

付録4 同期機の2軸理論

永久磁石同期機の解析を行う場合、磁極上に固定した $d-q$ 座標系で表した Park の式が良く利用されている。 $d-q$ 座標系では回転子の突極性を考慮しても三角関数が式に現れないため利用しやすい。最近、磁極位置を検出しないエンコーダレス制御(センサレス制御)が研究及び実用化されており、任意の回転座標系である $\gamma-\delta$ 座標系のモデルも使用される。これらのモデルは三相回路の式を座標変換して得られるが、空間ベクトルを用いた方が行列を用いるよりも簡単である。

○ 三相回路のモデル

図 a4-1 に解析する永久磁石同期機の解析モデルと座標系を示す。

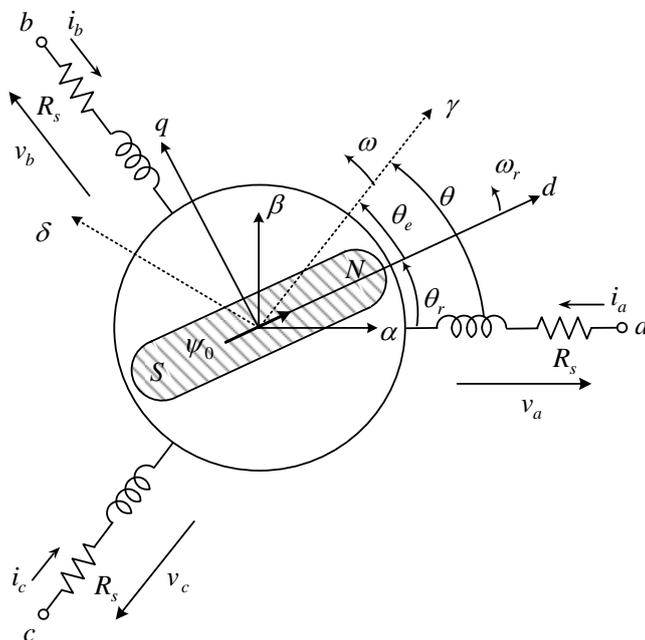


図 a4-1 同期機の解析モデルと座標系

本テキストでは $\theta = \theta_r + \theta_e$ で角度を定義する。これは、電動機として運転するとき δ 軸方向に相電圧の空間ベクトルが向いて便利と考える。もちろん発電機の解析もできる。 $\gamma-\delta$ 軸が $d-q$ より遅れて $\theta_r = \theta + \theta_e'$ で定義する場合(発電機を主に解析するならこちらが便利だろう)では、 $\theta_e = -\theta_e'$ 、 $d\theta_e/dt = -d\theta_e'/dt = \omega - \omega_r$ が異なるだけである(θ_e の微分でも ω 、 ω_r を用いていたら変更する必要はない)。両者に本質的な違いはない。

電圧方程式は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}, \quad p = \frac{d}{dt} \quad (\text{a4-1})$$

a,b,c 巻線の鎖交磁束は次式で表せる。右辺第 2 項は永久磁石による鎖交磁束である。

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ca} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \psi_0 \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (\text{a4-2})$$

ここで、各インダクタンスは以下のように求められる（付録 6 で詳しく述べる）。

$$L_a = l_s + L_0 - L_m \cos 2\theta_r \quad (\text{a4-3})$$

$$L_b = l_s + L_0 - L_m \cos(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \quad (\text{a4-4})$$

$$L_c = l_s + L_0 - L_m \cos(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \quad (\text{a4-5})$$

$$M_{ab} = -M_0 - L_m \cos(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \quad (\text{a4-6})$$

$$M_{bc} = -M_0 - L_m \cos 2\theta_r \quad (\text{a4-7})$$

$$M_{ca} = -M_0 - L_m \cos(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \quad (\text{a4-8})$$

$$L_0 = \frac{L_{ddm} + L_{qqm}}{2} \quad (\text{a4-9})$$

$$L_m = \frac{L_{qqm} - L_{ddm}}{2} \quad (\text{a4-10})$$

$$M_0 = \frac{L_0}{2} \quad (\text{a4-11})$$

非突極機では $L_m = 0$ となり、インダクタンスは磁極位置の関数でなくなり、モデル化は容易となる。

○ 静止座標系のモデル

a, b, c と $\alpha - \beta$ 軸（静止）の座標変換を次式で定義する。各成分は、なす角の \cos 成分とする。 f は電圧 v ，電流 i ，鎖交磁束 ψ を表わす。

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{a4-12})$$

逆に、

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-13})$$

なお，零相成分は0と仮定し，

$$f_a + f_b + f_c = 0 \quad (\text{a4-14})$$

している。いま，**空間ベクトル** \dot{f}_s （静止座標系）を次式で定義する。

$$\dot{f}_s \equiv f_\alpha + j f_\beta \quad (\text{a4-15})$$

(a4-12)より，

$$\dot{f}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (f_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} f_b + e^{-j\frac{2\pi}{3}} f_c) \quad (\text{a4-16})$$

$$\text{例えば， } \dot{v}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (v_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} v_b + e^{-j\frac{2\pi}{3}} v_c) \quad (\text{a4-17})$$

$$\dot{i}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (i_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} i_b + e^{-j\frac{2\pi}{3}} i_c) \quad (\text{a4-18})$$

$$\dot{\psi}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (\psi_a + e^{j\frac{2\pi}{3}} \psi_b + e^{-j\frac{2\pi}{3}} \psi_c) \quad (\text{a4-19})$$

(a4-15)より，

$$\dot{f}_s(t) = F(t) e^{j\theta_f(t)} \quad (\text{a4-20})$$

$$\text{ただし， } F(t) = \sqrt{f_\alpha^2(t) + f_\beta^2(t)}, \quad \theta_f(t) = \tan^{-1} \frac{f_\beta(t)}{f_\alpha(t)}$$

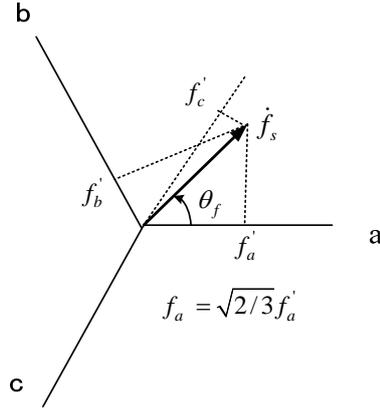
零相成分は0として(a4-14)が成り立つので， a, b, c 量は以下のように計算できる（1つに決る）。

$$f_a = \text{Re}(\sqrt{2/3} \dot{f}_s) = \sqrt{2/3} F(t) \cos \theta_f(t) \quad (\text{a4-21})$$

$$f_b = \text{Re}(\sqrt{2/3} \dot{f}_s e^{-j2\pi/3}) = \sqrt{2/3} F(t) \cos(\theta_f(t) - 2\pi/3) \quad (\text{a4-22})$$

$$f_c = \text{Re}(\sqrt{2/3} \dot{f}_s e^{j2\pi/3}) = \sqrt{2/3} F(t) \cos(\theta_f(t) + 2\pi/3) \quad (\text{a4-23})$$

$F(t) > 0$ であり，(a4-21)～(a4-23)は定常のみならず過渡状態においても一般的に成立する。



空間ベクトルを用いると, (a4-1)より

$$\begin{aligned} \dot{v}_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} \{R_s i_a + p\psi_a + e^{j\frac{2}{3}\pi} (R_s i_b + p\psi_b) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} (R_s i_c + p\psi_c)\} \\ &= R_s \dot{i}_s + p\dot{\psi}_s \end{aligned} \quad (\text{a4-24})$$

(a4-2)~(a4-8)を用いて,

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_s &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\psi_a + e^{j\frac{2}{3}\pi} \psi_b + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \psi_c) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} (l_s + L_0) (i_a + e^{j\frac{2}{3}\pi} i_b + e^{-j\frac{2}{3}\pi} i_c) \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} L_m \{i_a \cos 2\theta_r + e^{j\frac{2}{3}\pi} i_b \cos(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} i_c \cos(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi)\} \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} M_0 \{i_b + i_c + e^{j\frac{2}{3}\pi} (i_a + i_c) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} (i_a + i_b)\} \\ &\quad - \sqrt{\frac{2}{3}} L_m \{i_b \cos(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi) + i_c \cos(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi) + e^{j\frac{2}{3}\pi} (i_a \cos(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi) + i_c \cos 2\theta_r) \\ &\quad \quad + e^{-j\frac{2}{3}\pi} (i_a \cos(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi) + i_b \cos 2\theta_r)\} \\ &\quad + \sqrt{\frac{2}{3}} \psi_0 \{\cos \theta_r + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)\} \end{aligned} \quad (\text{a4-25})$$

$l_s + L_0$ の係数 \dot{i}_s

M_0 の係数 i_s ($i_b + i_c = -i_a$, $i_a + i_c = -i_b$, $i_a + i_b = -i_c$ を代入して)

$L_m i_a$ の係数 (付録公式利用)

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \cos 2\theta_r + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} e^{j2\theta_r}$$

$L_m i_b$ の係数

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos 2\theta_r \right\} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} e^{-j\frac{2}{3}\pi} \left\{ \cos \theta_r + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} e^{-j\frac{2}{3}\pi} e^{j2\theta_r} \end{aligned}$$

$L_m i_c$ の係数

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos 2\theta_r \right\} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} e^{j\frac{2}{3}\pi} \left\{ \cos 2\theta_r + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(2\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) \right\} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} e^{j\frac{2}{3}\pi} e^{j2\theta_r} \end{aligned}$$

ψ_0 の係数

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} e^{j\theta_r}$$

以上をまとめて,

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_s &= (l_s + L_0 + M_0) i_s - \frac{3}{2} L_m e^{j2\theta_r} \sqrt{\frac{2}{3}} (i_a + e^{-j\frac{2}{3}\pi} i_b + e^{j\frac{2}{3}\pi} i_c) + \sqrt{\frac{3}{2}} \psi_0 e^{j\theta_r} \\ &= (l_s + L_0 + M_0) i_s - \frac{3}{2} L_m e^{j2\theta_r} i_s^* + \sqrt{\frac{3}{2}} \psi_0 e^{j\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{a4-26})$$

$\dot{\psi}_s = \psi_\alpha + j\psi_\beta$ であるから,

$$\psi_\alpha = (l_s + \frac{3}{2} L_0) i_\alpha - \frac{3}{2} L_m (i_\alpha \cos 2\theta_r + i_\beta \sin 2\theta_r) + \sqrt{\frac{3}{2}} \psi_0 \cos \theta_r \quad (\text{a4-27})$$

$$\psi_\beta = (l_s + \frac{3}{2}L_0)i_\beta - \frac{3}{2}L_m(i_\alpha \sin 2\theta_r - i_\beta \cos 2\theta_r) + \sqrt{\frac{3}{2}}\psi_0 \sin \theta_r \quad (\text{a4-28})$$

ここで,

$$L_1 = l_s + \frac{3}{2}L_0, \quad L_2 = \frac{3}{2}L_m, \quad \psi = \sqrt{\frac{3}{2}}\psi_0 \quad (\text{a4-29})$$

とおき, (a4-26)より,

$$\dot{\psi}_s = L_1 \dot{i}_s - L_2 e^{j2\theta_r} \dot{i}_s^* + \psi e^{j\theta_r} \quad (\text{a4-30})$$

また(a4-27), (a4-28)より

$$\begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 - L_2 \cos 2\theta_r & -L_2 \sin 2\theta_r \\ -L_2 \sin 2\theta_r & L_1 + L_2 \cos 2\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \end{bmatrix}$$

(a4-24)より, $\alpha - \beta$ 静止座標系の式は,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} L_1 - L_2 \cos 2\theta_r & -L_2 \sin 2\theta_r \\ -L_2 \sin 2\theta_r & L_1 + L_2 \cos 2\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{a4-31})$$

p は, θ_r と i_α, i_β に演算する必要がある。

非突極機では $L_2 = 0$ とおけばよいので, 以下のように簡単になる。

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + L_1 p \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{a4-32})$$

○ $d - q$ 座標系のモデル (Park の式)

$\alpha - \beta$ 静止座標系に対し, θ_r で回転する $d - q$ 座標系に変換してみよう。P 点を, 静止座標系から見た \dot{f}_s とそれを $d - q$ 座標系から見た \dot{f}_{dq} の関係は, 長さは同じで, $d - q$ から見ると偏角が θ_r だけ小さいので

$$\dot{f}_{dq} = e^{-j\theta_r} \dot{f}_s \quad (\text{a4-33})$$

f は電圧 v , 電流 i , 鎖交磁束 ψ を表し, (a4-33)が $\dot{v}_{dq}, \dot{i}_{dq}, \dot{\psi}_{dq}$ の定義である。また, 実部と虚部を次式で定義する。

$$\dot{f}_{dq} \equiv \dot{f}_d + j \dot{f}_q \quad (\text{a4-34})$$

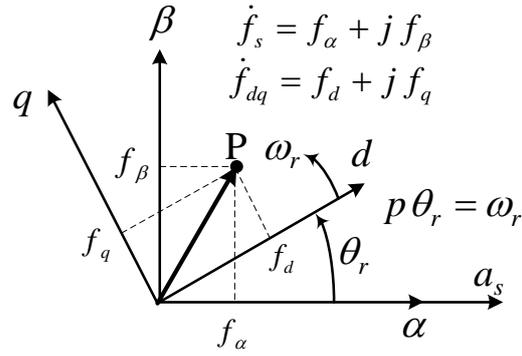


図 a4-2 d-q 座標系の定義

(a4-24)に左から $e^{-j\theta_r}$ を掛けて、(a4-30)を用いると

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_{dq} &= R_s \dot{i}_{dq} + e^{-j\theta_r} p \psi_s \\
 &= R_s \dot{i}_{dq} + e^{-j\theta_r} p (L_1 e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq} - L_2 e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq}^* + \psi e^{j\theta_r}) \\
 &= R_s \dot{i}_{dq} + e^{-j\theta_r} (L_1 j \omega_r e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq} + L_1 e^{j\theta_r} p \dot{i}_{dq} - L_2 j \omega_r e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq}^* - L_2 e^{j\theta_r} p \dot{i}_{dq}^* + j \omega_r \psi e^{j\theta_r}) \\
 &= R_s \dot{i}_{dq} + j \omega_r L_1 \dot{i}_{dq} + L_1 p \dot{i}_{dq} - j \omega_r L_2 \dot{i}_{dq}^* - L_2 p \dot{i}_{dq}^* + j \omega_r \psi \quad (\text{a4-35})
 \end{aligned}$$

実部と虚部に分けて、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (L_1 - L_2)p & -(L_1 + L_2)\omega_r \\ (L_1 - L_2)\omega_r & (L_1 + L_2)p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix}$$

ここで、

$$L_d = L_1 - L_2 = l_s + \frac{3}{2}L_0 - \frac{3}{2}L_m, \quad L_q = L_1 + L_2 = l_s + \frac{3}{2}L_0 + \frac{3}{2}L_m \quad (\text{a4-36})$$

とおくと、d-q 座標系の **Park の式** が得られる。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + p L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \quad (\text{a4-37})$$

非突極機では、 $L_d = L_q = L_1$ とおけばよい。

(a4-33)を成分に分けると、 $f_d + j f_q = (\cos \theta_r - j \sin \theta_r)(f_\alpha + j f_\beta)$ だから

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-38})$$

逆に、

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (\text{a4-39})$$

a, b, c 量と d, q 量の関係は, (a4-33)に(a4-16)を代入して

$$\begin{aligned} \dot{f}_{dq} &= \sqrt{\frac{2}{3}} e^{-j\theta_r} (f_a + e^{j\frac{2}{3}\pi} f_b + e^{-j\frac{2}{3}\pi} f_c) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} (e^{-j\theta_r} f_a + e^{-j(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)} f_b + e^{-j(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)} f_c) \end{aligned} \quad (\text{a4-40})$$

成分表示すると,

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{a4-41})$$

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (\text{a4-42})$$

鎖交磁束については, (a4-30), (a4-33)より

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{dq} &\equiv e^{-j\theta_r} \dot{\psi}_s = L_1 e^{-j\theta_r} \dot{i}_s - L_2 e^{j\theta_r} \dot{i}_s^* + \psi \\ &= L_1 \dot{i}_{dq} - L_2 \dot{i}_{dq}^* + \psi \\ &= (L_1 - L_2) \dot{i}_d + j(L_1 + L_2) \dot{i}_q + \psi \\ &= L_d \dot{i}_d + \psi + j L_q \dot{i}_q \end{aligned} \quad (\text{a4-43})$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{a4-44})$$

鎖交磁束を用いると(a4-37)の Park の式は, 次式で表される。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega_r \\ \omega_r & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (\text{a4-45})$$

空間ベクトルを用いると

$$\dot{v}_{dq} = R_s \dot{i}_{dq} + p \dot{\psi}_{dq} + j \omega_r \dot{\psi}_{dq} \quad (\text{a4-46})$$

○ $\gamma - \delta$ 座標系（任意回転座標系）のモデル

$\alpha - \beta$ 静止座標系での式を任意の回転角をもつ $\gamma - \delta$ 座標系に変換しよう。

P 点を, $\alpha - \beta$ 静止座標系から見た \dot{f}_s とそれを $\gamma - \delta$ 座標系から見た $\dot{f}_{\gamma\delta}$ の関係は

$$\dot{f}_{\gamma\delta} = e^{-j\theta} \dot{f}_s \quad (\text{a4-47})$$

すなわち,

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_\gamma \\ \dot{f}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{f}_\alpha \\ \dot{f}_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-48})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_\alpha \\ \dot{f}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{f}_\gamma \\ \dot{f}_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-49})$$

同様に $\gamma - \delta$ 座標系 $\dot{f}_{\gamma\delta}$ と $d - q$ 座標系 \dot{f}_{dq} の関係は $\theta_e = \theta - \theta_r$ を用いて

$$\dot{f}_{\gamma\delta} = e^{-j\theta_e} \dot{f}_{dq} \quad (\text{a4-50})$$

すなわち,

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_\gamma \\ \dot{f}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{f}_d \\ \dot{f}_q \end{bmatrix} \quad (\text{a4-51})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_d \\ \dot{f}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e \\ \sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{f}_\gamma \\ \dot{f}_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-52})$$

a, b, c 量と γ, δ 量の関係は, (a4-47)に(a4-16)を代入して

$$\begin{aligned} \dot{f}_{\gamma\delta} &= \sqrt{\frac{2}{3}} e^{-j\theta} (f_a + e^{j\frac{2}{3}\pi} f_b + e^{-j\frac{2}{3}\pi} f_c) \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} (e^{-j\theta} f_a + e^{-j(\theta-\frac{2}{3}\pi)} f_b + e^{-j(\theta+\frac{2}{3}\pi)} f_c) \end{aligned} \quad (\text{a4-53})$$

成分表示すると,

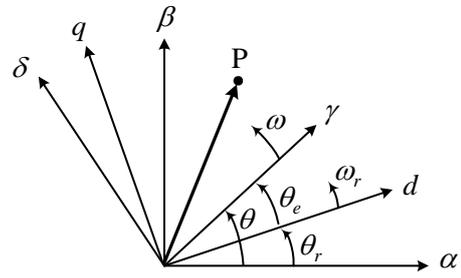


図 a4-3 $\gamma - \delta$ 座標系の定義

$$\begin{bmatrix} f_\gamma \\ f_\delta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{a4-54})$$

逆に,

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\gamma \\ f_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-55})$$

(a4-47), (a4-30)より, $e^{-j\theta}$ を掛けて $\theta - \theta_r = \theta_e$ を用いると,

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{\gamma\delta} &= e^{-j\theta} \dot{\psi}_s = L_1 e^{-j\theta} \dot{i}_s - L_2 e^{-j\theta} e^{j2\theta_r} \dot{i}_s^* + \psi e^{-j\theta + j\theta_r} \\ &= L_1 \dot{i}_{\gamma\delta} - L_2 e^{j2(\theta_r - \theta)} e^{j\theta} \dot{i}_s^* + \psi e^{-j\theta_e} \\ &= L_1 \dot{i}_{\gamma\delta} - L_2 e^{-j2\theta_e} \dot{i}_{\gamma\delta}^* + \psi e^{-j\theta_e} \end{aligned} \quad (\text{a4-56})$$

成分表示すると,

$$\begin{bmatrix} \psi_\gamma \\ \psi_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 - L_2 \cos 2\theta_e & L_2 \sin 2\theta_e \\ L_2 \sin 2\theta_e & L_1 + L_2 \cos 2\theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{a4-57})$$

$\gamma - \delta$ 座標系の電圧方程式は, (a4-24)より両辺に $e^{-j\theta}$ を掛けて,

$$\begin{aligned} \dot{v}_{\gamma\delta} &= R_s \dot{i}_{\gamma\delta} + e^{-j\theta} p(e^{j\theta} \dot{\psi}_{\gamma\delta}) \\ &= R_s \dot{i}_{\gamma\delta} + e^{-j\theta} j\omega e^{j\theta} \dot{\psi}_{\gamma\delta} + e^{-j\theta} e^{j\theta} p \dot{\psi}_{\gamma\delta} \\ &= R_s \dot{i}_{\gamma\delta} + j\omega \dot{\psi}_{\gamma\delta} + p \dot{\psi}_{\gamma\delta} \end{aligned} \quad (\text{a4-58})$$

成分表示すると,

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_\gamma \\ \psi_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a4-59})$$

(a4-57)を(a4-59)に代入すると以下の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_s + p L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& + (L_d - L_q) \begin{bmatrix} -\sin^2 \theta_e & -\sin \theta_e \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \cos \theta_e & \sin^2 \theta_e \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} \\
& + \omega (L_d - L_q) \begin{bmatrix} \sin \theta_e \cos \theta_e & -\sin^2 \theta_e \\ -\sin^2 \theta_e & -\sin \theta_e \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} \\
& + (\omega - \omega_r) (L_d - L_q) \begin{bmatrix} -2 \sin \theta_e \cos \theta_e & -1 + 2 \sin^2 \theta_e \\ -1 + 2 \sin^2 \theta_e & 2 \sin \theta_e \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{a4-60}$$

あるいは,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s + p L_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + p L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \\
& + (L_d - L_q) \begin{bmatrix} -\sin^2 \theta_e & -\sin \theta_e \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \cos \theta_e & \sin^2 \theta_e \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} \\
& + \omega_r (L_d - L_q) \begin{bmatrix} \sin \theta_e \cos \theta_e & -\sin^2 \theta_e \\ -\sin^2 \theta_e & -\sin \theta_e \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} \\
& + (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} -(L_d - L_q) \sin \theta_e \cos \theta_e & -L_d \cos^2 \theta_e - L_q \sin^2 \theta_e \\ L_d \sin^2 \theta_e + L_q \cos^2 \theta_e & (L_d - L_q) \sin \theta_e \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{a4-61}$$

非突極機の場合には、 $L_d = L_q$ だから以下のように簡単になる。

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_s + p L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \tag{a4-62}$$

○ 瞬時トルク

瞬時トルクは、以下の式で求まる。証明は付録 6 で行う。どの座標系でも同じ形式になるのは面白い。

$$\begin{aligned}
\tau_e &= \frac{P}{2} \text{Im}(\dot{\psi}_s^* i_s) \\
&= \frac{P}{2} (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (\text{静止座標系}) \\
&= \frac{P}{2} \text{Im}((\dot{\psi}_{\gamma\delta} e^{j\theta})^* i_s e^{j\theta}) \\
&= \frac{P}{2} \text{Im}(\dot{\psi}_{\gamma\delta}^* i_{\gamma\delta})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P}{2}(\psi_\gamma i_\delta - \psi_\delta i_\gamma) \quad (\text{任意回転座標系}) \\
&= \frac{P}{2} \text{Im}(\psi_{dq}^* \dot{i}_{dq}) \\
&= \frac{P}{2}(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \\
&= \frac{P}{2}(\psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \quad (d-q \text{ 座標系}) \tag{a4-63}
\end{aligned}$$

○ 拡張誘起電圧形式

名古屋大学で提案されたモデルである⁽³³⁾。特に $\gamma-\delta$ 座標系はエンコーダレス制御において使用される。

○ $d-q$ 座標系

Park の式より

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_q & R_s + pL_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_{ex} \end{bmatrix} \tag{a4-64}
\end{aligned}$$

$$\text{ここで, } E_{ex} = \omega_r [(L_d - L_q)i_d + \psi] - (L_d - L_q) p i_q \tag{a4-65}$$

E_{ex} は**拡張誘起電圧**(extended e.m.f.)と呼ばれる。

空間ベクトル表示すると,

$$\dot{v}_{dq} = R_s \dot{i}_{dq} + pL_d \dot{i}_{dq} + j\omega_r L_q \dot{i}_{dq} + jE_{ex} \tag{a4-66}$$

○ $\gamma-\delta$ 座標系

$d-q$ 座標系を $\gamma-\delta$ 座標系に変換する。

$$\dot{f}_{dq} = e^{j\theta_e} \dot{f}_{\gamma\delta} \tag{a4-67}$$

を用い, $p\theta_e = \omega - \omega_r$ であるから

$$e^{j\theta_e} \dot{v}_{\gamma\delta} = R_s e^{j\theta_e} \dot{i}_{\gamma\delta} + L_d p(e^{j\theta_e} \dot{i}_{\gamma\delta}) + j\omega_r L_q e^{j\theta_e} \dot{i}_{\gamma\delta} + jE_{ex}$$

$$\therefore \dot{v}_{\gamma\delta} = R_s \dot{i}_{\gamma\delta} + L_d p \dot{i}_{\gamma\delta} + j(\omega - \omega_r)L_d \dot{i}_{\gamma\delta} + j\omega_r L_q \dot{i}_{\gamma\delta} + j e^{-j\theta_e} E_{ex} \tag{a4-68}$$

行列表示すると

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_q & R_s + pL_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + (\omega - \omega_r)L_d \begin{bmatrix} -i_\delta \\ i_\gamma \end{bmatrix} + E_{ex} \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{a4-69})$$

γ - δ 座標系のモデルの中に、 d - q 座標系で表された E_{ex} が含まれているが、エンコーダレス制御を考える場合には(a4-60)などに比べて利用しやすい。

○ α - β 座標系

静止座標系では γ - δ 座標系の $\theta = 0$, $\theta_e = -\theta_r$ で、 $\omega = 0$, $p\theta_e = -\omega_r$ であることから、

$$\dot{v}_{\alpha\beta} = R_s \dot{i}_{\alpha\beta} + L_d p \dot{i}_{\alpha\beta} - j\omega_r L_d \dot{i}_{\alpha\beta} + j\omega_r L_q \dot{i}_{\alpha\beta} + j e^{j\theta_r} E_{ex}$$

行列表示すると

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_q & R_s + pL_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \omega_r L_d \begin{bmatrix} i_\beta \\ -i_\alpha \end{bmatrix} + E_{ex} \begin{bmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{a4-70})$$

○ 永久磁石磁束ベクトル形式

γ - δ 座標系で、(a4-57), (a4-59)より

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 - L_2 \cos 2\theta_e & L_2 \sin 2\theta_e \\ L_2 \sin 2\theta_e & L_1 + L_2 \cos 2\theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} \\ &\quad + \psi \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 - L_2 \cos 2\theta_e & L_2 \sin 2\theta_e \\ L_2 \sin 2\theta_e & L_1 + L_2 \cos 2\theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \\ &\quad + \psi \begin{bmatrix} (\omega_r - \omega) \sin \theta_e + \omega \sin \theta_e \\ \omega \cos \theta_e + (\omega_r - \omega) \cos \theta_e \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \left(L_1 \mathbf{I} - L_2 \begin{bmatrix} \cos 2\theta_e & -\sin 2\theta_e \\ -\sin 2\theta_e & -\cos 2\theta_e \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \\ &\quad + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} \cos 2\theta_e & -\sin 2\theta_e \\ -\sin 2\theta_e & -\cos 2\theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & -\cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e \\ \sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{a4-71})$$

であるから⁽³⁷⁾,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_e & L_1 \sin \theta_e \\ -L_1 \sin \theta_e & L_1 \cos \theta_e \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} -L_2 \cos \theta_e & L_2 \sin \theta_e \\ L_2 \sin \theta_e & L_2 \cos \theta_e \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d \cos \theta_e & L_q \sin \theta_e \\ -L_d \sin \theta_e & L_q \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{a4-72})$$

○ 鎖交磁束形式

γ - δ 座標系で, (a4-72)で, インダクタンスの基準を L_d にとって

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d \cos \theta_e & L_d \sin \theta_e \\ -L_d \sin \theta_e & L_d \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -(L_d - L_q) \sin \theta_e \\ 0 & -(L_d - L_q) \cos \theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \\ &= R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} L_d \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} (L_d - L_q) \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} i_q + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{a4-73})$$

インダクタンスの基準を L_q にとると⁽³⁷⁾,

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} L_q \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} (L_d - L_q) \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \end{bmatrix} i_d + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{a4-74})$$

○ 行列表現

γ - δ 軸での表現は(a4-57), (a4-59)より

$$\mathbf{v}_{\gamma\delta} = R_s \mathbf{i}_{\gamma\delta} + (p\mathbf{I} + \omega\mathbf{J})\boldsymbol{\psi}_{\gamma\delta} \quad (\text{a4-75})$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} \psi_\gamma \\ \psi_\delta \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\gamma\delta} = \boldsymbol{\psi}_i + \boldsymbol{\psi}_m$$

$$= [L_1\mathbf{I} - L_2\mathbf{Q}(\theta_e)]\mathbf{i}_{\gamma\delta} + \psi\mathbf{u}(\theta_e) \quad (\text{a4-76})$$

$$\mathbf{Q}(\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos 2\theta_e & -\sin 2\theta_e \\ -\sin 2\theta_e & -\cos 2\theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{鏡行列})^{(49)}$$

$$\mathbf{u}(\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ -\sin \theta_e \end{bmatrix}$$

ψ の項だけ計算すると,

$$\mathbf{v}_{\gamma\delta} = R_s \mathbf{i}_{\gamma\delta} + (p\mathbf{I} + \omega\mathbf{J})[L_1\mathbf{I} - L_2\mathbf{Q}(\theta_e)]\mathbf{i}_{\gamma\delta} + \omega_r \psi \begin{bmatrix} \sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{a4-77})$$

$$\boldsymbol{\psi}_i = [L_1\mathbf{I} - L_2\mathbf{Q}(\theta_e)]\mathbf{i}_{\gamma\delta} \quad : \text{電流による固定子鎖交磁束} \quad (\text{a4-78})$$

$$\boldsymbol{\Phi}_a = L_1 \mathbf{i}_{\gamma\delta} \quad : \text{同相磁束} \quad (\text{a4-79})$$

$$\boldsymbol{\Phi}_b = L_2 \mathbf{Q}(\theta_e) \mathbf{i}_{\gamma\delta} \quad : \text{鏡相磁束} \quad (\text{a4-80})$$

$$\boldsymbol{\psi}_i = \boldsymbol{\Phi}_a - \boldsymbol{\Phi}_b$$

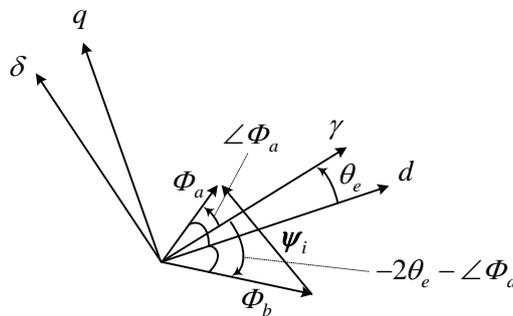


図 a4-4 鏡相磁束

d 軸は、 $\boldsymbol{\Phi}_a$ と $\boldsymbol{\Phi}_b$ の 2 等分線に一致する。注目すべきは、静止座標系からみると $\boldsymbol{\Phi}_a$ と $\boldsymbol{\Phi}_b$ は同じ様に回転するという事。

証明)
$$\begin{bmatrix} \gamma' \\ \delta' \end{bmatrix} = Q(\theta_e) \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta_e & -\sin 2\theta_e \\ -\sin 2\theta_e & -\cos 2\theta_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} \quad \text{とする。}$$

$$\begin{aligned} \gamma' + j\delta' &= \gamma \cos 2\theta_e - \delta \sin 2\theta_e - j\gamma \sin 2\theta_e - j\delta \cos 2\theta_e \\ &= (\gamma - j\delta)(\cos 2\theta_e - j \sin 2\theta_e) \\ &= \{(\gamma + j\delta)(\cos 2\theta_e + j \sin 2\theta_e)\}^* \\ \therefore \angle(\gamma' + j\delta') &= -2\theta_e - \angle(\gamma + j\delta) \end{aligned}$$

発生トルク
$$\tau_e = \frac{P}{2}(\psi_\gamma i_\delta - \psi_\delta i_\gamma) = \frac{P}{2} \mathbf{i}_{\gamma\delta}^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_{\gamma\delta} \quad (\text{a4-81})$$

○ 静止座標系（拡張磁束）

(a4-24), (a4-43)より

$$\begin{aligned} \dot{v}_s &= R_s \dot{i}_s + p \dot{\psi}_s \\ \dot{\psi}_s &= L_1 \dot{i}_s - L_2 e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq}^* + \dot{\psi} e^{j\theta_r} \\ &= (L_1 (i_d + j i_q) - L_2 (i_d - j i_q) + \dot{\psi}) e^{j\theta_r} \\ &= (L_d i_d + j L_q i_q + \dot{\psi}) e^{j\theta_r} \\ &= (L_d i_d - L_q i_d + L_q i_d + \dot{\psi} + j L_q i_q) e^{j\theta_r} \\ &= ((L_d - L_q) i_d + L_q (i_d + j i_q) + \dot{\psi}) e^{j\theta_r} \\ &= L_q \dot{i}_s + ((L_d - L_q) i_d + \dot{\psi}) e^{j\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{a4-82})$$

故に,

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = (R_s + L_q p) \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{a4-83})$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ((L_d - L_q) i_d + \dot{\psi}) \cos \theta_r \\ ((L_d - L_q) i_d + \dot{\psi}) \sin \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{a4-84})$$

$\varphi_{s\alpha}$, $\varphi_{s\beta}$ は**拡張磁束**と呼ばれている。鎖交磁束を推定してセンサレスベクトル制御に用いている⁽⁵⁴⁾。

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = (R_s + L_d p) \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \varphi_{s\alpha} \\ \varphi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{a4-85})$$

とするモデルもある。

○ 固定子磁束に同期した座標系

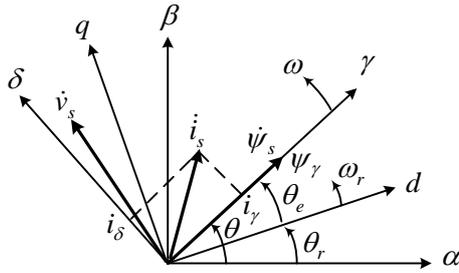


図 a4-5 固定子磁束

(a4-24)より

$$\dot{v}_s = R_s i_s + p \psi_s \quad (\text{a4-86})$$

ψ_s に同期した $\gamma - \delta$ 座標系は, (a4-59)で $\psi_\delta = 0$ とおいて

$$\begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ \omega \end{bmatrix} \psi_\gamma \quad (\text{a4-87})$$

となる。トルクは(a4-63)より

$$\tau_e = \frac{P}{2} \psi_\gamma i_\delta \quad (\text{a4-88})$$

である。

ψ_s を電圧から演算すると θ が求まるので, i_γ, i_δ が計算できる。Direct torque control (DTC)で弱め磁束制御(flux-weakening control)を考えると用いられている。高速運転で固定子抵抗が無視できるとき, 定常状態で θ_e が負荷角 δ に一致する。