

第2章 誘導モータ

○ 誘導モータはなぜ回るの？

誘導モータ(induction motor)は工場の動力源、電車(electric train) (新幹線)、ポンプ(pump)、ファン(fan)などに広く利用されている。まず、その原理を述べよう。

図 2-1 に示すように、銅板をひもでつるし、その上で磁石をすばやく動かすと、銅板が動く。銅板は磁石にはくっつかないから、磁石に引き寄せられて動くのではない。その理由は、磁石によって銅板に誘導電流(うず電流: eddy current)が生じ、その電流と磁石による磁界(magnetic field)との間で、フレミングの左手の法則(Fleming's left hand rule)で力が働くためである。誘導電流は、ファラデー(Faraday)の電磁誘導(electromagnetic induction)の法則により、磁界の変化を妨げるように流れるから、磁界がこれから来る部分ではそれを弱めるように、磁界が過ぎ去る部分では磁界を強める方向に流れる。

回転させるためには、図 2-2 に示すように銅板を丸めて軸を作り、磁石を回転させると、銅板に力が働き回転する。しかし、ここで大きな問題点がある。それはどうやって磁石を回すかすなわち回転する磁界(回転磁界 rotating magnetic field)を作るかである。

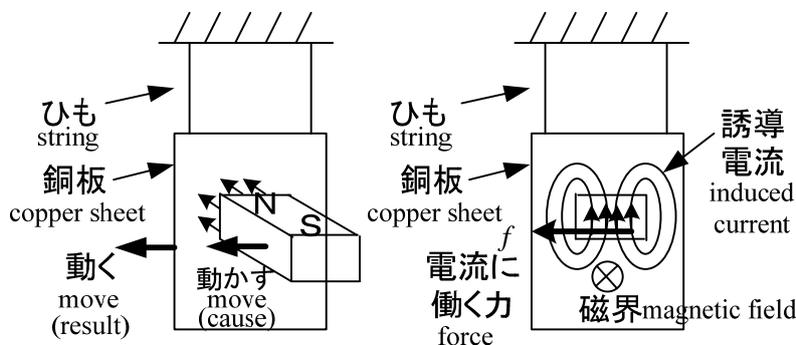


図 2-1 誘導電流に働く力(induced current and force)

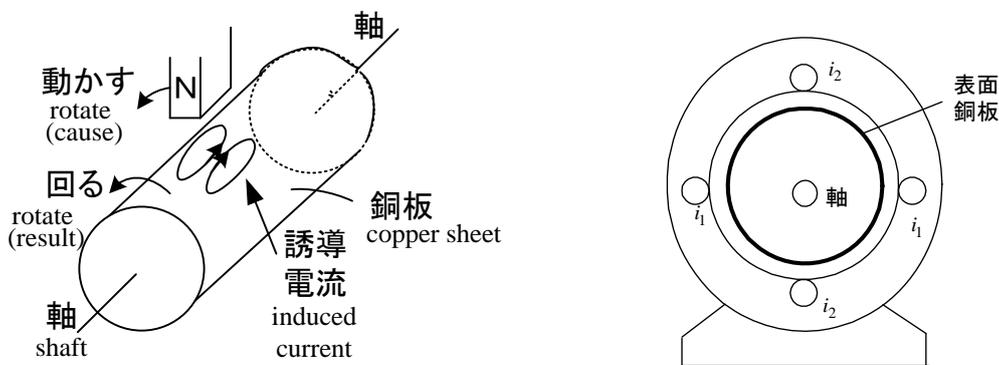


図 2-2 誘導モータのしくみ(principle of induction motor)

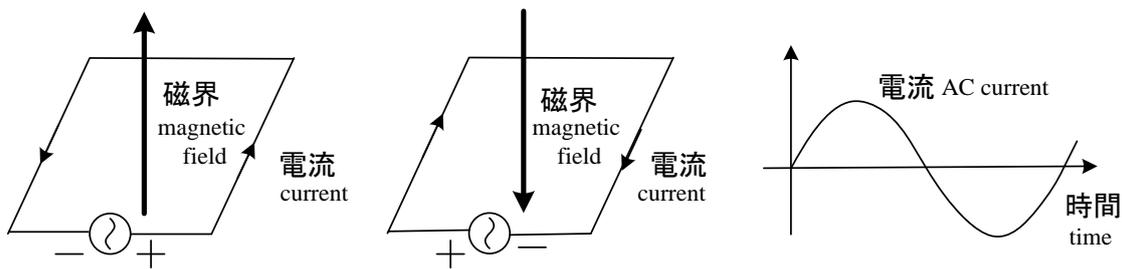


図 2-3 1つのコイル (単相巻線) による磁界(交番磁界)

図 2-3 のように、1つのコイル(coil)に交流電流(AC current)を流しても、磁界は上下方向を向くだけで回転する磁界とはならない。そこで、2つのコイルを空間的に直交するように配置し、コイルにタイミングが90度ずれた電流を図 2-4 に示すように流してやる。すると、各時刻のコイルの断面図から判るように、みごとに磁界が回転する。このコイルと銅板を図 2-2 のように配置すれば誘導モータができる。

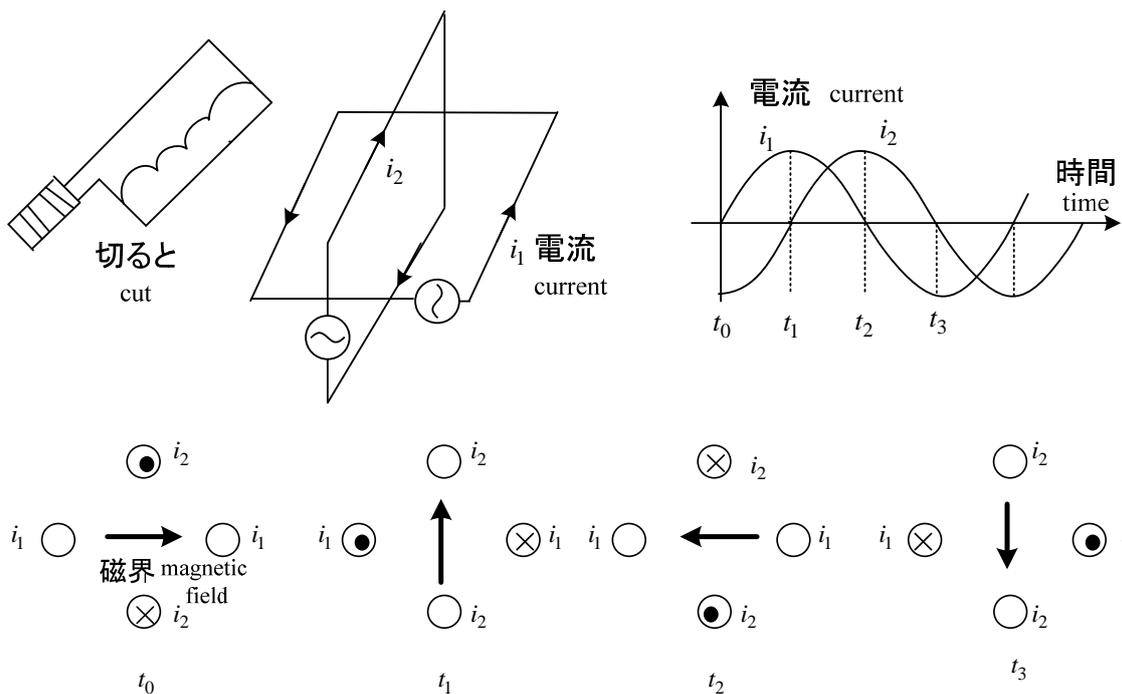


図 2-4 二相巻線による回転磁界(rotating magnetic field)

○ 三相巻線による回転磁界の作り方

実際の誘導モータには**三相巻線**が巻いてあり、三相交流を流して回転磁界を作っている。まず図 2-5 の**単相巻線**を説明する。実際にはコイルは何回も巻いてあるが、1回巻で考えよう。空間にできる磁界を表すのは**磁束密度(flux density) B** であり、その力線である**磁束線**

が用いられる。磁束密度 B をある面（例えばコイルの面）で面積分(surface integral)したものが**磁束 ϕ** (magnetic flux)である。磁束 ϕ はスカラー(scalar)である。 ϕ の正の向きとしては面に垂直な法線ベクトル(vertical normal vector)の向きで、一般に電流の矢印の向き（自分で決める）に対して右ねじの進む向きにとる。電気機器の分野では、“磁束”という言葉が“**磁束密度**”の力線である“**磁束線**”の意味で使われることが多いので注意すること。次に、**三相巻線**とは空間的に 120 度ずつずれたコイルのことである。図 2-5 のように立体的に書くとも回路として見にくいので、三相巻線を図 2-6 のように書くことが多い。

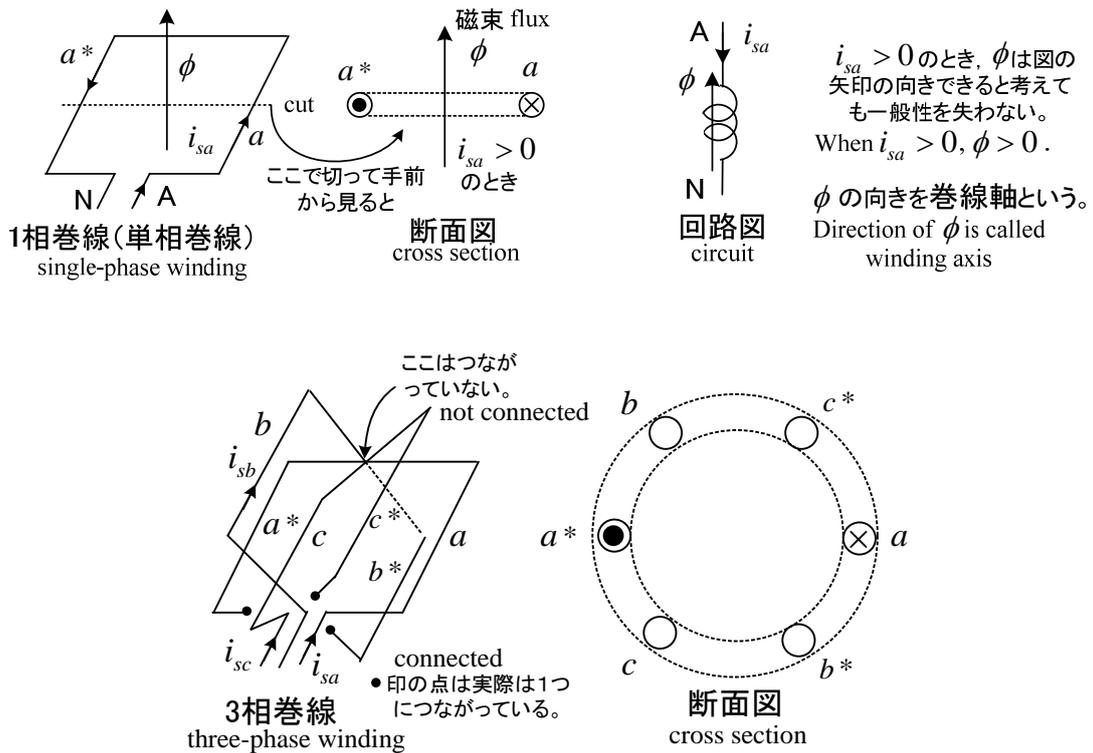


図 2-5 単相巻線(single-phase winding)と三相巻線(three-phase winding)

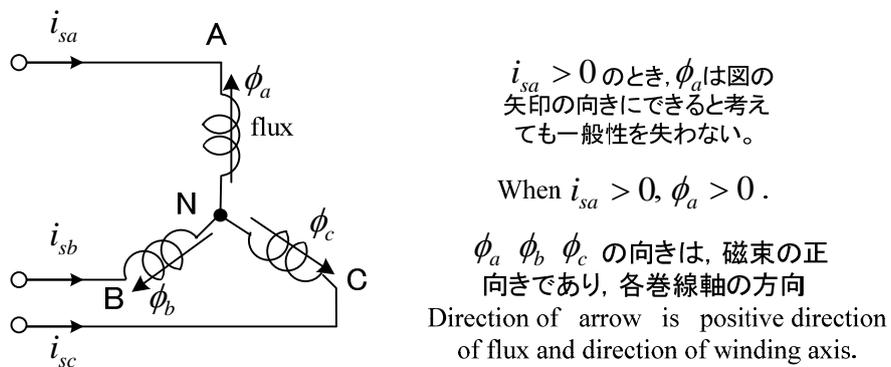


図 2-6 三相巻線の回路的表現(circuit of three-phase winding)

三相交流とは、 120° ずつ時間的にずれた交流のことである。これを、三相巻線に流すと**回転磁界**ができる。図 2-7 は時間とともに磁界が回転していることが判る。これは、等価的に図に書いた NS 極の磁石が回るのと同じ効果(effect)がある。

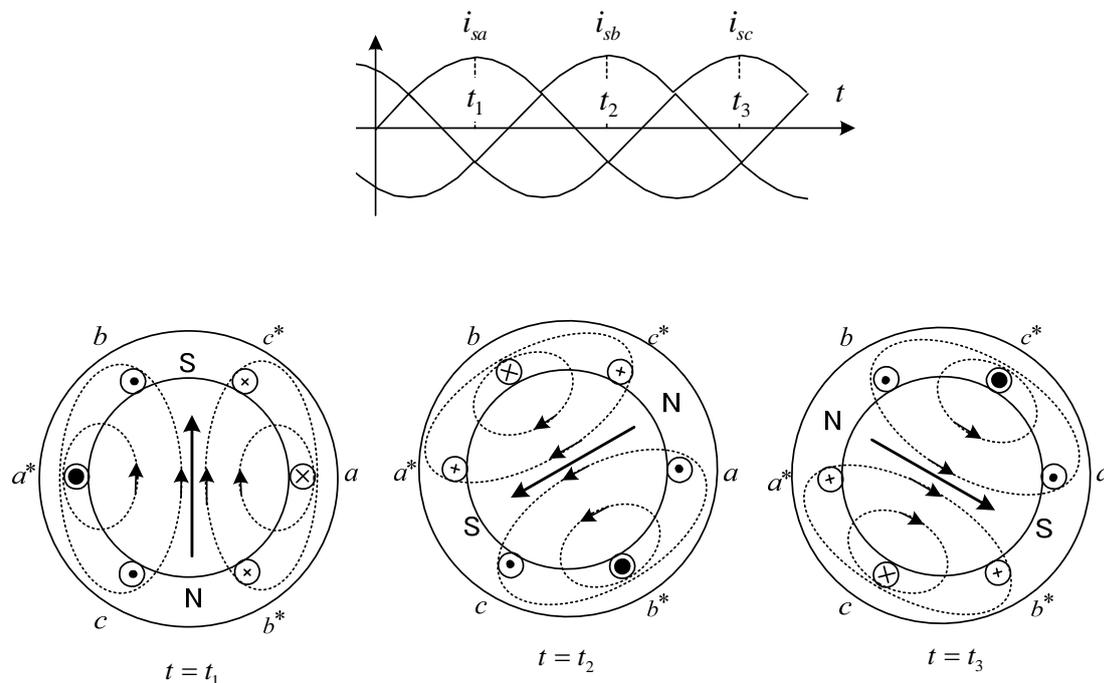


図 2-7 三相交流による回転磁界（磁束線）（2極機）

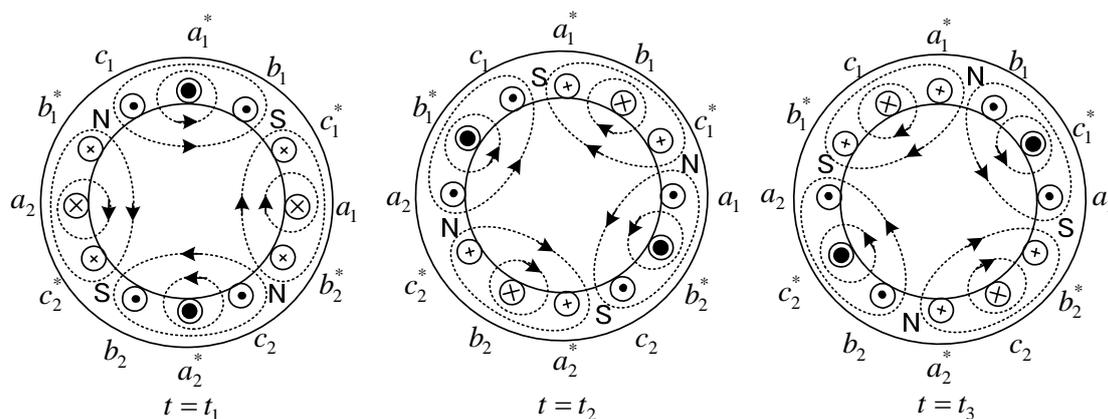


図 2-8 三相交流による回転磁界（磁束線）（4極機）

回転磁界（例えば磁極 magnetic pole N）が回る速度は**同期速度**(synchronous speed)と呼ばれ、通常 1 分間に何回転するかを min^{-1} (revolution per minute) で表す。交流電源(AC power source)の周波数(frequency)を $f[\text{Hz}]$ とすると回転磁界は 1 分間に何回転するか？ 図 2-7 の 2 極機の場合には、電流の 1 周期(period)で、回転磁界が 1 回転する。 $f[\text{Hz}]$ ということは、1 秒

間に周期が f 個入っていることだから、回転磁界は 1 秒間に f 回転する。従って**同期速度**を $N_0[\text{min}^{-1}]$ とすると、 $N_0 = 60f$ となる。図 2-8 の 4 極機の場合には、電流が 1 周期しても回転磁界は半回転しかしない。図 2-7, 2-8 の磁界は厳密には磁束密度の**磁束線**を表す。

一般に**同期速度**(synchronous speed)は**極数**(number of poles) P に関係し、次式で与えられる。

$$N_0 = \frac{120f}{P} \quad (= 60 \frac{2}{P} f) \quad [\text{min}^{-1}] \quad (2-1)$$

○ 誘導モータの基本的特性(basic characteristic of Induction Motor)

回転磁界は磁石をぐるぐる回すのと同じ効果があることを頭に入れて、誘導モータの基本的特性を考えることにしよう。いま、モータの 1 分間の回転速度を $N[\text{min}^{-1}]$ とする。

$$s = \frac{N_0 - N}{N_0} \quad (2-2)$$

を**すべり**(slip)と呼ぶ。また、 $N_s = s N_0 = N_0 - N$ を**すべり速度**(slip speed)と呼ぶ。

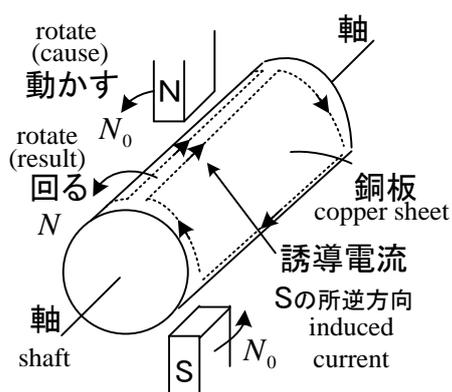


図 2-9 回転磁界で回る誘導モータ

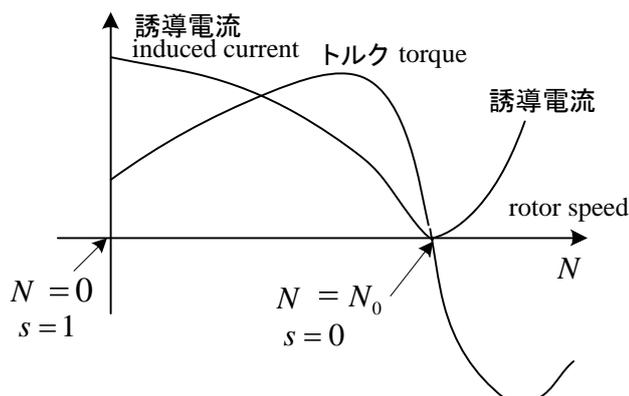


図 2-10 誘導モータの基本特性

$N = N_0$ のとき： この場合銅板上のある点に対して、磁界の動く速度は 0 である。このとき、磁界の変化が起こらず、**誘導起電力**が発生しない。よって、誘導電流は流れない。誘導電流が流れないから、銅板に働く力も 0 になる。普通の運転では、トルクが働かないのに回ることはないが、負荷側からのトルクにより同期速度で回ることあり得る。このとき、 $s = 0$ である。

$N < N_0$ のとき： モータが回転磁界より遅れて回る場合である。銅板上のある点でみると、磁界が $N_0 - N$ の速度で動いている。従って、図 2-1 で説明したような誘導電流が流れ、力はモータの回転方向に働く。これは、普通の誘導モータとしての運転状態である。普通、小出力機で $s = 0.05 \sim 0.1$ ，中・大出力機で $s = 0.025 \sim 0.05$ で運転(operation)され、この付近が**力率**，**効率**も高い。

$N > N_0$ のとき： モータが回転磁界より速く回る場合である。銅板上でみると、磁界が $N - N_0$ の速度で回転と反対方向に動いている。この場合には、図 2-1 で説明したものと逆方向の誘導電流が流れる。よって、モータに対しては**ブレーキ力**となる。**誘導発電機(induction generator)**として運転されている状態で、モータを車に使ったとき、坂道を降りる場合に起こることがある。 $s < 0$ である。

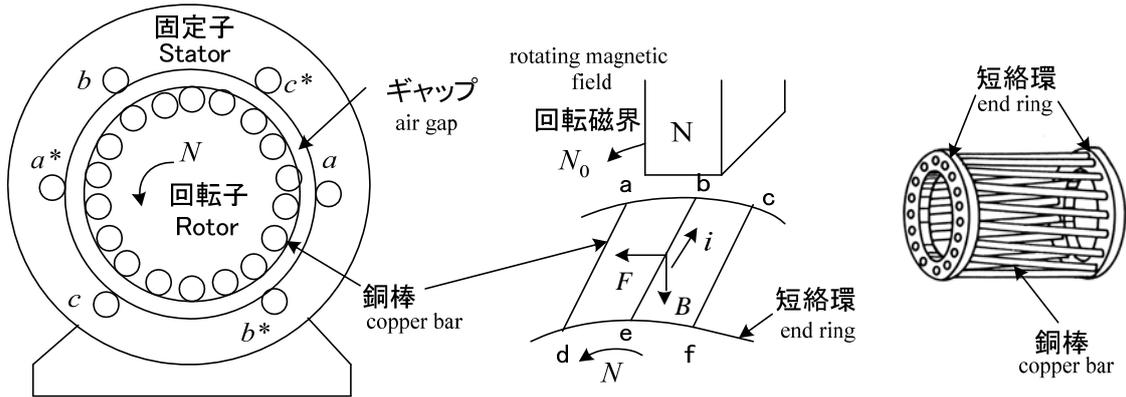


図 2-11 モータの断面図(cross section)とトルク発生の原理(principle)

実際の回転子は、銅板の代わりに図 2-11 に示されるように銅棒やアルミ棒を**端絡環(end ring)**（銅またはアルミ）でつないだ構造（**かご形誘導電動機**：squirrel-cage induction motor）である。しかし、考え方は全く同じである。すなわち、回転磁界（磁束密度 B ）は N 極から S 極に向かってできているが、N 極の下では誘導電流が図の向きに流れる。よって、フレミングの左手の法則より図の向きに力(force) F を生じ、回転子(rotor)は回る。

図 2-11 をもう少し詳しく書くと図 2-12 のようになる。磁石の真下では起電力が最大になるが、誘導電流（二次電流）は銅棒（二次回路）の**漏れインダクタンス**のため最大となるタイミングが遅れる。起電力や二次電流が最大となる位置は同期速度 N_0 で移動する。回転子はもともと N 回転しているから、その差 $N_0 - N$ が**二次回路の周波数**に対応する。

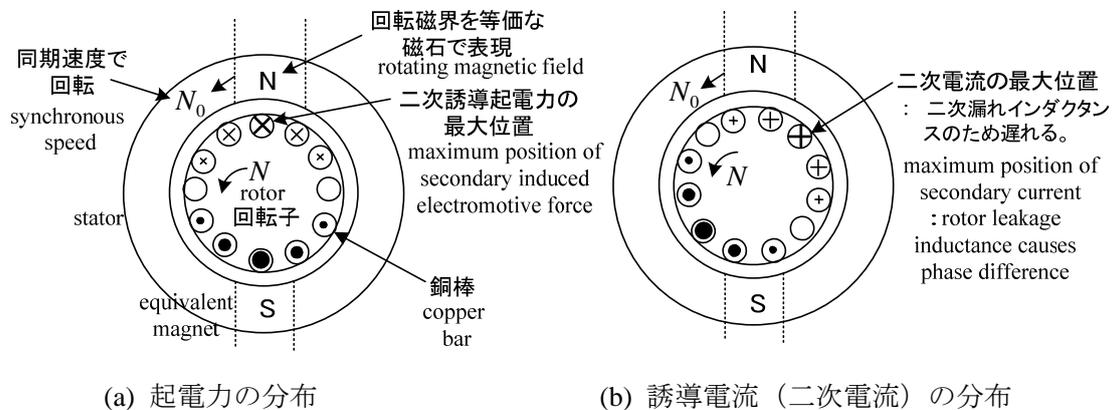


図 2-12 回転磁界により回転子に誘導する起電力と誘導電流（二次電流）(断面図)⁽⁶⁾

ある銅棒に目印をつけておく。その銅棒には誘導起電力が生じるが、向きは時間とともに変化する。等価な磁石の N 極が来たら（上を通過したら） \otimes 方向に生じ、S 極が来たら \odot 方向に生じる。この N と S が 1 秒間に何回通過するかが、銅棒の周波数である。1 分間当たりで考えると、等価な磁石の N 極は同期速度 N_0 回転するが、回転子も N 回転しているから、その差 $N_0 - N$ 回だけ目印の点を N 極が追い越していくのである。

○ 誘導モータの等価回路

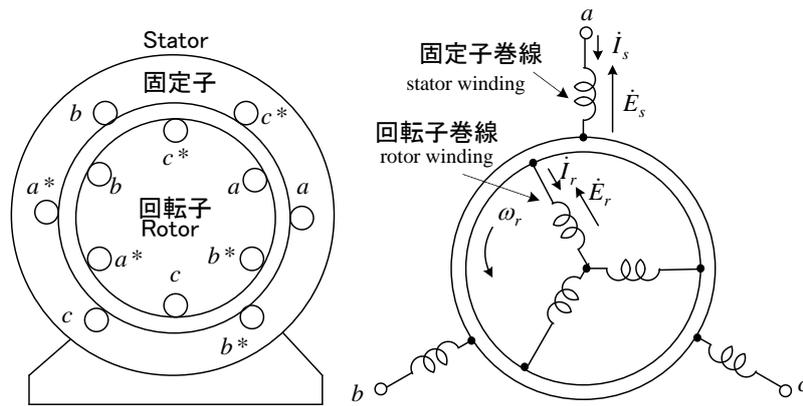


図 2-13 回転子も等価な 3 相巻線で表した誘導モータモデル

これまで回転子は銅板や銅棒で考えた。実際、かご形^{がた}の銅棒またはアルミニウムがよく用いられる。このほかに回転子にも固定子と同じように三相巻線を巻いた巻線形誘導電動機^{がた}がある。巻線形は回転子巻線からスリップリングを通して 3 相の端子が出ており、抵抗を接続したり、インバータを接続したりする（両側給電誘導機⁽⁵¹⁾ doubly-fed induction motor 風力発電に利用）ことができる。かご形、巻線形いずれの場合も、理論解析を行うときは、図 2-13 に示すように回転子を 3 相巻線として考えてよい。

速度が 0 で静止しているとき、固定子巻線と回転子巻線の関係は変圧器とみなすことができる。それでは、すべり s で回転しているときはどうであろうか？ 回転子巻線に誘起する電圧（誘導起電力 induced electromotive force 略 emf）は、相対速度に比例するから、静止時の s 倍となる。また、誘導起電力の周波数も電源周波数の s 倍すなわち sf となる。これは図 2-12 で説明した。よって、1 相分について、回転子は図 2-14(a) で表せる。図中、電源の角周波数は $\omega = 2\pi f$ で、コイルはリアクタンス (reactance) で表示している。時間を含めて電圧と電流のフェーズ表示を考えると

$$\dot{I}_r e^{js\omega t} = \frac{-s\dot{E}_{r0} e^{js\omega t}}{R_r + js\omega l_r} = \frac{-\dot{E}_{r0} e^{js\omega t}}{\frac{R_r}{s} + j\omega l_r} \quad (2-3)$$

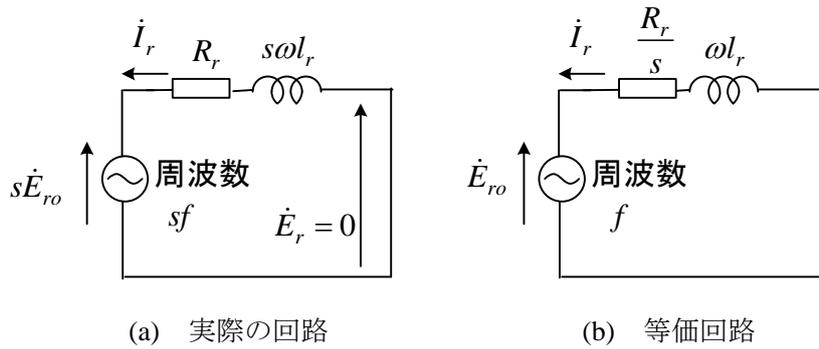
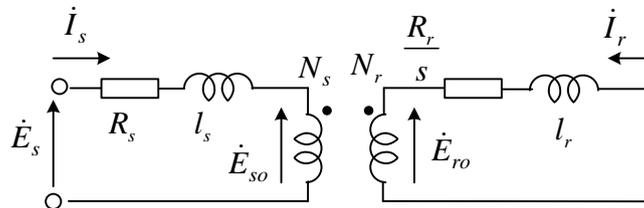


図 2-14 回転子 1 相分の等価回路(equivalent circuit)

両辺に $e^{j(1-s)\omega t}$ を掛けて

$$\dot{I}_r e^{j\omega t} = \frac{-\dot{E}_{ro} e^{j\omega t}}{\frac{R_r}{s} + j\omega l_r} \quad (2-4)$$

となる。よって \dot{I}_r, \dot{E}_{ro} は周波数 f のフェーザと考えても良い (b) 図)。(b) の等価回路を用いることで、同じ周波数になったので変圧器の等価回路がそのまま使えて、誘導モータの等価回路が図 2-15 ように得られる。図 2-14 (a) で $\dot{E}_r = 0$ となっているのは、図 2-13 に示すように回転子巻線の端子(terminal)を短絡(short)しているため (かご形はもともと短絡している) である。 \dot{E}_{s0} と \dot{E}_{ro} は同位相である。変圧器同様、固定子を**一次**、回転子を**二次**という。



R_s : 固定子巻線抵抗(stator resistance) , R_r : 回転子巻線抵抗(rotor resistance)
 l_s : 固定子漏れインダクタンス(stator leakage inductance), l_r : 回転子漏れインダクタンス (rotor)

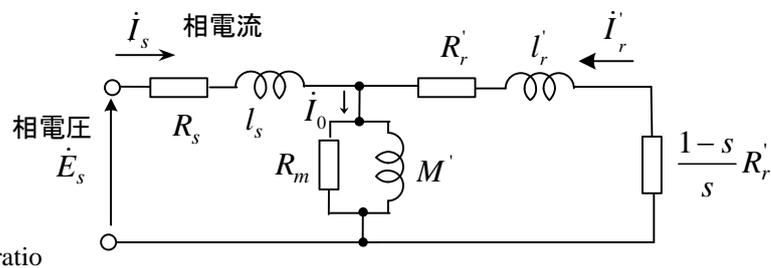
図 2-15 すべり s で運転中の誘導モータの定常等価回路 (1 相分)

モータが出すトルクを求めるために、エネルギーの流れを考えよう。

$$\frac{R_r}{s} = R_r + \frac{1-s}{s} R_r \quad (2-5)$$

と分解すると、 R_r で消費されるエネルギーは**銅損**(copper loss)で熱となる。従って、 $(1-s)R_r/s$ で消費されるエネルギーが**機械的出力**となりトルクを発生すると考えてよい。このように分解すると、変圧器と同じように、回転子側を固定子側に換算し、鉄損を含めたモータの等価回路が図 2-16 のように求められる。 \dot{I}_0 は**励磁電流**(exciting current)と呼ばれ

る。 M' が作る磁束がエアギャップにできる**ギャップ磁束**である。ギャップ磁束は一次電流 \dot{I}_s と二次電流 \dot{I}_r によって作られる**回転磁界**である (\dot{I}_r も回転磁界を作る)。 R_s と l_s は小さいので、励磁電流 \dot{I}_0 や M' の作るギャップ磁束は端子電圧と周波数だけでほぼ決り、二次電流(負荷, すべり)にほとんど関係しない。負荷が変化し二次電流が変化して二次巻線が作る磁束が変化しても、それを打ち消すような一次電流が流れてその分の磁束を打ち消し、ギャップ磁束はあまり変わらないと考えてよい。これは低速運転時以外の定常状態ではほぼ成立する。なお変圧器でも同じことが言える。**相電圧** $|\dot{E}_s|$ は、**線間電圧**(line voltage)の実効値(モータ端子間の電圧計(voltmeter)の読み)を $\sqrt{3}$ で割ることで得られる。なお、モータの回転子側定数は固定子側に換算され、 $R_r' = a^2 R_r, l_r' = a^2 l_r, M' = aM$ として測定される。



turn ratio
実効巻数比 $a = N_s / N_r, R_r' = a^2 R_r, l_r' = a^2 l_r, \dot{I}_r' = \dot{I}_r / a, M' = aM$

R_m : 鉄損抵抗(iron loss resistance), M' : 相互インダクタンス(mutual inductance)

図 2-16 誘導モータの T 型定常等価回路(steady-state equivalent circuit) (1 相分)

図より、モータの**機械的出力** P_0 [W] は、三相分では 3 倍して、

$$P_0 = 3 \frac{1-s}{s} R_r' |\dot{I}_r'|^2 \quad (2-6)$$

となる。従って、**モータが発生するトルク**(torque) T_e [Nm] は、

$$T_e = P_0 / \omega_m \quad (2-7)$$

ここで、 ω_m は**回転角速度(機械角)**[rad/s]で、 $\omega_m = 2\pi N / 60$ である。

回転角速度(電気角)は、 $\omega_r = \frac{P}{2} 2\pi \frac{N}{60}$, **同期角速度(電気角)** $\omega = \frac{P}{2} 2\pi \frac{N_0}{60} = 2\pi f$

である。

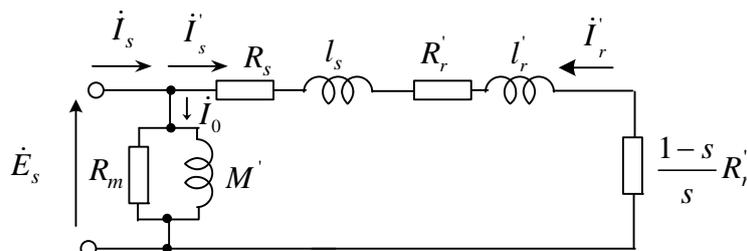


図 2-17 定常時の簡易等価回路(approximate equivalent circuit)

簡易等価回路は R_s と l_s の電圧が相対的に小さいと考えることで得られる。簡易等価回路を用いると、電流やトルクが容易に計算できる。しかし、低速運転時は加える端子電圧が低いので誤差が大きくなる。

$$|\dot{I}_r'| = \frac{|\dot{E}_s|}{\sqrt{(R_s + \frac{R_r'}{s})^2 + (\omega l_s + \omega l_r')^2}} \quad (2-8)$$

(2-6),(2-7),(2-8)より、 $\omega_m = 2(1-s)\omega / P = 4(1-s)\pi f / P$ だから近似トルクは次式となる。

$$T_e = \frac{3P}{4\pi f} |\dot{E}_s|^2 \frac{R_r' / s}{(R_s + R_r' / s)^2 + (\omega l_s + \omega l_r')^2} \quad (2-9)$$

(2-9)を s で微分するとトルクが最大となるすべり s_m が次式よりもとまる。

$$s_m = \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + \omega^2(l_s^2 + l_r'^2)}} \quad (2-10)$$

問題 1 60Hz, 4極の三相誘導モータが 1710min^{-1} で回転し、2kW の機械的出力を出している。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 同期速度はいくらか。
- (2) すべりはいくらか。
- (3) 回転子の誘導起電力の周波数はいくらか。
- (4) モータが発生しているトルクはいくらか。
- (5) 回転子電流が作る回転磁界は、(a)回転子に対して、(b)固定子に対して、(c)固定子電流が作る回転磁界に対して、それぞれいくらか。

[答] (1) 1800min^{-1} (2) 5% (3) 3Hz (4) 11.2Nm (5)(a) 90min^{-1} (b) 1800min^{-1}
(c) 0min^{-1}

○ 誘導モータの特性

図に示すように、誘導モータで電気自動車のタイヤを回すことを考えてみよう。

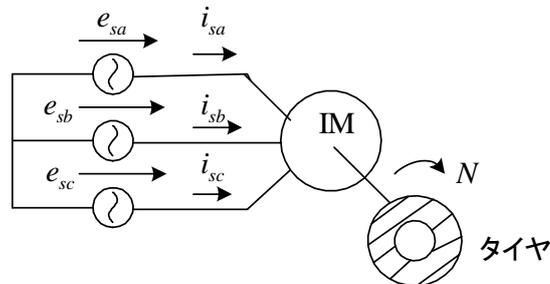


図 2-18 誘導モータを使った電気自動車

三相電源電圧は次式で与えられ、 V, ω は一定とする（実際に電気自動車を動かすなら V, ω は可変でなくてはならない）。

$$\begin{aligned} e_{sa} &= \sqrt{2}V \sin \omega t \\ e_{sb} &= \sqrt{2}V \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ e_{sc} &= \sqrt{2}V \sin(\omega t + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2-11)$$

但し、 $\omega = 2\pi f$: 電源角周波数(angular frequency)[rad/s]

$$V : \text{相電圧実効値(effective value of phase voltage)[V]}, \quad V = \left| \dot{E}_s \right| \quad (\text{図 2-16})$$

図 2-19 に示すように、電源の周波数 f によって同期速度 N_0 が決まり、モータの**発生トルク** T_e 、流れる相電流 I （実効値）は回転速度 N によって大きく変化する。電流は、定常時

$$\begin{aligned} i_{sa} &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) \\ i_{sb} &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3) \\ i_{sc} &= \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2-12)$$

で表される。 $I = \left| \dot{I}_s \right|$ の関係がある(図 2-16)。

坂道を登る場合を考えよう。モータには、重力(gravity)と風の圧力(pressure)がかかり、合計としての**負荷トルク**(load torque) T_l が図の特性とする。 $T_e > T_l$ では、電気自動車は加速(acceleration)し、最終的に $T_e = T_l$ となるところで速度が一定となる。これが I の**力行運転**(motoring operation)である。図の発生トルク T_e は同期速度 N_0 の向きを正として表わしている。負荷トルク T_l は同期速度 N_0 の逆向きを正とする。

坂道を下るときに、同期速度よりも速い速度で回転すると、誘導機はブレーキ力を発生する。この場合を**回生運転**(regenerating operation)と呼び、**誘導発電機**(induction generator)として電源にエネルギーを返す。低速の場合でも、インバータで電源周波数を低くして同期速度 N_0 を小さくすれば II の回生運転になる。同期速度で回転し、すべりが 0 のときモータの出すトルクは 0 で、電流は最小(minimum)となる。このときの電流が**励磁電流**(exciting current) $\left| \dot{I}_0 \right|$ (図 2-16)である。

通常は、I または II の運転状態になる。III の運転状態は**逆相制動(plugging)**と呼ばれ、回転磁界と逆方向にモータが回転している。この制動法は、回転している電動機の 3 端子のうち 2 端子の接続を運転中に入れ替えて(相順の入れ替え)回転磁界の向きを逆にし $s \approx 0$ から $s \approx 2$ にして、回転を急停止する場合に利用できる。逆回転を防ぐため、停止寸前に電源から切り離す必要がある。図のような発生トルクと負荷トルクの特性であれば、両者が一致する点は不安定で、速度は 0 に向うか回転磁界と逆向きに増加することになる。電源と負荷のエネルギーが主に二次抵抗で消費されるので、モータの過熱に注意が必要である。

自動車をバックさせる場合は、 $\omega < 0$ として、相順を逆(3端子の2つを入れ替える)にして逆方向の回転磁界を作れば I, II, III の運転が同様に可能である(III では $\omega > 0$ とする)。

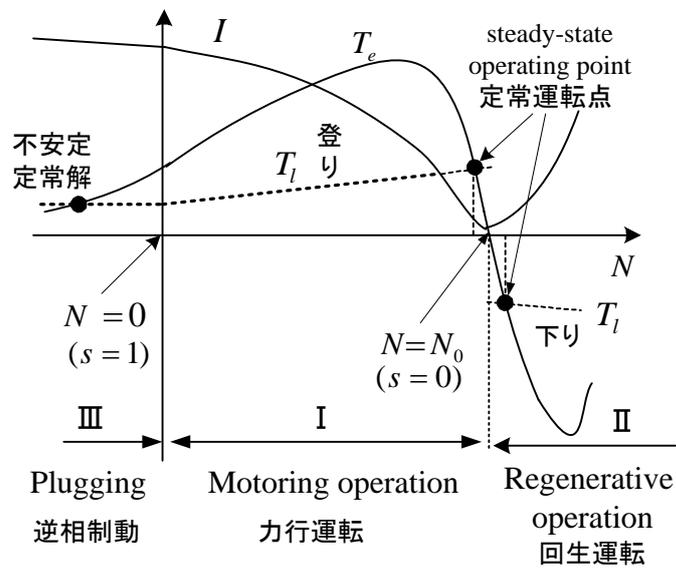
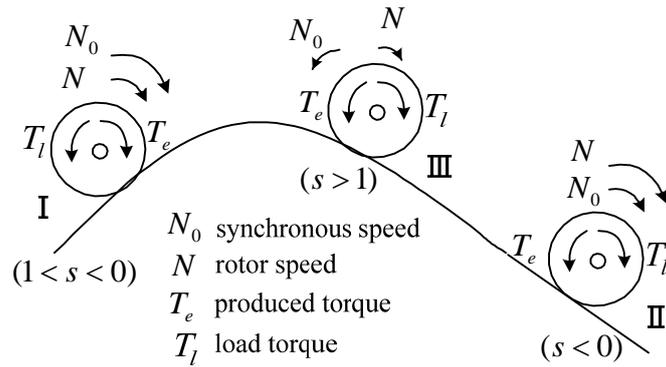
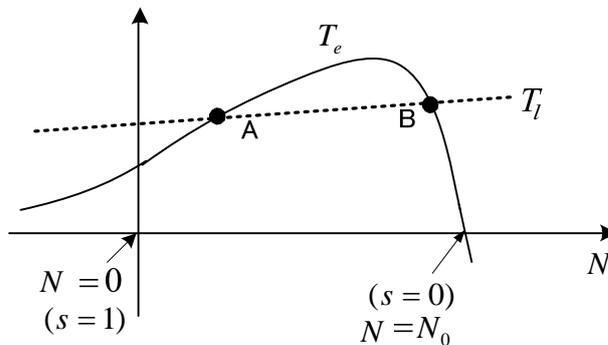


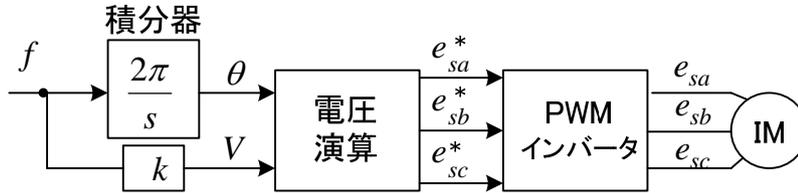
図 2-19 誘導モータの定常特性

問題 2 速度が一定の定常運転時には、発生トルクと負荷トルクは等しくならなければならない。図の定常トルク特性で A 点は不安定となり運転できないが、B 点は安定運転点である。この理由を説明せよ。(厳密には、過渡状態の安定解析をしないとイケないが、この定常トルク特性から安定性が推測できる場合が少なくない。)



○ 誘導モータの V/f 一定制御

誘導モータをインバータで速度制御する場合、最も簡単な制御法が電圧と周波数の比を一定に保ちながら、両者を変化させる V/f 一定制御である。図 2-20 に V/f 一定制御を示す。



$$e_{sa}^* = \sqrt{2}V \sin \theta \quad e_{sb}^* = \sqrt{2}V \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad e_{sc}^* = \sqrt{2}V \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)$$

図 2-20 V/f 一定制御(constant volts/Hz control) (比例定数 k)

この原理を以下に示す。図 2-16 で、一次抵抗 0, 漏れインダクタンス 0, 鉄損抵抗 ∞ とすると図 2-21 の等価回路が得られる。図より相電圧 V とインバータ周波数 f の比を一定に保つと励磁電流 I_0 が一定となり、その結果ギャップ磁束が一定になる。これは磁束の飽和を避けるのに都合が良い。また、トルクは(2-9)より、次式となり、すべり周波数 f_{sl} に比例する。

$$T_e = \frac{3P}{4\pi} \left(\frac{V}{f}\right)^2 \frac{f_{sl}}{R_r} \quad f_{sl} = s f \quad (2-13)$$

このときのトルク-速度特性は図 2-22 となり、周波数と電圧を同時に変えて速度が制御できる。しかし、実際には無視した一次抵抗の影響で特に低速運転時にトルクが低下し、運転できなくなる(図 2-23)。このため低速時には V にブースト電圧を加えてトルクの低下を防ぐ。

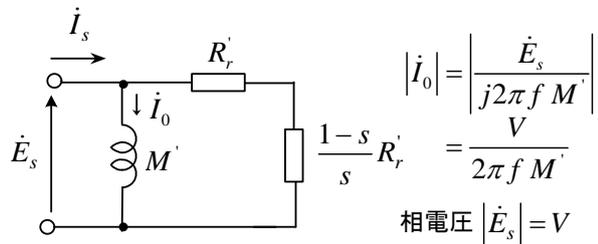


図 2-21 理想誘導機

V/f 一定制御は定常等価回路に基づい

た制御であり、過渡状態も含めた瞬時トルクを制御することはできない。

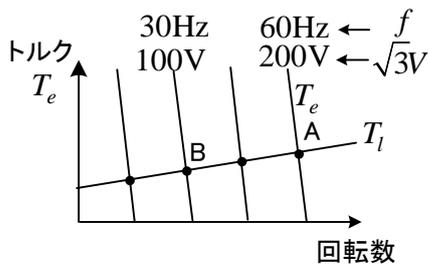


図 2-22 理想誘導機の V/f 一定制御

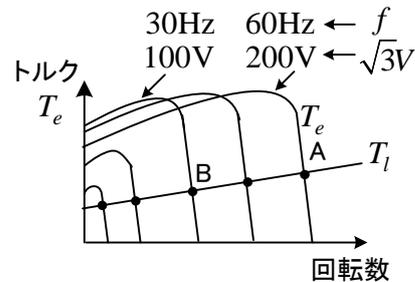


図 2-23 V/f 一定制御(ブーストなし)