

## 付録5 同期機の特性解析

永久磁石型同期電動機にいきなり交流電圧を加えても始動しないので、磁極位置を検出または推定しインバータで周波数を徐々に上げていくとか**ダンパー巻線**付きの構造にして誘導電動機として始動するなどが必要となる。しかし、ここでは始動のことは考えないで、定常状態の運転やその状態からの負荷変動を解析する。単に交流電圧を加えるだけであるから、単純な**V/f一定制御**とする。なお、**ダンパー巻線**があると過渡特性が違ってくるが、ここではダンパー巻線も考えない。図 a5-1 に解析する V/f 一定制御システムを示す。このシステムは誘導電動機の V/f 一定制御システムと違って実際にはほとんど使われていない(安定化のため電流フィードバックなどが必要である)。しかし、同期機の基本的な特性を考える上で重要である。図 a5-1 でインバータの電圧制御は理想的で、次式で与える。

$$\begin{aligned}
 v_a &= v_a^* = -\sqrt{2} V \sin \theta = \sqrt{2} V \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \\
 v_b &= v_b^* = -\sqrt{2} V \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) = \sqrt{2} V \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi\right) \\
 v_c &= v_c^* = -\sqrt{2} V \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = \sqrt{2} V \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}\pi\right)
 \end{aligned} \tag{a5-1}$$

ここで、振幅と位相は次式で求められる。

$$V = k f, \quad \theta = \int_0^t \omega(t) dt = 2\pi \int_0^t f(t) dt \tag{a5-2}$$

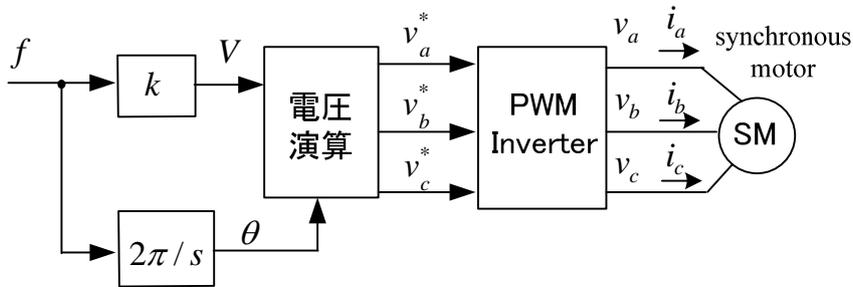


図 a5-1 同期電動機の V/f 一定制御システム

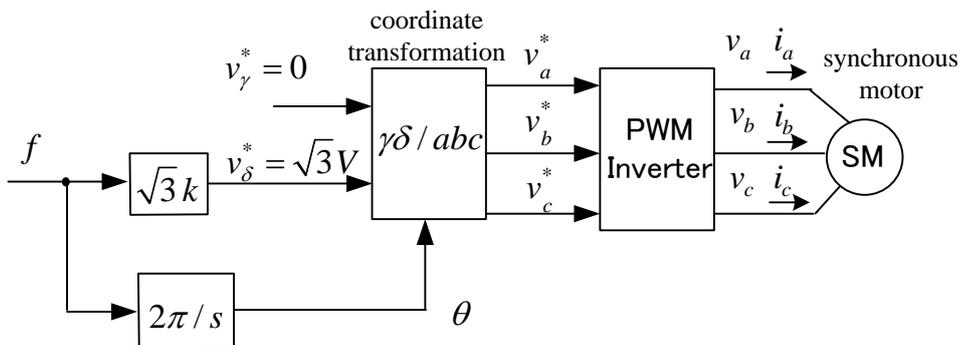


図 a5-2 座標変換器を用いた図 a5-1 と等価な V/f 一定制御システム

図 a5-2 は電圧指令を次式で与える。

$$v_\gamma^* = 0, v_\delta^* = \sqrt{3}V \quad (\text{a5-3})$$

また座標変換器は次式で演算する。

$$\begin{bmatrix} v_a^* \\ v_b^* \\ v_c^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\gamma^* \\ v_\delta^* \end{bmatrix} \quad (\text{a5-4})$$

このとき、図 a5-2 は図 a5-1 と全く等価な V/f一定制御システムであることがわかる。

同期機の解析モデルは図 a5-3 に示す磁極位置、巻線軸、 $\alpha-\beta$  軸（静止）、 $d-q$  軸（磁極上）、 $\gamma-\delta$  軸（任意回転）を使って導いた。図 a5-3 の磁極位置のとき、電動機として運転している場合は、相電圧の空間ベクトルは図 a5-3 の  $q$  軸より少し進んだ向きであることが判っている（後で明らかとする）。つまり、磁極位置（機械的角度）と相電圧（電気的角度）は関係があって、両者を自由に選ぶことはできない。同期機の本質である。このため図 a5-3 のように  $\gamma-\delta$  軸及び  $\theta$  を定義し、相電圧の空間ベクトルが  $\delta$  軸の向きにあるなら、マイナスがついて不自然に感じるが(a5-1)のように相電圧を定義する必要があった。

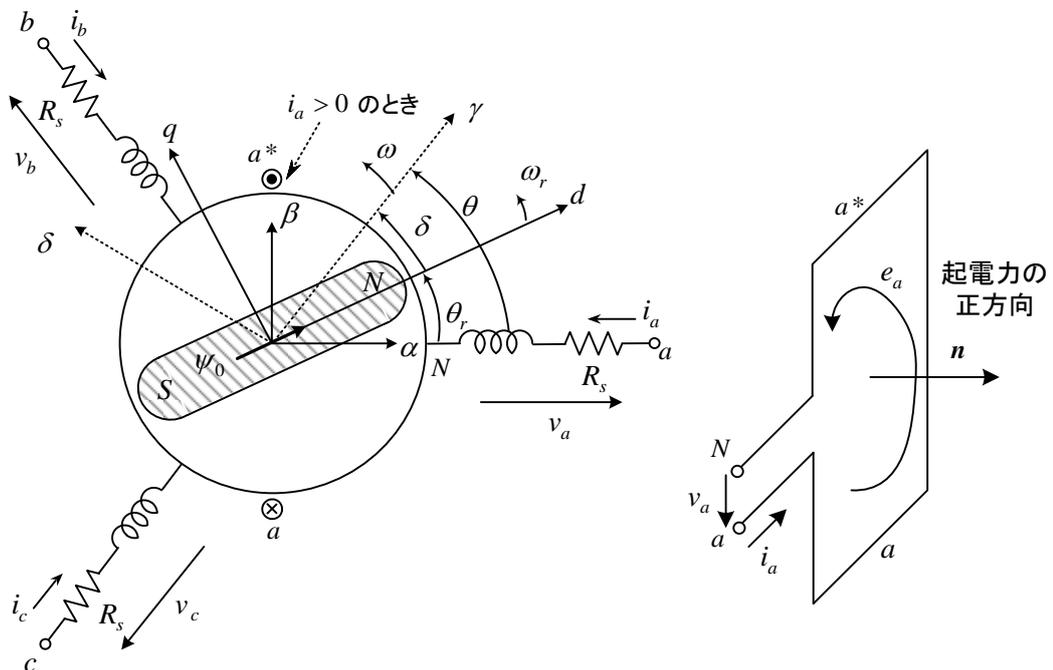


図 a5-3 同期機の解析モデルと軸の定義

## ○ 非突極機の解析

システムの記述

同期機が SPMSM (表面磁石同期電動機) の非突極機である場合を考える。図 a5-1 及び図 a5-2 の解析を行う場合、まず SPMSM をどんな座標系で解析するかを考えなくてはならない。磁極位置  $\theta_r$  に同期した  $d-q$  座標系よりも、電圧の位相  $\theta$  に同期した  $\gamma-\delta$  座標系の方が電圧がすぐに直流に変換できて便利そうである。しかも非突極機のモデルは  $\gamma-\delta$  座標系でも簡単である。 $\gamma-\delta$  座標系で直接解析することに問題はないが、ここでは後に述べる突極機の解析と同じ解析が行えるように、 $d-q$  座標系と  $\gamma-\delta$  座標系の**座標変換式**と  $d-q$  **座標系のモデル**を併用して解析しよう (これは間接的に  $\gamma-\delta$  座標系のモデルで解析することになる)。突極性があると直接  $\gamma-\delta$  座標系のモデルを使うのは複雑だからである。

2 軸理論で、 $d-q$  座標系での同期機の Park の式は(a4-37)より

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_1 & -\omega_r L_1 \\ \omega_r L_1 & R_s + pL_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \quad (\text{a5-5})$$

である。また、発生トルクは(a4-63)より

$$\tau_e = \frac{P}{2} \psi i_q \quad (\text{a5-6})$$

運動方程式は

$$\frac{2}{P} J p \omega_r = \tau_e - T_L \quad (\text{a5-7})$$

ここで、 $T_L$  : 負荷トルク

図 a5-3 より次式が得られる。角度及び角速度は全て電気角である。

$$p\theta = \omega \quad (\text{電源電圧の角周波数}) \quad (\text{a5-8})$$

$$p\theta_r = \omega_r \quad (\text{回転角速度}) \quad (\text{a5-9})$$

$$\delta = \theta - \theta_r \quad (\text{a5-10})$$

$$p\delta = \omega - \omega_r \quad (\text{a5-11})$$

$d-q$  座標量と  $\gamma-\delta$  座標量の関係式は(a4-52)より

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\gamma \\ f_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a5-12})$$

ここで、 $f$  は電圧、電流、鎖交磁束を意味する。 $\theta_e = \delta$  と置き換えたのは、これが**負荷角**(load angle)と呼ばれ、一般の教科書で広く使われている記号だからである。

ところで、 $\gamma-\delta$  電圧と 3 相電圧の変換は(a4-55)より次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a5-13})$$

電圧制御が理想的で、次式が成り立つと仮定する。

$$v_a^* = v_a, v_b^* = v_b, v_c^* = v_c \quad (\text{a5-14})$$

このとき、(a5-4), (a5-13)より、次式が成り立つ。

$$v_\gamma^* = v_\gamma, v_\delta^* = v_\delta \quad (\text{a5-15})$$

従って、(a5-3)より次式を得る。

$$v_\gamma = 0, v_\delta = \sqrt{3}V \quad (\text{a5-16})$$

(a5-12), (a5-16)より、次式が成り立つ。

$$v_d = -\sqrt{3}V \sin \delta \quad (\text{a5-17})$$

$$v_q = \sqrt{3}V \cos \delta \quad (\text{a5-18})$$

以上の式により**定常状態及び過渡状態の解析**を行うことができる。このとき、任意に与えられる入力は、電源角周波数  $\omega (= 2\pi f)$  , 電源電圧実効値  $V(= kf)$  , 負荷トルク  $T_L$  (外乱入力) である。

#### 定常解析

電源角周波数  $\omega (= 2\pi f)$  , 電源電圧実効値  $V(= kf)$  , 負荷トルク  $T_L$  (外乱入力) が一定の場合、時間が十分経過した定常状態を解析する。 $\delta = \text{一定}$ なら、(a5-11)より  $\omega = \omega_r$  が成立し、(a5-17), (a5-18)より入力電圧が直流電圧なので(a5-5)で  $p = 0$  とおいて電流が求まり、(a5-6)より発生トルクが一定となるから速度脈動を生じることはなく、矛盾がない。すなわち、定常解として考えられる。なお、 $\delta$  は発生トルクと負荷トルクが一致するように決まる。

以上により、定常状態では(a5-5), (a5-7), (a5-11)で**微分演算子**  $p = 0$  とおくことができる。しかし、回転しているのだから(a5-8), (a5-9)では  $p = 0$  とおけない。(a5-7), (a5-11)より次式が成り立つ。

$$\omega = \omega_r \quad (\text{a5-19})$$

$$\tau_e = T_L \quad (\text{a5-20})$$

(a5-5)より、(a5-17), (a5-18), (a5-19)を考慮して

$$v_d = -\sqrt{3}V \sin \delta = R_s i_d - \omega L_1 i_q \quad (\text{a5-21})$$

$$v_q = \sqrt{3}V \cos \delta = R_s i_q + \omega L_1 i_d + \omega \psi \quad (\text{a5-22})$$

(a5-21), (a5-22)より

$$i_d = \frac{-\sqrt{3}V R_s \sin \delta + \omega L_1 (\sqrt{3}V \cos \delta - \omega \psi)}{R_s^2 + \omega^2 L_1^2} \quad (\text{a5-23})$$

$$i_q = \frac{R_s(\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi) + \sqrt{3}V\omega L_1 \sin \delta}{R_s^2 + \omega^2 L_1^2} \quad (\text{a5-24})$$

$R_s$  を無視すると

$$i_d = \frac{\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi}{\omega L_1} \quad (\text{a5-25})$$

$$i_q = \frac{\sqrt{3}V \sin \delta}{\omega L_1} \quad (\text{a5-26})$$

トルクは

$$\tau_e = \frac{P}{2} \psi i_q = \frac{P}{2} \psi \frac{R_s(\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi) + \sqrt{3}V\omega L_1 \sin \delta}{R_s^2 + \omega^2 L_1^2} \quad (\text{a5-27})$$

$R_s$  を無視すると

$$\tau_e = \frac{P}{2} \frac{\sqrt{3}V\psi \sin \delta}{\omega L_1} \quad (\text{a5-28})$$

**負荷角**  $\delta$  は負荷トルク  $T_L$  によって決まる。 $R_s$  を無視の場合、 $\delta > 0$  のときトルクは正なので電動機運転状態、 $\delta < 0$  のときトルクは負だから発電機運転状態を意味する。安定に運転できる領域は  $-\pi/2 < \delta < \pi/2$  の範囲とされている。

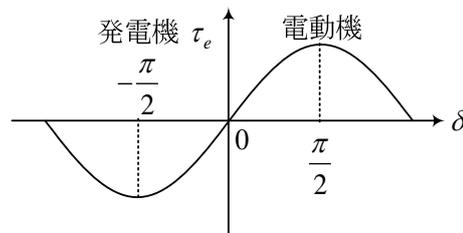


図 a5-4 負荷角とトルクの関係（非突極機，定常状態，一次抵抗無視）

相電圧の実効値  $V$  や相電流の実効値  $I$  については，以下の関係がある。

$$V = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \quad (\text{a5-29})$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (\text{a5-30})$$

#### 過渡空間ベクトル図

物理的な考察をする場合には，ベクトル図は有用な道具である。ここでは，過渡状態でも使える空間ベクトル図を導出しよう。

非突極機の場合には、2軸理論で、 $L_2 = 0$ である。よって、鎖交磁束の空間ベクトルは(a4-30) , (a4-33)より

$$\dot{\psi}_s = L_1 \dot{i}_s + \psi e^{j\theta_r} = L_1 e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq} + \psi e^{j\theta_r} \quad (\text{a5-31})$$

となる。(a4-24)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{v}_s &= R_s \dot{i}_s + L_1 p \dot{i}_s + j\omega_r \psi e^{j\theta_r} \\ &= R_s \dot{i}_s + L_1 p \dot{i}_s + \dot{e}_0' \end{aligned} \quad (\text{a5-32})$$

ここで**逆起電力**の空間ベクトル $\dot{e}_0'$ は、次式で表される。

$$\dot{e}_0' = -\dot{e}_0 = j\omega_r \psi e^{j\theta_r} \quad (\text{a5-33})$$

$\dot{e}_0$ は**起電力**の空間ベクトルである。

以上により、空間ベクトルを変数とした図 a5-5 の過渡等価回路が得られる。

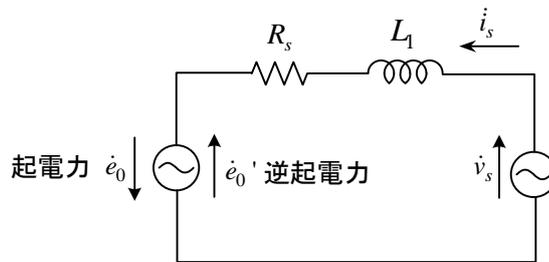


図 a5-5 過渡等価回路 (非突極機)

(a5-16)より、端子電圧は $\delta$ 軸成分しかないので

$$\dot{v}_s(t) = \sqrt{3} V e^{j(\theta_r + \delta + \frac{\pi}{2})} = \sqrt{3} V e^{j(\theta + \frac{\pi}{2})} \quad \text{ここで、} \theta = \theta_r + \delta \quad (\text{a5-34})$$

となる ((a5-1)からも導出できる)。

$d$ - $q$  軸電流を用いると(a5-31)より

$$\begin{aligned} \dot{v}_s &= R_s \dot{i}_s + L_1 p (e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq}) + j\omega_r \psi e^{j\theta_r} \\ &= R_s \dot{i}_s + j\omega_r L_1 e^{j\theta_r} \dot{i}_{dq} + L_1 e^{j\theta_r} p(\dot{i}_{dq}) + j\omega_r \psi e^{j\theta_r} \\ &= R_s \dot{i}_s + (-\omega_r L_1 i_q + L_1 (p i_d)) e^{j\theta_r} + (\omega_r L_1 i_d + L_1 (p i_q)) j e^{j\theta_r} + j\omega_r \psi e^{j\theta_r} \end{aligned} \quad (\text{a5-35})$$

以上により、図 a5-6 の空間ベクトル図が得られる。これは過渡状態でも成り立つ。実際の起電力の最大位置と向きはフレミングの右手の法則でも求まり物理的に理解が容易である (巻線は相対的に磁極と反対方向に動くと考え)。逆起電力 $e_0'$ については、 $\odot$ 印の方向の電流を妨

げるような向きにその位置の巻線内に最大値が発生していると解釈できる。端子電圧については、 $\odot$ 印の方向に電流を流そうとする向きに図の巻線位置に最も高い電圧が外部から加えられている。従ってこれらは打ち消しあう。

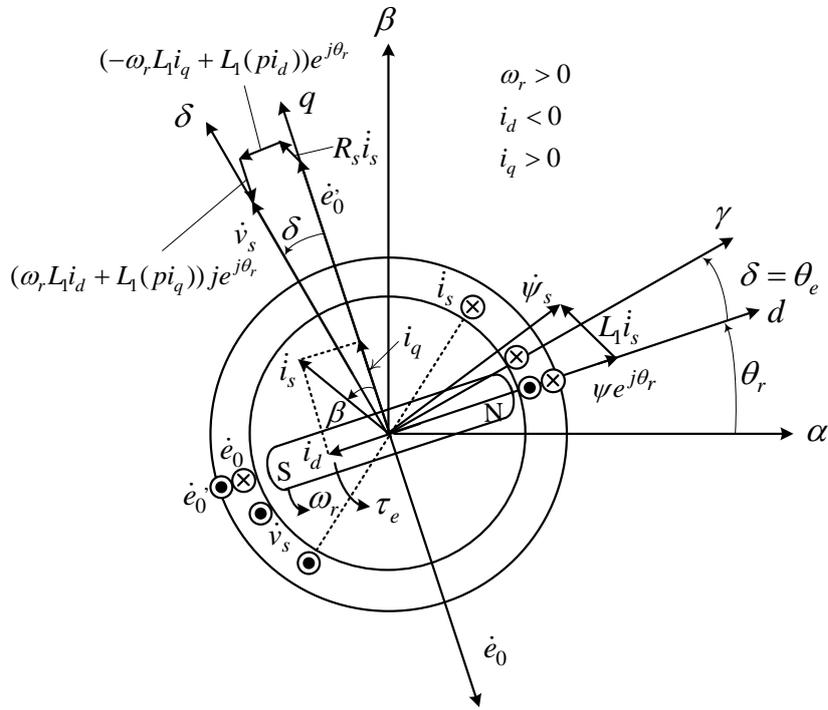


図 a5-6 過渡状態の空間ベクトル図 (非突極機, 電動機動作)

発生トルクについては、過渡状態を含め、(a5-6)より計算でき、**電流進み角  $\beta$** を用いて以下のようにも表現できる。

$$\tau_e = \frac{P}{2} \psi i_q = \frac{P}{2} \psi |i_s| \cos \beta \quad (\text{a5-36})$$

磁石の作る磁束の向き (S 極に入る向き) と  $i_s$  の向き  $\odot$  に、フレミングの左手の法則を適用すると、力はトルク  $\tau_e$  と逆向きとなるが、その反作用で磁極には図の向きにトルクが発生する。

**同期発電機**の場合の過渡状態の空間ベクトル図を図 a5-7 に示す。本稿では、電圧、電流、起電力の定義は変更しないで、空間ベクトル図を書いた。図 a5-6 と図 a5-7 を比べるとき、その方が統一的に議論でき便利である。図 a5-7 ではトルクが回転と逆方向になる。文献(7)では、電流や起電力の向きは変えないで発電機の場合に端子電圧の向きを逆にして ( $V'$ , ここでは  $-\dot{v}_s$ ) フェーザ図を書いていたが、円線図では、電動機の場合のフェーザ図だけで発電機も論じている。図 a5-7 で、起電力  $\dot{e}_0$  と電流  $\dot{i}_s$  の位相差の絶対値が  $\pi/2$  より小さい、あるいは、 $\pi/2 < \beta$  で  $q$  軸電流が負の場合発電機動作になる。 $R_s$  を無視して考えると、 $\delta < 0$  の場合発電機とも言える。



$$\begin{aligned}
v_a &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} + \frac{\pi}{2}) \\
v_b &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2}) \\
v_c &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} + \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2})
\end{aligned} \tag{a5-41}$$

このように  $t=0$  での磁極位置と電圧の初期位相には関連があり、両者を独立に選ぶことはできない。

(a5-38)より、電流のフェーザ  $\dot{I}$  は

$$\dot{I} = j \frac{V e^{j\delta} - (\omega\psi / \sqrt{3})}{R_s + j\omega L_1} e^{j\theta_{r0}} \tag{a5-42}$$

となる。電流の実効値  $I$  は

$$I = \frac{|\dot{i}_s|}{\sqrt{3}} = |\dot{I}| = \frac{|V e^{j\delta} - (\omega\psi / \sqrt{3})|}{\sqrt{R_s^2 + (\omega L_1)^2}} = \frac{\sqrt{(V \cos \delta - (\omega\psi / \sqrt{3}))^2 + (V \sin \delta)^2}}{\sqrt{R_s^2 + (\omega L_1)^2}} \tag{a5-43}$$

これは(a5-30)に一致する。

$\theta_{r0} = \pi/6$ として、図 a5-8 に時間  $t=0$  での磁極位置、逆起電力の空間ベクトル、そのときの逆起電力の瞬時値を示す。S 極のところに  $b^*$  があり、これが  $\odot$  であることは  $b$  相巻線の逆起電力が最大（起電力最小）となっていることを意味する。このように回転すると S 極のところの巻線の逆起電力が次々と最大になっていく。 $\odot$  の方向はフレミングの右手の法則より求めた起電力を逆にすればよい。このように磁極位置と巻線の電圧や電流の関係がイメージできる。図中の式は(a5-33), (a5-40), (a4-20), (a4-22)より得られる。

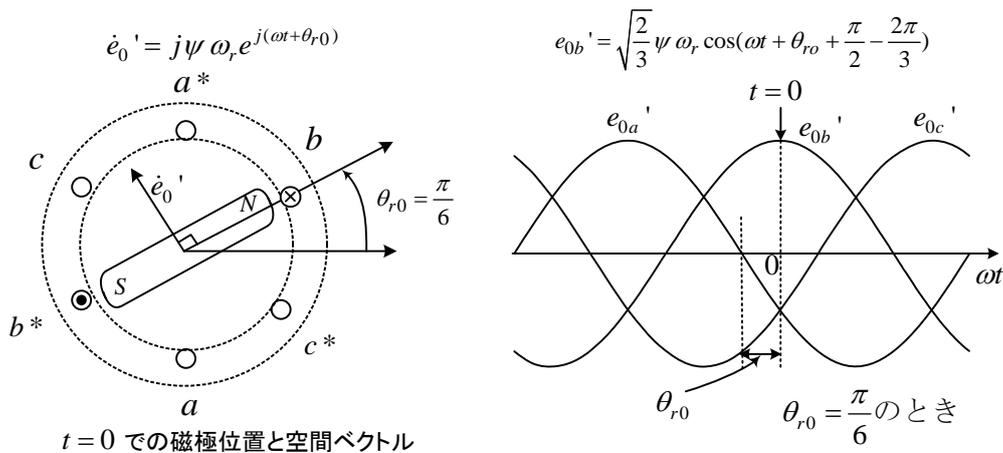


図 a5-8 定常状態の空間ベクトルと瞬時値の関係

## ○ 突極機の解析

### システムの記述

同期機が IPMSM (埋込磁石同期電動機) の突極機である場合を考える。図 a5-1, 図 a5-2 の解析を行う場合, まず IPMSM をどんな座標系で解析するかを考えなくてはならない。磁極位置  $\theta_r$  に同期した  $d-q$  座標系よりも, 電圧の位相  $\theta$  に同期した  $\gamma-\delta$  座標系 (図 a5-3) の方が電圧がすぐに変換できて便利そうである。しかし, 突極性があると  $\gamma-\delta$  座標系のモデルは複雑である。そこで,  $d-q$  座標系と  $\gamma-\delta$  座標系の**座標変換式**と  $d-q$  **座標系のモデル**を併用して使うことで, できるだけ簡単に解析しよう。

2 軸理論で,  $d-q$  座標系での同期機の式は(a4-37)より

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_d & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \quad (\text{a5-44})$$

である。また, 発生トルクは(a4-63)より

$$\tau_e = \frac{P}{2} (\psi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad (\text{a5-45})$$

運動方程式は

$$\frac{2}{P} J p \omega_r = \tau_e - T_L \quad (\text{a5-46})$$

ここで,  $T_L$  : 負荷トルク

図 a5-3 より

$$p\theta = \omega \quad (\text{a5-47})$$

$$p\theta_r = \omega_r \quad (\text{a5-48})$$

$$\delta = \theta - \theta_r \quad (\text{a5-49})$$

$$p\delta = \omega - \omega_r \quad (\text{a5-50})$$

$d-q$  座標量と  $\gamma-\delta$  座標量の関係式は(a4-52)より

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\gamma \\ f_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a5-51})$$

ここで,  $f$  は電圧, 電流, 鎖交磁束を意味する。

ところで,  $\gamma-\delta$  電圧と 3 相電圧の変換は(a4-55)次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} \quad (\text{a5-52})$$

電圧制御が理想的で、次式が成り立つと仮定する。

$$v_a^* = v_a, \quad v_b^* = v_b, \quad v_c^* = v_c \quad (\text{a5-53})$$

このとき、(a5-4), (a5-52)より、次式が成り立つ。

$$v_\gamma^* = v_\gamma, \quad v_\delta^* = v_\delta \quad (\text{a5-54})$$

従って、(a5-3)より次式となる。

$$v_\gamma = 0, \quad v_\delta = \sqrt{3}V \quad (\text{a5-55})$$

(a5-51), (a5-55)より、次式が成り立つ。

$$v_d = -\sqrt{3}V \sin \delta \quad (\text{a5-56})$$

$$v_q = \sqrt{3}V \cos \delta \quad (\text{a5-57})$$

(a5-44)～(a5-50), 及び(a5-56), (a5-57)により、図 a5-1 及び図 a5-2 の定常状態及び過渡状態が解析できる。このとき、任意に与えられる入力は、 $\omega (= 2\pi f)$ ,  $V (= kf)$ ,  $T_L$  である。

### 定常解析

定常状態で、 $\delta = \text{一定}$ なら、(a5-50)より  $\omega = \omega_r$  が成立し、(a5-44)で入力が直流電圧なので  $p = 0$  とおいて電流が求まり、(a5-45)より発生トルクが一定となるから速度脈動を生じることではなく、矛盾がない。すなわち、定常解として考えられる。なお、 $\delta$  は発生トルクと負荷トルクが一致するように決まる。

以上により、定常状態では(a5-44), (a5-46), (a5-50)で微分演算子を  $p = 0$  とおくことができる。静止座標系では(a4-32)のように、複雑な式となる。

(a5-46), (a5-50)より次式が成り立つ。

$$\omega = \omega_r \quad (\text{a5-58})$$

$$\tau_e = T_L \quad (\text{a5-59})$$

(a5-44)より、(a5-56), (a5-57)を考慮して

$$v_d = -\sqrt{3}V \sin \delta = R_s i_d - \omega L_q i_q \quad (\text{a5-60})$$

$$v_q = \sqrt{3}V \cos \delta = \omega L_d i_d + R_s i_q + \omega \psi \quad (\text{a5-61})$$

(a5-60), (a5-61)より

$$i_d = \frac{-\sqrt{3}VR_s \sin \delta + \omega L_q(\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi)}{R_s^2 + \omega^2 L_d L_q} \quad (\text{a5-62})$$

$$i_q = \frac{R_s(\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi) + \sqrt{3}V \omega L_d \sin \delta}{R_s^2 + \omega^2 L_d L_q} \quad (\text{a5-63})$$

$R_s$  を無視すると

$$i_d = \frac{\sqrt{3}V \cos \delta - \omega\psi}{\omega L_d} \quad (\text{a5-64})$$

$$i_q = \frac{\sqrt{3}V \sin \delta}{\omega L_q} \quad (\text{a5-65})$$

トルクは  $\tau_e = \frac{P}{2}(\psi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q)$  であるが

**マグネットトルク** ( $R_s$  を無視) は逆起電力 (相電圧) の実効値  $E_0$  ( (a5-33)より) を用い

$$\tau_m = \frac{P}{2}\psi i_q = \frac{P}{2} \frac{\sqrt{3}V\psi \sin \delta}{\omega L_q} = \frac{3P}{2\omega} \frac{VE_0 \sin \delta}{\omega L_q} \quad \text{where, } E_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \omega\psi \quad (\text{a5-66})$$

**リラクタンストルク** ( $R_s$  を無視) は

$$\tau_r = \frac{P}{2}(L_d - L_q)i_d i_q = \frac{3P}{2\omega} \left( \frac{1}{\omega L_d} - \frac{1}{\omega L_q} \right) VE_0 \sin \delta + \frac{3P}{4\omega} \left( \frac{1}{\omega L_q} - \frac{1}{\omega L_d} \right) V^2 \sin 2\delta \quad (\text{a5-67})$$

(a5-66), (a5-67)より

$$\tau_e = \frac{3P}{2\omega} \frac{1}{\omega L_d} VE_0 \sin \delta + \frac{3P}{4\omega} \left( \frac{1}{\omega L_q} - \frac{1}{\omega L_d} \right) V^2 \sin 2\delta \quad (\text{a5-68})$$

となる。(a5-68)は古くから教科書に書かれている式であり、負荷角を使った式である。(a5-68)右辺第2項をリラクタンストルクと従来呼んでおり、(a5-67)と全く違うので注意する必要がある<sup>(52)</sup>。ただ、トルクは電流と磁束で求まり、しかも(a5-68)が定常状態の抵抗を無視した式であることを考えると、(a5-67)をリラクタンストルクと定義することが妥当だろう。

### 過渡空間ベクトル図

物理的な考察をする場合には、ベクトル図は有用な道具である。ここでは、過渡状態でも使える空間ベクトル図を導出しよう。

まず、過渡状態での空間ベクトル図を導出する。電流の空間ベクトルを  $d$ - $q$  軸に分解して

$$\dot{i}_s = \dot{i}_{dq} e^{j\theta_r} \quad (\text{a5-69})$$

とおく。これを用いて



である。ここで、 $\theta_{r0}$ は $t=0$ での磁極位置である。

(a5-1)に代入して

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} + \frac{\pi}{2}) \\ v_b &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2}) \\ v_c &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \delta + \theta_{r0} + \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (\text{a5-74})$$

となる。

$v_a$ のフェーザ $\dot{V}_a$ を（ここでは、 $\cos$ に対し、フェーザを定義する）

$$\dot{V}_a = V e^{j(\delta + \theta_{r0} + \frac{\pi}{2})} \quad (\text{a5-75})$$

とする。フェーザを用いると定常時の空間ベクトルは

$$\dot{v}_s = \sqrt{3}\dot{V}_a e^{j\omega t} \quad (\text{a5-76})$$

である。

一方、

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (\text{a5-77})$$

であるから、(a5-60), (a5-61)より

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}} ((R_s i_d - \omega L_q i_q) \cos \theta_r - (R_s i_q + \omega L_d i_d + \omega \psi) \sin \theta_r) \quad (\text{a5-78})$$

であるから、(a5-40)よりフェーザ表示して

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \frac{1}{\sqrt{3}} ((R_s i_d - \omega L_q i_q) e^{j\theta_{r0}} + (R_s i_q + \omega L_d i_d + \omega \psi) j e^{j\theta_{r0}}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (R_s (i_d + j i_q) e^{j\theta_{r0}} - \omega L_q i_q e^{j\theta_{r0}} + \omega L_d i_d j e^{j\theta_{r0}} + \omega \psi j e^{j\theta_{r0}}) \\ &= R_s (\dot{I}_d + \dot{I}_q) + j \omega L_q \dot{I}_q + j \omega L_d \dot{I}_d + \dot{E}_0 \end{aligned} \quad (\text{a5-79})$$

となる。ここで、

$$\dot{I}_d \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} i_d e^{j\theta_{r0}}, \dot{I}_q \equiv j \frac{1}{\sqrt{3}} i_q e^{j\theta_{r0}}, \dot{E}_0 \equiv j \frac{1}{\sqrt{3}} \omega \psi e^{j\theta_{r0}} \quad (\text{a5-80})$$

また、(a5-77)より

