第１章　DC モータ

○　ＤＣモータの原理(Principle of Direct Current Motor)

フレミングの左手の法則は，電流が流れている導体に磁界をかけると，導体に力が働くというものである。一方，**フレミングの右手の法則**は動いている導体に磁界をかけると，導体に**起電力**(electromotive force 略 emf)（**速度起電力**）[16]が生じるというものである。

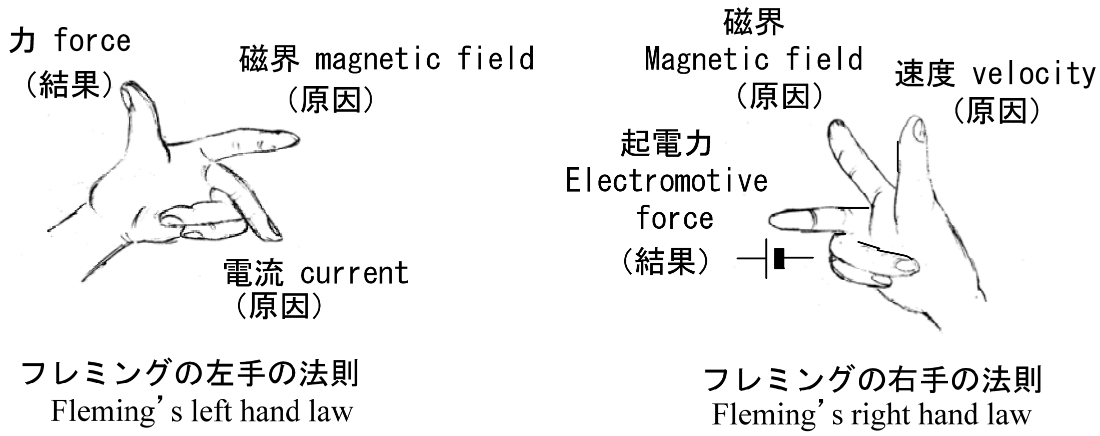
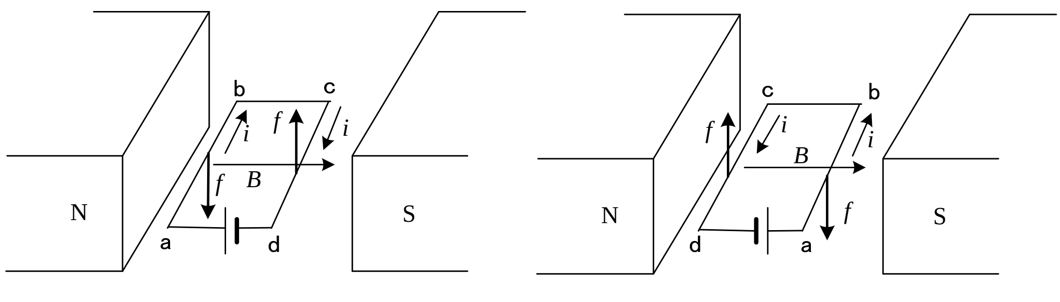


図 1-1　フレミングの法則

フレミングの左手の法則を知ったから，これを利用してモータを作ってみよう。図に示すような磁石で作った磁界の中で，コイルに電池(cell)をつないだ回路を考えよう。

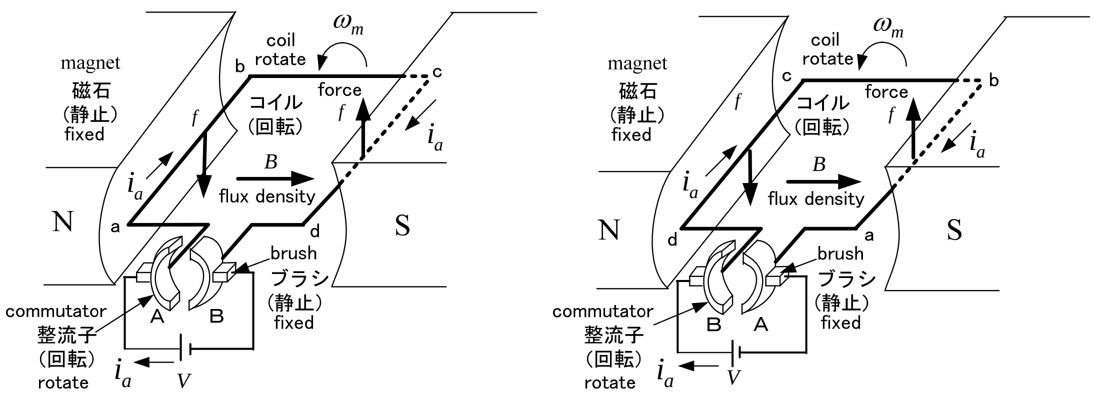


(ａ)　はじめの状態　　　　　　　　　（ｂ）コイルが半回転した状態

図 1-2　この回路でコイルはずっと回りつづけるだろうか？

コイル片 ab（長さをl(m)）には，電流i(A)が流れ，**磁束密度** B(Wb/m^2)の磁界がかかっているから，フレミングの左手の法則により図の方向に力 f(N)が働く。$f = Bli$ である。同様に，コイル片 cd にも図の方向に力 f(N)が働く。この結果，コイルは回転しはじめる。これで，DC モータになるだろうか？答えは，NO である。モータになるためには，同じ方

向に力が働きつづけなければならないが，コイルが半回転した図(b)の状態を考えると，力は図の向きに働き反対方向に回ろうとする。これでは，回り続けることはできない。では，どうするか？　半回転したところで，電流を$d \to c \to b \to a$の方向に流せばよく，電池のつなぎ方を逆にする。この仕組みを，**ブラシ**(brush)と**整流子**(commutator)を使って行うのが，**DCモータ（直流電動機）**である。DC モータは，図 1-3 のような構造になっている。整流子は２つの丸くした銅板からなり，コイルと一緒に回転する。電池につながるブラシは，回転せず，整流子とは接触しながら電気を伝える。図 1-3(ａ)の最初の状態は，図 1-2(ａ)と同じである。ところが，コイルが半回転したら，図 1-3(b)の状態になる。半回転すると，整流子 A が今度は右のブラシにつながり，コイルの d のところと電池のプラス端子がつながる。電池から流れる**電機子電流**(armature current) i_a は常に同じ方向で直流であるが，コイルに流れる電流は$b \to c, c \to b$と向きが変わっているから交流である。



(a)はじめの状態（電流 b→c）　　　(b)コイルが半回転した状態（電流 c→b）

図 1-3　Principle of　DC motor.

図 1-3 の DC モータを図 1-４のモデルで表す。ただし，ここでは永久磁石の代わりに**界磁電流**で磁束を作っている。実際の DC モータの回転子には多くの巻線が巻かれ整流子もそれに合わせて分割されているが，その場合も図 1-4 のモデルで書く。

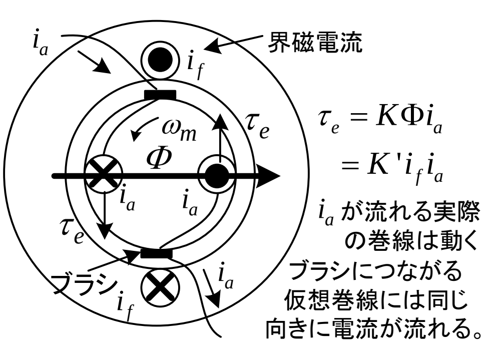


図 1-４　DC モータのモデル

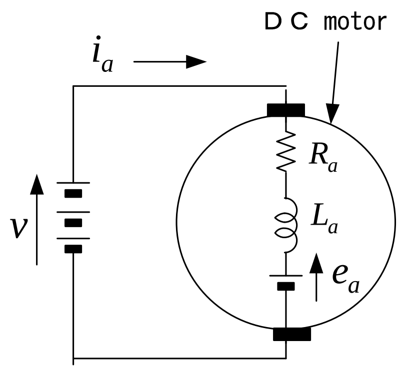


図 1-5　ＤＣモータの等価回路

ブラシの左側には⊗の向き，右側には⊙の向きに常に電流が流れる（図 1-3 で確認せよ)。従って，回転しているときも図 1- 4 の状態は変わらない。図 1-3 の場合にはコイルは真横だけでなく斜めの位置もあるが, 実際にはたくさん巻線を巻くので, 図 1- 4 のように左側が⊗, 右側が⊙の仮想巻線として書く。図 1-6 に 4 個の整流子片の場合を示す。

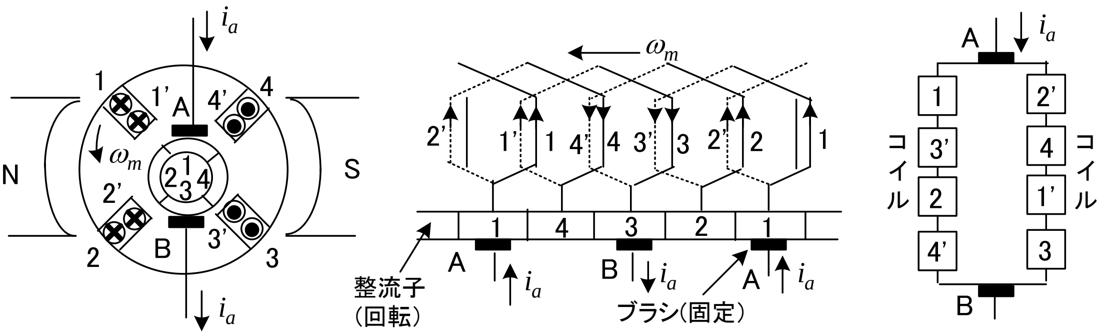


図 1-6　4 個の整流子片，2 層巻，重ね巻の場合の電機子巻線と電流分布

さて，コイルが回ると磁界の中であるから，フレミングの右手の法則により起電力が発生し，これは磁束とコイルの回転角速度に比例する。起電力の向きは流そうとする電流の向きで，図 1-1 の電池の向きである。従って，DC モータは，図 1-5 に示す等価回路で表される。回路の式は,

$$v = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \tag{1-1}$$

ここで，　起電力 e_a はフレミングの右手の法則より，次式で与えられる。

$$e_a = K\Phi\omega_m \tag{1-2}$$

K ：定数(constant)，Φ ：界磁が作る磁束 magnet flux [Wb]
R_a ：電機子巻線の抵抗 [Ω] resistance of armature winding
L_a ：電機子巻線のインダクタンス [H] inductance of armature winding
$\omega_m = 2\pi N/60$ ：回転角速度 angular speed（機械角 mechanical angle）[rad/s]
N ：1 分間の回転数 [min^{-1}]　revolution per minute

DC モータの場合にはブラシと整流子の働きで磁界と電機子電流が常に直交しているため，モータの発生トルク(producing torque) τ_e [Nm]は，フレミングの左手の法則より

$$\tau_e = K\Phi i_a \tag{1-3}$$

と表される。DC モータは，電機子電流 i_a に比例してトルクが簡単に制御できる特徴をもっ

ている。(1-3)の K は(1-2)の K と一致する[7]。

モータの負荷としてはいろいろあるが，モータと負荷が一体となって回転すると考えることが多い。この場合，運動方程式が次式で表される。

$$J\frac{d\omega_m}{dt}=\tau_e-R_m\omega_m-T_l \tag{1-4}$$

ここで，J：慣性モーメント(moment of inertia) [kgm^2]（DC モータ＋負荷）

R_m：制動係数 damping coefficient [Nms]，　T_l：負荷トルク(load torque)[Nm]

DC モータの出力(output power) P_{out} [W]は，エネルギーの微分であり次式で与えられる。

$$P_{out}=\tau_e\omega_m \tag{1-5}$$

これは，直線運動の**仕事率**＝力×速度に対応する。(1-2), (1-3)より，

$$P_{out}=\tau_e\omega_m=e_a i_a \tag{1-6}$$

が成立し，DC モータの起電力に送り込まれる電力が出力となっていることが判る。

ところで，モータの速度が高く（あるいは加える電圧が低く），$e_a>v$ であれば $i_a<0$（電流は逆方向）で，DC 発電機になる。このとき，負荷からの機械エネルギーが電気エネルギーに変換される。また，DC 発電機が出すトルクは速度を低くするように働く。

定常状態(steady state)では，全ての変数が一定で，微分を 0 とおいて，(1-1)より次式が成立する。

$$v=R_a i_a+e_a \tag{1-7}$$

運動方程式については(1-4)より次式が成り立ちモータに働く全てのトルクの和は 0 である。

$$0=\tau_e-R_m\omega_m-T_l \tag{1-8}$$

○　ＤＣモータのブロック線図

次に，制御系としてのブロック線図を求める。(1-1)，(1-2)，(1-3)，(1-4)式をラプラス変換して，初期値を零と置くことにより，以下の式が得られる。

$$V(s)=R_a I_a(s)+L_a s I_a(s)+K\Phi\Omega_m(s) \tag{1-9}$$

$$Js\Omega_m(s)=K\Phi I_a(s)-R_m\Omega_m(s)-T_l(\mathrm{s}) \tag{1-10}$$

これより，DC モータの**ブロック図**(block diagram)は次のようになる。

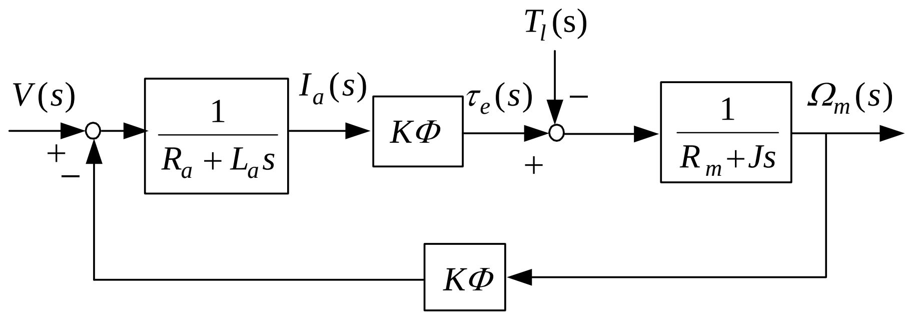


図 1-7　DC モータのブロック図(Block diagram of DC motor).

DC モータのブロック図は以上のように簡単に求まり，トルクや速度の制御も容易である。しかし，ブラシと整流子の接触部分を有しているため火花が発生することがあり保守の点で問題がある。このため中大容量機には殆ど使われない。しかし，永久磁石 DC モータは低コストと駆動・制御が簡単であることから，小容量のモータとしてエンジン制御，パワステアリング，ファン，エアコン，ワイパー用として自動車に利用されている。

問題１　DC モータを DC 発電機として運転するにはどうすればよいか。また，このとき DC 発電機が発生する電磁トルクは速度を低くするように働く理由を述べよ。

問題２　定格電圧 210 V の DC モータがあり，その電機子抵抗は 0.2 Ω である。このモータを定格電圧で運転しているとき, 電機子電流は 50 A, 回転数は $1000\,\mathrm{min}^{-1}$ であった。

(1)　モータの出力を求めよ。

(2)　モータが出すトルクを求めよ。

(3)　電圧を半分にしたとき，モータの回転数はいくらか。ただし，制動係数は 0 とし，回転数に関係なく負荷トルクは一定とする。また，界磁磁束は変化しないとする。

(解)　定常状態として考える。

(1)　起電力 $e_a = v - R_a i_a = 210 - 0.2 \times 50 = 200\,\mathrm{V}$

$P_{out} = e_a i_a = 200 \times 50 = 10{,}000\,\mathrm{W}$

(2)　$\tau_e = \dfrac{P_{out}}{\omega_m} = \dfrac{10000}{2\pi \dfrac{1000}{60}} = \dfrac{300}{\pi} = 95.5\,\mathrm{Nm}$

(3)　負荷トルクが変わらないので，発生トルクも変わらない。したがって，$\tau_e = K\Phi i_a$ で界磁磁束 Φ は一定であることから，$i_a = 50\,\mathrm{A}$ である。

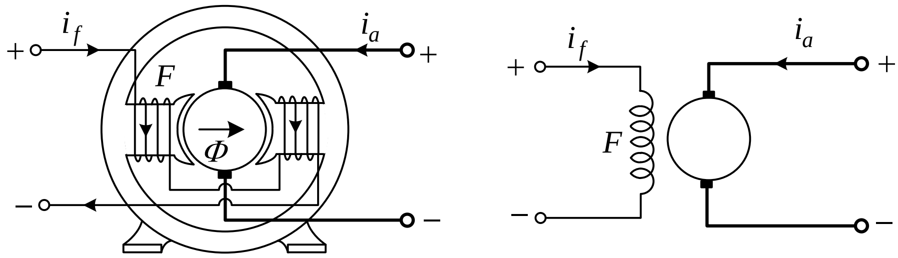
$e_a = v - R_a i_a = 105 - 0.2 \times 50 = 95\ \mathrm{V}$

$e_a = K\Phi\omega_m = K'N$　より，

$\dfrac{N}{1000} = \dfrac{95}{200}\quad \therefore N = 475\,\mathrm{min}^{-1}$

これまでは，永久磁石(permanent magnet)を使って磁束を作ったが，電磁石(electromagnet)を用いることもできる。電磁石を作るために流す電流を**界磁電流**，その巻線を**界磁巻線**(field winding)という。

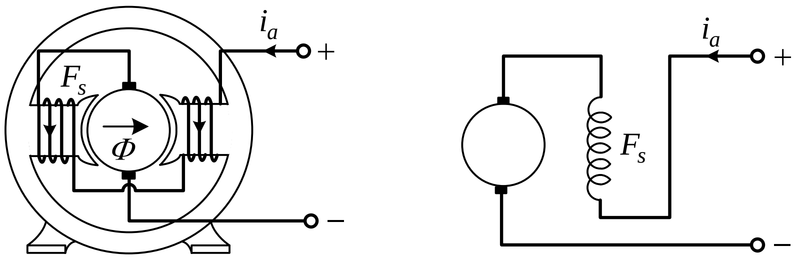
直流他励電動機(separately excited direct-current motor) は以下のような構造をしている[7]。



磁束Φは界磁電流(field current)i_fに比例し，次式が成立する。

$$\Phi = k\ i_f \tag{1-11}$$

直流直巻電動機(series direct-current motor) は以下の構造をしている。



界磁電流と電機子電流i_aは等しい。従って，

$$\Phi = k\ i_a \tag{1-12}$$

であり，発生トルクは

$$\tau_e = K\Phi\, i_a\ = K\, k\, i_a^2 \tag{1-13}$$

であり，電機子電流の２乗に比例する。

モータの始動(starting)時には起電力が小さいので大きな電機子電流i_aが流れる。さらにその２乗であれば，始動時非常に大きなトルクが得られる。以前はこの特性を利用して，直流直巻電動機は電車用の電動機として用いられた。現在でも，長崎の路面電車(street car)にはこのモータが走っている。また，現在でも自動車用のスタータ(セルモータ)として，始動時にエンジンを回す用途に用いられている。エンジンが回って，オルタネータが発電し，ガソリンが噴射されエンジンが点火される。