWait戦略をとるときには，第2期には同時手番ナッシュ均衡が実現されるということが仮定されている。

証明できなかった。

この点をめぐる完全な証明は未だ与えられていない。そして，現在に至るまで，アクションコミットメントゲームには真正な混合戦略均衡が存在しないことを証明することができていない。この未解決の均衡非存在問題に対して，これまでのところ，もっとも回答に近づいたのは Pastine and Pastine (2004)（以下，PP (2004) と略記する）の研究である。それによると，両プレイヤーの最適反応曲線が共に右上がりで，かつ，同時手番ナッシュ均衡点から, 一方のプレイヤーが先手となるシュタッケルベルグ均衡点に至るまで, 当該プレイヤーにとっての利潤関数が狭義単調増加であれば，アクションコミットメントゲームには真正な混合戦略均衡が存在しないことを解析的に証明可能である。ここでいうところの狭義単調増加性は，等利潤線の狭義凸性と，実質的に，同値となる内容であることが村田 (2008) によって示された。等利潤線の凸性は，HS (1990) においてどこまで仮定されているかは明らかでない。しかし，同論文における各種の例示では，ことごとく等利潤線の凸性が想定されている。後に Amir (1995) によって，HS (1990) における主要な定理（定理５）の証明が破綻していることを論証されることとなったのも，論理的には，この凸性の仮定を形式的には記述しなかったことに起因する。ところで，PP (2004) とは別の論法によって，村田 (2010) は，利潤関数が２次であれば各プレイヤーの利潤極大条件が同時に成立するような解が存在しないことを解析的に示した。また，そのことから，アクションコミットメントゲームに真正な混合戦略均衡が存在しないことの証明を与えている。

これらの先行研究が意味しているものは，きわめて厳しいモデル条件のもとでは，アクションコミットメントゲームには真正な混合戦略均衡は存在しないということである。そうすると，真正混合戦略均衡の非存在予想は，どこまで緩い条件のもとで成立するのかということが確認されなければならないことになる。このとき，十分にモデル条件を緩和すれば真正混合戦略均衡が存在するのではないか，あるいはまた，そのような論理境界が存在するの

ではないかという結果が予想されることは当然である。ところが，従来研究では，HS (1990) が設定した仮定（または，それよりも緩い条件）のもとでも，真正混合戦略均衡が存在するような具体的なアクションコミットメントゲームは見つかっていない。このように分析が難航する理由は，結局のところ，計算的手法ないし解析的手法が決定的には有効にならないゲーム設定にあり，それは，Wait 戦略を選択しうるというゲーム構造に起因するものといってよいであろう。そうであるとすると，真正混合戦略均衡の非存在証明は，仮にそれが可能であるとすると，解析的証明方法によらないことが求められるのかもしれない。

本稿では，先行研究における非存在証明のうち主要な結果を提示する。そして，PP (2004) の証明方法を工夫すれば，いずれか一方のプレイヤーの最適反応曲線上における当該プレイヤーの利潤関数の単調性を仮定すると，真正混合戦略均衡の非存在証明が可能になるということを示す。具体的にいえば，HS (1990) のいうところの２回の Deletion 後に残される領域と，同時手番ナッシュ均衡点に対するパレート優位領域の共通領域が存在すれば，PP (2004) の証明方法を応用でき，そこでは常に逸脱誘引があることを証明できるということである。また，本稿では，従来研究からまったく独立的に，２回の Deletion 後に残される領域と，同時手番ナッシュ均衡点に対するパレート優位領域の共通領域が存在しない場合は，２回の Deletion 後に残される領域内にコミットメント値をもつようなゲーム均衡は存在しないことを示す。これらの結果を総合すれば，アクションコミットメントゲームには真正な混合戦略均衡は存在しないということを，相当程度まで一般的に，証明できたことになる。

それに続いて，本稿では，HS (1990) の提示した手法である２回の Deletion という理論装置において，論理的な破綻が一部に含まれていることを確認できる具体的数値例モデルを解析する。しかし，そのような反例は極めて特殊ケースであって，結論的には，Deletion 手法が有効なツールとなりうる

ことを示唆したいと思う。その後，Deletion という手法が，混合戦略均衡の非存在証明にとってどこまで有用となるかについての見通しにたいするコメントを与えようと思う。

2　アクションコミットメントゲーム

ここでは，コミットメントゲームの形式的な定義を与える。このゲームは，２プレイヤーによる無限戦略の２期間ゲームである。各プレイヤーは，第１期において，戦略値をコミット（以下では，コミットする場合はコミットメント戦略を選択するという。また，コミットされる戦略値のことを，コミットメント値ともいう[*2)]するか，あるいは Wait（以下では，Wait 戦略ともいう）を同時に選択する。第１期において，両方のプレイヤーがコミットメント戦略を選択すれば，ゲームは第１期で終了して利得が確定する。第１期において，一方のプレイヤーがコミットメント戦略を選択し，他方が Wait 戦略を選択すれば，Wait 戦略を選択したプレイヤーが第２期において最適反応を実施することにより，ゲームが終了する。第１期において，両方のプレイヤーが Wait 戦略を選択した場合は，第２期において，共に Wait 戦略を選択できない状況になり，何らかのコミットメント値を選択して，ゲームは終了し利得が確定する。両方のプレイヤーが共にコミットメント戦略を選択するときは，そのコミットメントは相手コミットメント値を観察せずにおこなわれるが，一方がコミットメント，他方が Wait なら，相手戦略値観察後に戦略値を決めることになる。第１期では Wait 戦略も選択できるが，最終期である第２期には Wait 戦略は選択できないということが仮定されている。したがって，第１期に両プレイヤーともに Wait 戦略を選択した場合には，事実上，第２期には基本ゲームの同時手番戦略値が実現されなければな

*2 Wait 戦略をとるときにも，Wait するというコミットメントによるので紛らわしいが，本稿では，Wait 戦略と（数値）コミットメント戦略を区別して記述する。

らない。なお，以上における戦略選択は，最終的に確定選択されたものについての説明になる。ここでいう確定とは，実質的には均衡戦略であることを意味しており，そうでなければ逸脱が発生して，戦略は確定しない。

以上における基本ゲームの構造は，次の通りである。すなわち，基本複占ゲームにおけるプレイヤーA，Bの利潤関数は，$\pi_A(P_A, P_B)$，$\pi_B(P_A, P_B)$であり，(P_A, P_B)は，各プレイヤーの戦略コミットメント値であるとする。P_A^C，P_B^Cは同時手番ナッシュ均衡に対応する戦略コミットメント値とする。P_A^Lは，$\pi_A(P_A, R_B(P_A))$を最大にする戦略コミットメント値，対応の後手戦略値をP_A^Fとする。同様に，P_B^Lは，$\pi_B(R_A(P_B), P_B)$を最大にする戦略コミットメント値，対応の後手戦略値をP_B^Fとする。すなわち，これらはシュタッケルベルグ均衡点である。$R_A(^*), R_B(^*)$は各プレイヤーの最適反応関数である。なお，(P_A, P_B)の定義域Xにおいて，以下，基本ゲームの同時手番均衡（第１期）と２つのシュタッケルベルグ均衡は，定義域$X(\subset R_+^2)$において，純戦略で一意に存在すること，および，それらが相互に異なることを仮定する。以上のように定義された基本ゲームは，HS (1990)の提示した基本ゲームモデルと同等であり，また，それを基に定義されるコミットメントゲーム構造もまた同等なものとなっている。

2.1 混合戦略均衡の非存在証明（1） －極大条件式からの接近－

ここでは，利潤関数$\pi_A(x, y)$および$\pi_B(x, y)$が共に２次関数であると仮定する。かなり強い仮定である。しかし，２次利潤関数の場合にコミットメントゲームは真正な混合戦略均衡を持たないことが証明できれば，通常のケースにおいての非存在が証明されたことになるから，その意味で，有益な証明である。ここでも，同時手番ナッシュ均衡と２つのシュタッケルベルグ均衡の存在と一意性が満たされており，それら３種の均衡は相互に異なっていると仮定する。その仮定の下では，コミットメントゲームは真正な混合戦略均衡を持たないことを解析的に直接証明することができる。ただし，以下の証

明では概略のみを示すこととする。

定理１　プレイヤー A，B の利潤関数 $\pi_A(x,\ y)$ および $\pi_B(x,\ y)$ が，共に２次関数であるとする。また，期待利得関数を $E\pi_A(x,\ y)$ および $E\pi_B(x,\ y)$ とする。また，同時手番ナッシュ均衡と２つのシュタッケルベルグ均衡が一意に存在し，それらが相互に異なっているとする。同時手番均衡が安定であれば，このアクションコミットメントゲームにおける真正な混合戦略均衡は存在しない。

証明． 以下の４条件を満たされる解が存在すれば，

$$\frac{\partial E\pi_A}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial E\pi_A}{\partial q_A}=0,\quad \frac{\partial E\pi_B}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial E\pi_B}{\partial q_B}=0$$

これから，次式が成立する。

$$\begin{aligned}\pi_A(x,\ y)-\pi_A(R_A(y),y)&=\int_{R_A(y)}^{x}\frac{\partial\pi_A(\tau,y)}{\partial\tau}d\tau\\&=\frac{1}{2}(x-R_A(y))\frac{\partial\pi_A(x,\ y)}{\partial x}\\\pi_B(x,\ y)-\pi_B(x,R_B(x))&=\int_{R_B(x)}^{x}\frac{\partial\pi_B(\tau,y)}{\partial\tau}d\tau\\&=\frac{1}{2}(y-R_B(x))\frac{\partial\pi_B(x,\ y)}{\partial x}\end{aligned}$$

このとき，

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{\frac{dR_A(y)}{dy}}\left(\frac{R_A(y)-x^L}{x-x^L}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2}{\frac{dR_A(y)}{dy}}\left(\frac{R_A(y)-x^L}{(x-x^L)^2}\right)$$

となり，また，

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{\frac{dR_B(y)}{dx}}\left(\frac{R_A(x)-y^L}{y-y^L}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2}{\frac{dR_B(y)}{dx}}\left(\frac{R_A(x)-y^L}{(y-y^L)^2}\right)$$

であるから，最初に仮定した４条件を満たす解は，同時手番ナッシュ均衡点以外ではありえない。■

（数値例）

以上の定理の示すところを，具体的数値例モデルで確認する。いま，利潤関数が，a および b を正定数として，以下であるとする。

$$\pi_A(x,y)=(a-b(x+y))x$$
$$\pi_B(x,y)=(a-b(x+y))y$$

先の定理における条件式は，この数値例モデルの場合，次の形式で成立する。

$$(a^2-9aby+18b^2xy)(a-2bx-by)=0 \tag{1}$$
$$(a^2-9abx+18b^2xy)(a-2by-bx)=0 \tag{2}$$

ここで，２次曲線 $a^2-9aby+18b^2xy=0$ が，同時手番均衡点を通過することは自明であるが，そこにおける傾きおよび曲率を求めれば，次のようになる。

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{\frac{dR_A(y)}{dy}}\qquad \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2}{\frac{dR_A(y)}{dy}}$$

同様に，２次曲線 $a^2-9abx+18b^2xy=0$ について，次式を得る。

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{\frac{dR_B(y)}{dx}}\qquad \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2}{\frac{dR_B(y)}{dx}}$$

２次曲線 $a^2-9aby+18b^2xy=0$ の，同時手番ナッシュ均衡点 $(x^s,\ y^s)$ における傾きは，プレイヤー A の最適反応曲線の傾きに絶対値で等しく，異符号

になっている。同様に，２次曲線 $a^2-9abx+18b^2xy=0$ の，同時手番ナッシュ均衡点(x^s, y^s)における傾きは，プレイヤー B の最適反応曲線の傾きに絶対値で等しく，異符号になっている。

この同時手番均衡が安定なら，$-\frac{1}{\frac{dR_A(y)}{dy}}>-\frac{1}{\frac{dR_B(y)}{dx}}$のはずであるから，$q_A\in(0,1)$かつ $q_B\in(0,\ 1)$となるような解は存在しない。なお，定理の結果確認という目的と直接の関係はないが，これら２つの２次曲線は同時手番均衡点の左下に位置するパレート優位集合内で交点を持つことがただちに明らかである。

2.2 混合戦略均衡の非存在証明（2）　－逸脱行動からの接近－

ここでも，HS (1990) が仮定した内容，すなわち，基本ゲームの同時手番均衡と２つのシュタッケルベルグ均衡は，純戦略で一意に存在し，相互に異なるということは仮定するが，前節と異なり，利潤関数が２次であることを必ずしも仮定しない。その意味では，前節の仮定よりも緩い条件である。しかし，ゲーム定義域内では，以下の３つの条件（1），（2）および（3）を満たすものとする。なお，PP (2004) において示されている非存在証明にとって，決定的に重要な仮定は条件（3）である。そこでは，真正な混合戦略均衡が存在するものすれば，それに対応する最適なコミットメント値が，最適な確率とともに存在することになりることに着目する証明法が考案されている。

$$q_B\pi_A(P_A^C,P_B^C)+(1-q_B)\,\pi_A(P_A^C,R_B(P_A^C))$$
$$=q_B\pi_A(R_A(P_B^C),P_B^C)+(1-q_B)\pi_A(P_A^S,\ P_B^S))$$

（1）$\frac{\partial^2\pi_A}{\partial P_A^2}<0,\ \frac{\partial^2\pi_B}{\partial P_B^2}<0$

（2）$\frac{\partial\pi_A}{\partial P_A}=0,\ \frac{\partial\pi_B}{\partial P_B}=0$ のグラフの傾き符号一定

（3）$\pi_A(P_A,R_B(P_A))$は P_A について狭義単調増加，あるいは，$\pi_B(R_A(P_B),P_B)$は P_B について狭義単調増加

PP (2004) の命題は，最適反応曲線が共に右上がりで，同時手番均衡点からみて右上方向にパレート優位集合がある場合，真正な混合戦略均衡がないことを示したが，ここでは，その内容を含む，より一般な定理を与える[*3]。

定理 2　コミットメント価格（数量）は一意とする。The Extended Game with Action Commitment において，

*A*1. 最適反応曲線がともに右上がりで，右上方向にパレート優位集合が出現するコミットメントゲームの場合，最適コミットメント戦略値は真正な（nondegenerate）混合戦略均衡（サブゲーム完全）を構成しない。

*A*2. 最適反応曲線がともに右下がりで，原点方向にパレート優位集合が出現するコミットメントゲームの場合，両者の最適コミットメント戦略値がパレート優位集合にあるような真正な混合戦略均衡はない。

B. 最適反応曲線 R_A が右下がり，R_B が右上がりで，R_A のみがパレート優位集合を通過するようなコミットメントゲームの場合，異符号領域と undominanted 領域が重ならない部分に両者の最適コミットメント戦略値があるような真正な混合戦略均衡はない。

証明. 村田・橋口（2010）参照。■

3　混合戦略均衡の存在範囲　ーDeletion からの接近ー

これまでのところ，解析的な手法による場合，何らかの追加的な仮定なしには，コミットメントゲームの真正な混合戦略均衡の非存在を証明できてい

*3 定理における(A1)の証明は，Pastine and Pastine (2004) で仮定されている大小関係，$P_A^F < P_A^L$ を必ずしも必要としない点で異なる。また，仮定（3）についても，いずれか一方の最適反応曲線上での単調増加のみを仮定するという点で，Pastine and Pastine (2004) における条件を緩めたものになっている。

ない。しかし，HS (1990) が定理８の直前で示唆している Deletion という考え方によって，混合戦略が存在しうる領を論理的には縮減しうるという主張と組み合わせることで，解析的な手法が有効となる可能性もある。この示唆が無謬であれば，同時手番ナッシュ均衡点と２つのシュタッケルベルグ均衡点によって区分される矩形領域の外には，アクションコミットメントゲームの均衡戦略（真正な混合戦略均衡）は存在しないことになる。ここで，参考として，HS (1990) による定理８の概要を以下に示す[*4]。

定理３　アクションコミットメントゲームにおいて，同時手番均衡に対応する戦略値 x_A^C を選択することは，Wait 戦略を選択することに（弱）支配される。同様に，Wait 後に戦略値 x_A^C を選択することも，Wait 戦略を選択することに（弱）支配される。一般に，支配される戦略を選択しないという意味で，結果的に，戦略値 x_A^C を選択すること，また，Wait 後に戦略値 x_A^C を選択することは起こりえない。

証明．HS (1990) 定理８ ■

結論的には，Deletion にも問題はある。以下，それを具体的な数値例によって示す。いま，利潤関数 π_A, π_B が，具体的に以下のようであるとして，このアクションコミットメントゲームに関する２回の Deletion 結果を検討する。

$$\pi_A=(10-5P_A+P_B)P_A \tag{3}$$
$$\pi_B=(20-\frac{1}{2}P_B+P_A)P_B \tag{4}$$

このとき，最適反応曲線は，

*4 定理８の証明が正しければ，同時手番ナッシュ均衡さえも Deletion によって削除されることになる。従って，定理８によると（Deletion によって排除されることなく）最終的に残される均衡は，２つのシュタッケルベルグ均衡だけになる。

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial P_A}=10P_A-10$$

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial yP_B}=P_A+20$$

となり，以下の図が得られる。

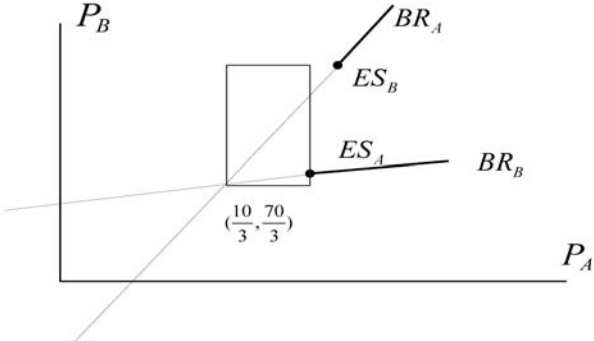

図１：１回目の Deletion をめぐる反例

このゲームでは，１回目の Deletion をプレイヤー A 側から開始すると，一方のシュタッケルベルグ均衡点が Delete される。すなわち，戦略値として実現されることが排除される。ただし，ここで注意が必要である。シュタッケルベルグ均衡点の実現方法は２種類あって，そのうちのひとつは，両方のプレイヤーが当該シュタッケルベルグ均衡点に対応する戦略値をとる場合と，一方のみのプレイヤーが Wait 戦略をとる場合の２通りによってシュタッケルベルグ均衡点が実現可能であるから，Deletie されたのは前者のみであるということである。シュタッケルベルグ均衡利得の実現が，結果的に，完全に Delete されるわけではない。とはいっても，HS (1990) がいうところの分析方法に誤謬があることも自明であって，Deletion のみによる混合戦略の非存在証明方法は，現在までのところ，成功していない。

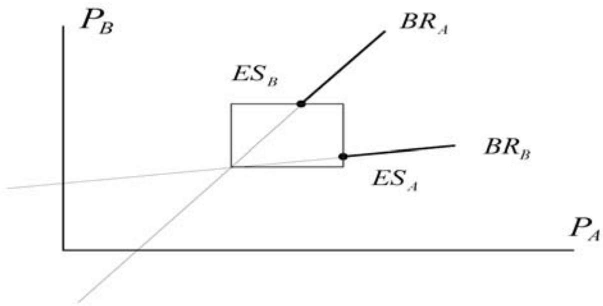

図２：Hamilton and Slutsky **(1990)** **の想定した状況**

４　混合戦略均衡の非存在証明のフロンティア

基本ゲームの同時手番均衡と２つのシュタッケルベルグ均衡は，純戦略で一意に存在し，相互に異なると仮定するとき，PP (2004) と基本的には類似の証明方法によって，以下の仮定１，仮定２または仮定３のいずれかひとつの条件を満たせば，混合戦略均衡の非存在を証明することができる。ただし，このためには，２ラウンドの Deletion が，HS (1990) でいうように実行可能であるとき，という条件を前提としなければならない。その前提が満たされるとき，逸脱が発生するものは均衡でないという，ゲーム均衡の定義的な性質に依拠した証明方法が最善であると考えられる。なお，前節の定理との相違点は，以上のほかに，同時手番ナッシュ均衡点からパレート優位集合がどの方向に存在しているかについての制約が（本定理中には）記述されないことがある。このようなパレート優位集合が，いずれか一方のプレイヤー先手となるシュタッケルベルグ均衡までの最適反応曲線を含む場合は，基本的に PP (2004) の証明方法が有効であり，また逆に，いずれのプレイヤー先手となるシュタッケルベルグ均衡までの最適反応曲線も含まれない場合は，同時手番ナッシュ均衡がパレート優位点であることから，少なくとも一方のプレイヤーが同時手番ナッシュ均衡に対応するコミットメント値を選択する

ことにより，結局，同時手番均衡利得を得ることが（常に）可能であるためである。このことに注目するとき，現在までのところ，もっとも完全な非存在証明と思われる定理が得られる。以下，その結果と証明の概要のみを示す。

（仮定１）　$\frac{\partial \pi_A}{\partial P_A}=0$，$\frac{\partial \pi_B}{\partial P_B}=0$ のグラフの傾き符号は一定
（仮定２）　$\pi_A(P_A, R_B(P_A))$ は P_A について，P_A^L まで，狭義単調
（仮定３）　$\pi_B(R_A(P_B), P_B)$ は P_B について，P_A^F まで，狭義単調

定理４　アクションコミットメントゲームにおいて，仮定１，２および３のいずれかが成立するとき，

$A1$. 最適反応曲線がともに右上がりであるようなコミットメントゲームの場合，２ round の deletion 後に残される領域内に，真正な混合戦略均衡は存在しない。

$A2$. 最適反応曲線がともに右下がりで，原点方向にパレート優位集合が出現するコミットメントゲームの場合，２ round の deletion 後に残される領域内に，真正な混合戦略均衡は存在しない。

B. 最適反応曲線の一方が右下がり，他方が右上がりであるようなコミットメントゲームの場合，２ round の deletion 後に残される領域内に，真正な混合戦略均衡は存在しない。

証明. $A1$ および B については，定理１の証明法と同様。ただし，$A2$ については，同時手番ナッシュ均衡に対応するコミットメント値を選択することにより，結局，同時手番均衡利得を得ることが（常に）可能であることによる。■

5　おわりに

２ラウンドの Deletion によって，同時手番ナッシュ均衡点と２つのシュ

タッケルベルグ均衡点によって区分される矩形領域内以外は，合理的なゲームプレイヤーによっては選択されないという HS (1990) の予想は，証明が与えられておらず，その概要が示唆されているのみであることもあって，従来，これをめぐる精密な議論は展開されてこなかった。また，これに続いて示されている定理８が，２ラウンドの Deletion の内容に決定的に依存しているとも思えないことから，この Deletion 問題をめぐる議論は活発化しなかったとみることもできる。

ところが，HS (1990) 定理８の証明方法は，基本的に Deletion 論法に依拠している。そして，定理８は，直感的には矛盾する結論を得ている。とりわけ，２人のプレイヤーの最適反応曲線が共に右下がりとなる数量戦略ゲームの均衡が，２つのシュタッケルベルグ均衡のみになるという明らかな矛盾である。数量戦略複占ゲームでは，同時手番均衡にたいしてパレート優位となる利得を発生させる領域は，同時手番均衡点から原点寄りに広がっているのが通例であって，シュタッケルベルグ均衡利得は，後手プレイヤーにとって同時手番均衡利得よりも，厳密に低い利得をもたらす。この矛盾の発生原因は，同定理８において，同時手番均衡に対応する戦略値を選択することは，Wait 戦略を選択することに（弱）支配されるという理由で，同時手番均衡に対応する戦略値を排除したことにある。

定理８における戦略値の排除において，排除できるかどうか無差別となっていた戦略を再掲すると，それは，同時手番均衡に対応する戦略値を選択する戦略，および，Wait 後に同時手番均衡の戦略値を選択する戦略である。すなわち，この戦略を選択することと，Wait 戦略を選択することが無差別であったのである。ところで，この戦略を選択した場合，明らかに，実現されるゲーム均衡は同時手番均衡であり，実現される利得は同時手番均衡利得であったはずである。この点で，HS (1990) 定理８が，数世紀にわたって科学者を悩ませたところの「囚人のパラドックス[*5]」ではないと断定できない。

---

*5 よく知られている「囚人のジレンマ」とは異なることに注意されたい。

参 考 文 献

[1] Amir, .R. (1995). " Endogenous Timing Two-Player Games: A Counter Example, " *Games and Economic Behavior*. **9**. 234-237.

[2] Hamilton, J. , and S, Slutsky. (1990). " Endogenious Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria, " *Games and Economic Behavior*. **2**. 29-46.

[3] 村田省三・橋口真理子(2010).「Hamilton & Slutsky (1990) 定理７の構造」『長崎大学経済学部研究年報』. **26**. 49-54.

[4] 村田省三(2010).「安定均衡と２次多項式」『経営と経済』. **90**. 329-336.

[5] Pastine, I., and E, Pastine. (2004). " Cost of Delay and Endogeneous Price Leadership, " *International Journal of Industorial Organization*. **22**. 135-145.