

付録8 数学の公式

10^n を表す記号

記号	T	G	M	k	m	μ	n	p
	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	テラ	ギガ	メガ	キロ	ミリ	マイクロ	ナノ	ピコ

ギリシャ文字

頭字	小字	読み方	頭字	小字	読み方
A	α	アルファ	N	ν	ニュー
B	β	ベータ	Ξ	ξ	グサイ
Γ	γ	ガンマ	Π	π	パイ
Δ	δ	デルタ	P	ρ	ロー
E	ε	イプシロン	Σ	σ	シグマ
Z	ζ	ゼータ	T	τ	タウ
H	η	イータ	Φ	ϕ, φ	ファイ
Θ	θ	シータ	X	χ	カイ
K	κ	カッパ	Ψ	ψ	プサイ
Λ	λ	ラムダ	Ω	ω	オメガ
M	μ	ミュー			

三角関数

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$

$\frac{n\pi}{2} \pm \theta$ の三角関数

- 関数の決定
 - n 偶数: そのまま
 - n 奇数: $\cos \rightarrow \sin$, $\sin \rightarrow \cos$

	sin		cos	
II	+	+	-	+
III	-	-	-	+
I				
IV				

・ 符号の決定 θ を第1象限と考えると処理する。

$$\begin{cases} \sin(-\theta) = -\sin \theta \\ \cos(-\theta) = \cos \theta \end{cases}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta, \quad \sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta, \quad \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}, \quad \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}, \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \qquad \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\cos \theta + \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) + \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) = 0$$

$$\sin \theta + \sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) + \sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) = 0$$

$$\cos^2 \theta + \cos^2(\theta - \frac{2}{3}\pi) + \cos^2(\theta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 \theta + \sin^2(\theta - \frac{2}{3}\pi) + \sin^2(\theta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta + \sin(\alpha - \frac{2}{3}\pi) \sin(\beta - \frac{2}{3}\pi) + \sin(\alpha + \frac{2}{3}\pi) \sin(\beta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta + \cos(\alpha - \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta - \frac{2}{3}\pi) + \cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin(\alpha - \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta - \frac{2}{3}\pi) + \sin(\alpha + \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2} \sin(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin(\alpha + \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta - \frac{2}{3}\pi) + \sin(\alpha - \frac{2}{3}\pi) \cos(\beta + \frac{2}{3}\pi) = \frac{3}{2} \sin(\alpha + \beta)$$

$$\sin \alpha \sin \beta + \sin\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \sin\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right) + \sin\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \sin\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{3}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta + \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \cos\left(\beta - \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \cos\left(\beta + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos \theta + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2} e^{j\theta}$$

$$\cos \theta + e^{j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2} e^{-j\theta}$$

$$\sin \theta + e^{j\frac{2}{3}\pi} \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{3}{2} j e^{j\theta}$$

$$\sin \theta + e^{j\frac{2}{3}\pi} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + e^{-j\frac{2}{3}\pi} \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2} j e^{-j\theta}$$

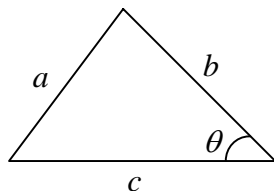
オイラーの式 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

三角関数の合成

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\text{但し、} \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

余弦定理



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(f g)' = f' g + f g', \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' g - f g'}{g^2}$$

$$(\sin ax)' = a \cos ax, \quad (\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

文 献

- (1) A.E. Fitzgerald, C. Kingsley, "Electric Machinery", McGraw-Hill (1961)
- (2) 宮入 庄太：“エネルギー変換工学入門 下”，丸善(1965)
- (3) 天野 寛徳, 常広 譲：“電気機械工学”，電気学会(1968)
- (4) 猪狩 武尚：“電気機械学”，コロナ社(1970)
- (5) 堀井 武夫：“電気機器概論”，コロナ社 (1970)
- (6) 野中 作太郎, 大口 國臣, 岡田 英彦, 小山 純：“電気機器Ⅱ”，森北出版(1971)
- (7) 野中 作太郎：“電気機器Ⅰ”，森北出版(1973)
- (8) 宮入 庄太：“パワーエレクトロニクス”，丸善(1974)
- (9) 猪狩 武尚：“電気機械理論”，コロナ社(1977)
- (10) 古賀 高志：“パワーエレクトロニクスと電動機制御”，東京電機大学出版局(1977)
- (11) 柴田 孝則 他：“パワーエレクトロニクスによる交流電動機の変速駆動”，東京電機大学出版局(1981)
- (12) 見城 尚志, 松井 信行：“モータのマイコン制御”，総合電子出版局(1981)
- (13) 辻 峰男, 山田 英二, 小山 純, 泉 勝弘：“三相誘導機の2軸理論の応用”，長崎大学工学部研究報告, 第14巻, 第22号, pp.51-58 (1984)
- (14) P.K.Kovács: "Transient Phenomena in Electrical Machines", Elsevier (1984)
- (15) 山村 昌監修, 大野 栄一編著：“パワーエレクトロニクス入門”，オーム社(1984)
- (16) 難波江 章 他：“基礎電気機器学”，電気学会 (1984)
- (17) 難波江章, 金東海, 高橋勲, 仲村節男, 山田速敏 “電気機器学”，電気学会 (1985)
- (18) W. Leonhard: "Control of Electrical Drives", Springer-Verlag (1985)
- (19) Paul C. Krause: "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Company(1986)
- (20) 石崎他：“三相永久磁石電動機の同期特性算定法”，電気学会論文誌 B, 106 巻 4 号, pp.347-354, (1986)
- (21) 矢野 昌雄 他：“半導体電力変換回路”，電気学会(1987)
- (22) 猪狩 武尚：“二相理論を基礎とする空間ベクトル法の基礎理論の構成”，電気学会研究会資料, RM-89-63, pp.35-46 (1989)
- (23) 杉本 英彦, 小山 正人, 玉井伸三：“AC サーボシステムの理論と設計の実際”，総合電子出版社(1990)
- (24) Peter Vas: "Vector Control of AC Machines", Oxford Science Publications (1990)
- (25) Peter Vas: "Electrical Machines and Drives – A Space-Vector Theory Approach", Oxford Science Publications (1992)
- (26) C. Schauder: "Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers", IEEE Trans. Industr. Applic., Vol.28, No.5, pp. 1054-1061(1992)
- (27) 大谷 継利 他：“インバータドライブハンドブック”，p.69 日刊工業(1995)
- (28) Y.Murai, Y.Tanizawa, M.Yoshida; "Three-Phase Current-Waveform-Detection on PWM

- Inverters from DC Link Current-Steps”, IPEC-Yokohama, pp.271-275 (1995)
- (29) Peter Vas: “Sensorless Vector and Direct Torque Control”, Oxford Science Publications (1998)
- (30) 電気学会編: “交流電動機可変速駆動の基礎と応用”, コロナ社(1998)
- (31) 矢野 昌雄 他: “パワーエレクトロニクス回路”, オーム社(2000)
- (32) 森安 正司: “実用電気機器学”, 森北出版(2000)
- (33) 市川, 陳, 富田, 道木, 大熊: 「拡張誘起電圧推定による IPMSM の位置・速度センサレス制御」, 電学研資 RM-00-163, pp31-36 (2000)
- (34) M. Tsuji, S. Chen, K. Izumi and E. Yamada, “A Sensorless Vector Control System for Induction Motors using q-axis Flux with Stator Resistance Identification”, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, Vol.48, No.1, pp. 185-194 (2001)
- (35) D. W. Novotny, T. A. Lipo 著 篠原, 飯盛, 山本訳: “ベクトル制御と交流機駆動の動力学”, 電気書院(2001)
- (36) 武田洋次, 松井信行, 森本茂雄, 本田幸夫: “埋込磁石同期モータの設計と制御”, オーム社(2001)
- (37) 電気学会技術報告第 896 号: “可変速制御システムにおける電動機モデルと高性能制御”, 電気学会(2002)
- (38) 森本, 河本, 武田: 「推定位置軸誤差情報を利用した IPMSM の位置・速度センサレス制御」, 電学論 D, 122 巻, No.7, pp722-729 (2002)
- (39) 市川, 陳, 富田, 道木, 大熊: 「拡張誘起電圧モデルに基づく突極型永久磁石同期モータのセンサレス制御」, 電学論 D, 122 巻, No.12, pp1085-1089 (2002)
- (40) 電気学会技術報告第 920 号: “特定用途指向型リラクタンストルク応用電動機の高性能化”, 電気学会(2003)
- (41) 萩野弘司 : ブラシレス DC モータの使い方, オーム社(2003)
- (42) 堀洋一 他: 自動車用モータ技術, 日刊工業新聞社(2003)
- (43) 多田隈 進, 石川 芳博, 常広 譲: “電気機器学基礎論”, 電気学会(2004)
- (44) 河村 篤男: “現代パワーエレクトロニクス”, サイエンス社(2005)
- (45) 電気学会技術報告第 1034 号: “永久磁石電動機、リラクタンスマータの駆動回路技術と制御技術”, 電気学会(2005)
- (46) 井上 亮二, 坂本 守, 神田 淳: “N700 系新幹線車両用主回路システム”, 富士時報 Vol.79, No.2, pp.110-117 (2006)
- (47) 松瀬 貢規: “電動機制御工学”, 電気学会(2007)
- (48) 曾根 悟, 松井 信行, 堀 洋一編集: “モータの事典”, 朝倉書店(2007)
- (49) 新中 新二: “永久磁石同期モータのベクトル制御技術上, 下”, 電波新聞社(2008)
- (50) 大野 榮一 編著: “パワーエレクトロニクス入門 (改訂 4 版)”, オーム社(2009)
- (51) 金 東海: “現代電気機器理論”, 電気学会 (2010)
- (52) 近藤: “突極同期機のトルク式と等価回路”, 電学論 D, 130 巻 2 号, pp.236-242 (2010)

- (53) M. Tsuji, K. Kojima, G. M. C. Mangindaan, D. Akafuji, S. Hamasaki: "Stability Study of a Permanent Magnet Synchronous Motor Sensorless Vector Control System Based on Extended EMF Model", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.1, No. 3, pp.148-154 (2012)
- (54) 松本, 長谷川, 松井: "最大トルク制御に適した磁束モデルの提案とこれに基づく IPMSM の位置センサレス制御", 電学論 D, Vol.132, No.1, pp.67-77(2012)
- (55) 電気学会編: "電気工学ハンドブック (第7版)", オーム社(2013)
- (56) M. Tsuji, G. M. Ch. Mangindaan, Y. Kunizaki, S. Hamasaki: "Simplified Speed-Sensorless Vector Control for Induction Motors and Stability Analysis", IEEJ Journal of Industry Applications, Vol.3, No. 2, pp. 138-145(2014)
- (57) M. Tsuji, S. Hamasaki, A. Del Pizzo: "Physical Space Vectors for Permanent Magnet Synchronous Machine", Proc. of International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), pp.583-588 (2014)