

第4章 同期モータ

○ 同期発電機のしくみ(mechanism of synchronous generator)

発電には、水力発電、火力発電、原子力発電、エンジン発電などがあるが、その原理は簡単で、磁界の中でコイルを機械的に回転させる（またはコイルの中で磁石を回転させる）だけでよい。自転車のライトもこの原理である。電磁誘導の法則により、コイルに誘導起電力を発生させるのである。発電の違いは、何により回転させるかの違いで、火力発電ではボイラで蒸気を発生させタービンを回し、その力で発電機を回す。

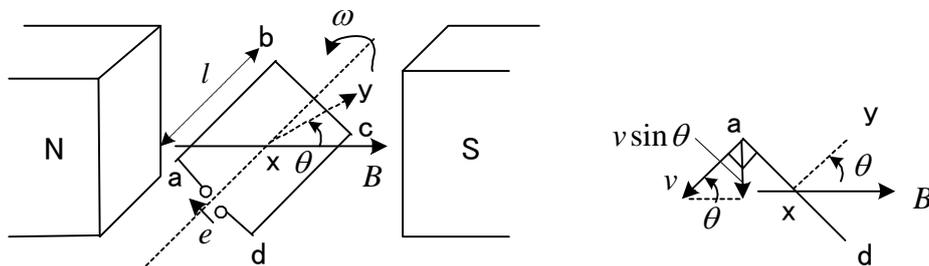


図 4-1 発電機のしくみ

磁束密度(magnetic flux density) $B(\text{Wb/m}^2)$ の磁界中で、コイル $abcd$ に力を加え角速度 $\omega(\text{rad/s})$ で回転させる。すると、コイルには、電磁誘導により誘導起電力(電圧) $e(\text{V})$ が生じる。これを求めてみよう。コイル片 ab と cd は磁束を切るように動くので電圧が生じる。コイルの角速度は ω だから、その周辺速度 $v(\text{m/s})$ は、半径を掛けて $d\omega/2$ となる。 B に直角方向の速度は、その $\sin\theta$ 成分である。従って、**フレミングの右手の法則**(Fleming's right-hand rule)より、 ab 間の電圧 e_{ab} (b 点に対する a 点の電圧) は、

$$e_{ab} = Blv \sin\theta = Bl \frac{d}{2} \omega \sin\theta \quad (4-1)$$

cd 間の電圧 e_{cd} も同様に考えて、 $e_{cd} = e_{ab}$ となる。なお、 B と速度ベクトルのある面に垂直な方向の電圧しか生じないので、 bc , ad 間には電圧は生じない。従って、

$$e = e_{ab} + e_{cd} = Bld \omega \sin\theta \quad (4-2)$$

となる。これを、図に描くと、図 4-2 のようになる。最大値 E_m を大きくするには、強力な磁石を使って磁束密度 B を大きくするか、発電機を速く回して ω を大きくすれば良い。自転車のライトもこの原理で発電している。ペダルを速くこぐほど明るくなるのはこのためである。

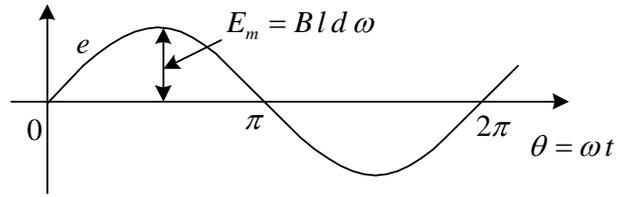


図 4-2 発電機に生じる電圧

原理は変わらないが、実際には磁石を回転させた方が、起電力の取り出しに便利である。これを**回転界磁形**とよび一般に用いられている。

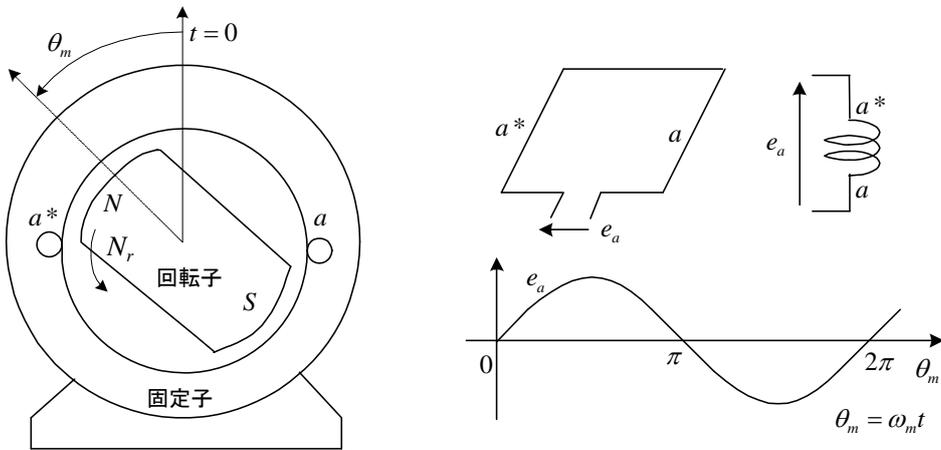


図 4-3 単相同期発電機 (2 極 2 poles)

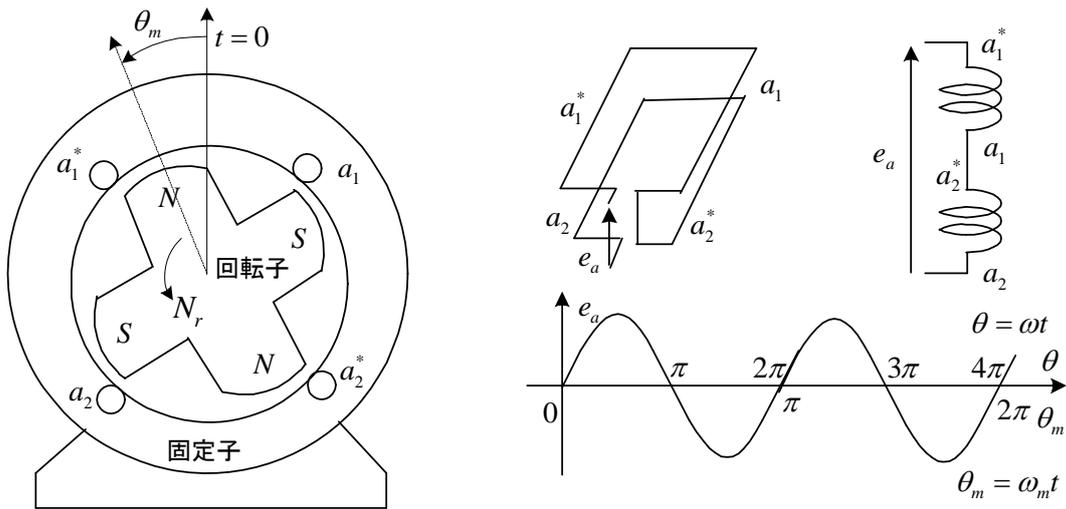


図 4-4 単相同期発電機 (4 極 4 poles)

図 4-4 のように、磁石を 2 つ (磁極の数は 4 で 4 極という) 用いて回転させるとどうなるだ

ろうか？ 回転子を1回転（機械的角度の変化）させると，2周期分の電圧（電氣的角度で表す）を生じる。両者を区別するため，**機械角**(mechanical angle) θ_m と **電氣角**(electrical angle) θ を用いる。

$$\theta = \frac{P}{2} \theta_m \quad (4-3)$$

である。ただし， P ：極数(number of poles)

(4-3)を微分して角周波数（電氣角） ω と角速度（機械角） ω_m の関係は

$$\omega = \frac{P}{2} \omega_m \quad (4-4)$$

電圧の周波数(frequency)を f [Hz], 回転子の1分間の回転数(**同期速度** synchronous speed)を N_s [min^{-1}]とすると， $\omega = 2\pi f$ だから

$$N_s = \frac{120}{P} f \quad (4-5)$$

問題1 水車発電機が，200 [min^{-1}]で回転し，60Hzの周波数の電圧を発生している。この発電機の極数はいくらか。

(解) $P = \frac{120}{N_s} f = 36$ 極

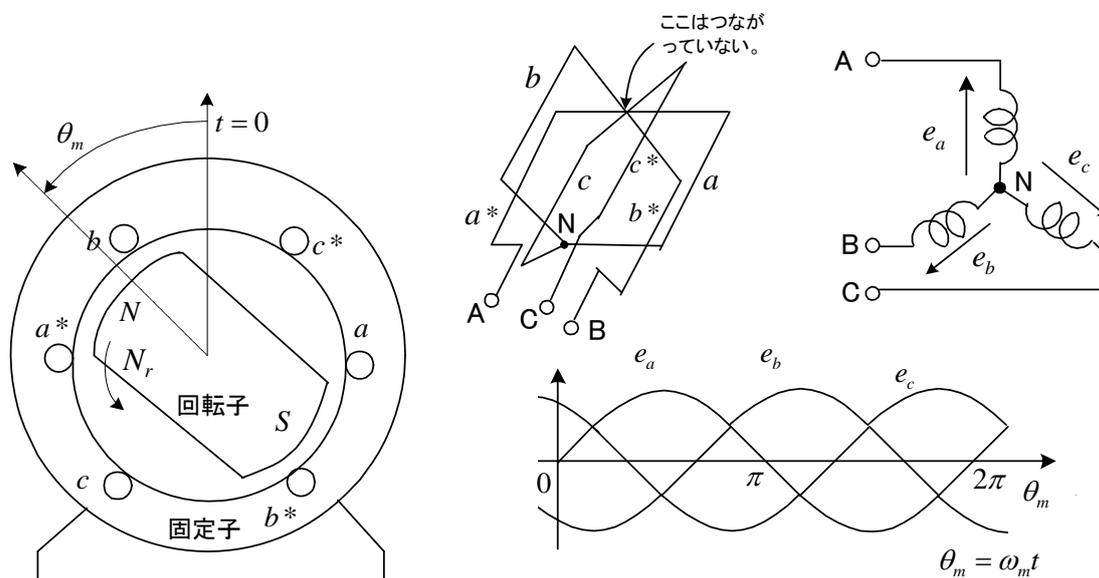
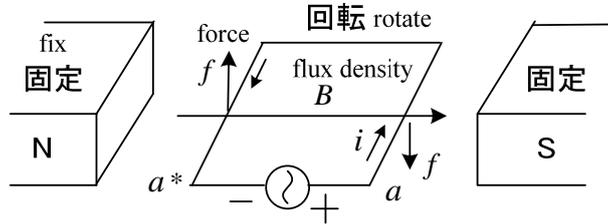


図 4-5 三相同期発電機 (2 極)

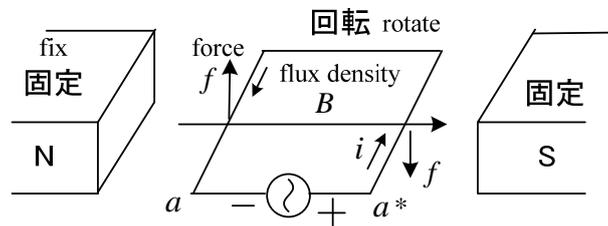
実際に発電所で使われているのは，**三相同期発電機**である。図 4-5 にその原理図を示す。

○ **同期モータの原理 (ブラシレス DC モータ Brushless DC motor)**

図 4-1 のように、磁界の中でコイルを回転させると交流電圧を生じた。それでは逆に、コイルに交流電圧を加えてやると、コイルは回転するだろうか？



(a) 最初の状態(initial state)

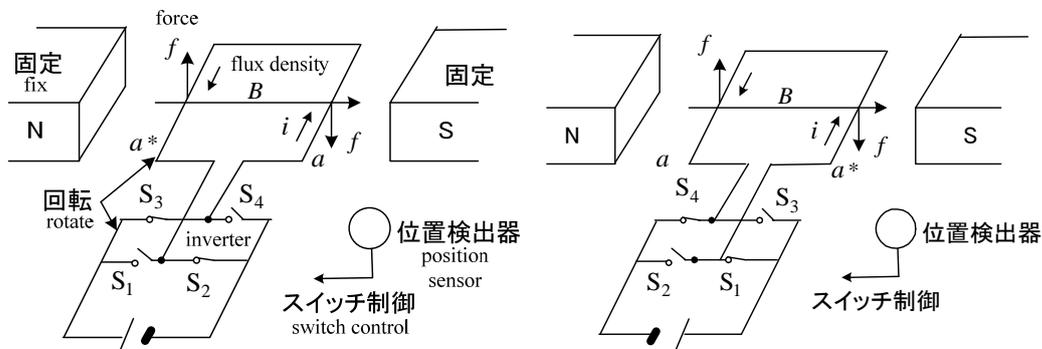


(b) コイルが半回転した状態(half rotation)

図 4-6 同期モータの原理 (principle of synchronous motor)

図 4-6 で考えてみよう。始めに(a) 図に示すように、電流が流れていると、**フレミングの左手の法則(Fleming's left-hand rule)**で図の力が働き回転する。そしてちょうど半回転したとき、電源電圧の極性もちょうど反転して電流も同じく反転したなら、うまい具合に同じ方向に力が働き回転を続けることができる。しかし、実際には電源電圧の周期とモータが回る周期は一致するとは限らない。特に、モータが回り始めるときは、回転の方がゆっくりであろう。したがって、単純に交流電源を接続しただけでは回転させることはできない。

この問題を解決するうまい方法がある。これは実際よく用いられている方法で、図 4-7 に原理を示す。直流電源、スイッチ、コイルは同時に回転できるものとする。



(a) 初めの状態(initial state)

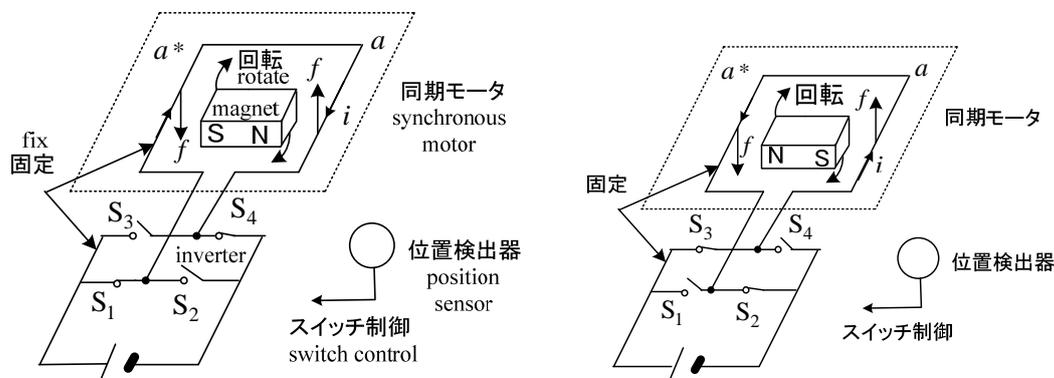
(b) コイルが半回転した状態(half rotation)

図 4-7 同期モータをうまく回転させる方法

図(a)の位置にコイルがあるとき、 S_2 と S_3 をオンする。すると電流が図の向きに流れ、図の向きの力が働く。半回転したら、今度は S_1 と S_4 をオンする。このとき、コイル片 a^* は右側に来ているが、 a^* では上向きに電流は流れる。従って、力の向きは変わらずコイルは回転し続ける。このためには、コイルが半回転したことを知るセンサ（位置検出器）が必要で、この情報によりスイッチを切り替える。従って、コイルには交流電流が流れる。4つのスイッチは、直流から交流を作る装置で、**インバータ(inverter)**と呼ばれる。

この話はどこかで聞いたことがあるはずだ。そう、DC モータの原理と同じである。DC モータのブラシと整流子は、図 4-7 のスイッチと位置検出器の役割と全く同じである。ブラシと整流子を位置検出器付きのインバータと呼んでもいいだろう。このことから、図 4-7 のモータを**ブラシレス DC モータ**と呼ぶことがある。DC モータに比べて、機械的に接触する部分がないことが優れている。

ところが、これではコイルや直流電源を回転することになるので実用的でない。そこで、力の作用と反作用により、磁極は逆向きに力を受けているので、磁極を回転できるようにしてコイルや電源を静止させておくことが考えられる。これを図 4-8 に示す。磁石はコイルに働く力の反作用で回転する。なお、電気信号でオン、オフするスイッチとしては、トランジスタが使われる。**ブラシレス DC モータ**という言葉は、モータに流れる電流が方形波(きれいな正弦波でない)の場合に用いられている。



(a) 初めの状態(initial state) (b)磁石が半回転した状態(half rotation)

図 4-8 実際の同期モータの運転法 (ブラシレス DC モータ)

Brushless DC motor.

○ 永久磁石同期モータ

永久磁石同期モータは誘導モータに比べてモータのコストは高いが、効率、力率が高い利点があり、小・中容量のモータとして用途が拡大している。永久磁石を回転子表面に張り付けた**表面磁石同期電動機 (SPMSM: Surface Permanent Magnet Synchronous Motor)**と回転

子内部に永久磁石を埋め込んだ**埋込磁石同期電動機 (IPMSM: Interior Permanent Magnet Synchronous Motor)**に分類される。SPMSM はトルク脈動が小さくサーボモータとしてロボットや工作機械に広く利用されている。IPMSM は、リラクタンストルクも有効に利用することができ、結果として効率や**トルク/電流** (電流あたりのトルク) が改善されることから自動車や家電製品に広く用いられている。高速運転は、巻線に生じる起電力が大きくなるが、インバータの出力電圧には上限があるので制御できなくなる。このため**弱め磁束制御 (field weakening control)**を行い、起電力を小さくして高速領域までの運転を行っている。

フェライト磁石は掲示物などに使用される磁石で、磁力は弱いが安価なモータに利用されている。最近では**希土類磁石 (rare earth magnet)**が広く採用されている。特に強力な磁力をもつネオジム-鉄-ボロン (Nd-Fe-B) 磁石が主流として使われている。このとき保持力を高めるために添加する元素がディスプロシウム (Dy) である。Nd, Dy いずれも希土類であるが、Dy は特に埋蔵量が少なく、しかも中国に偏在している。Dy はあと十数年で枯渇するという見通しもあり、今後の永久磁石の開発や永久磁石を使わないモータの性能向上が望まれている。

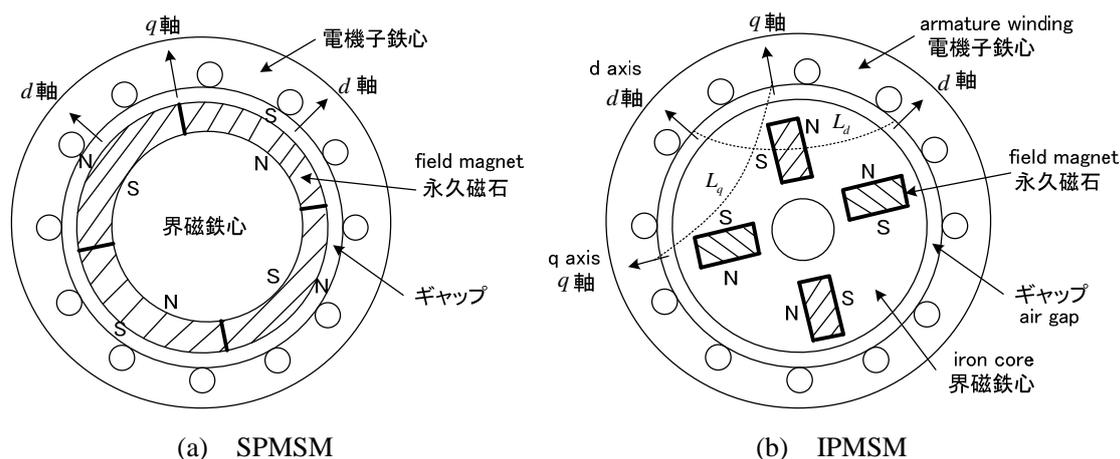


図 4-9 永久磁石同期モータの断面図(cross section of PM motor) (4 極)

PM 同期モータの数学モデルとしては、図 4-10 に示す突極形のモータを考えればよい。IPMSM の数学モデルがこれに対応し、SPMSM のモデルはこの特殊なケースとして得られる。 d 軸 (direct-axis) を N 極上に、 q 軸 (quadrature axis) をそれと直交する方向に取った座標軸を用いてモデル化した Park の式が広く用いられている。Park の式 (Park's equation) は次式となる (導出は付録 4 参照)。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d p & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

ここで、 R_s : 電機子巻線抵抗, L_d : d 軸インダクタンス, L_q : q 軸インダクタンス
 ω_r : 回転角速度 (電気角), ψ : 速度起電力係数, p : 微分演算子

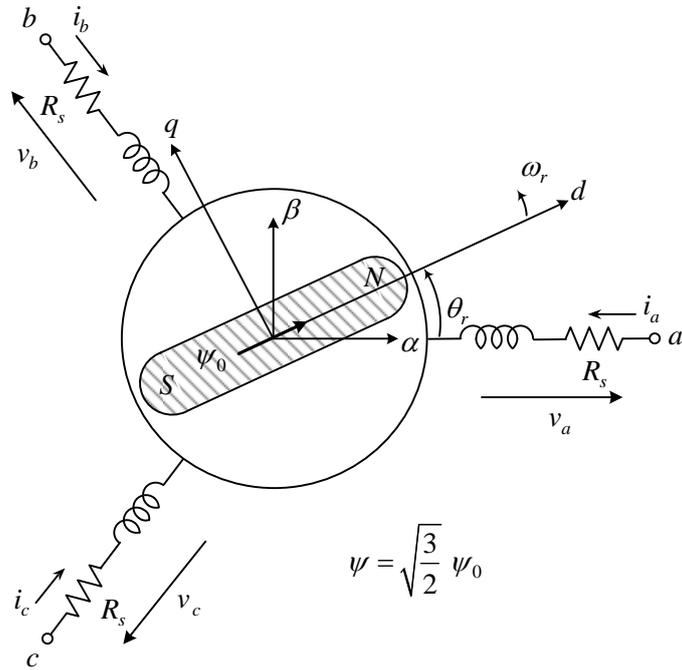


図 4-10 PM 同期モータの d - q 軸(d - q axis of PMSM)

鎖交磁束を用いると(4-6)の Park の式は、次式で表される。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega_r \\ \omega_r & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

$$\text{ここで, } \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \psi \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

変数変換は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

ただし, $\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$ (電気角), f : 相電圧 v , 相電流 i , 鎖交磁束 ψ を意味する。

逆に,

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

中性点を接地しないとき、**零相成分**は $f_0 = 0$ としてよい。このとき、(4-10)より

$$f_a = \sqrt{\frac{2}{3}} (f_d \cos \theta_r - f_q \sin \theta_r) = \sqrt{\frac{2}{3}} V_a(t) \cos(\theta_r + \varphi_f) \quad (4-11)$$

$$\text{ただし, } V_a(t) = \sqrt{v_d^2 + v_q^2}, \quad \varphi_f = \tan^{-1} \frac{f_q}{f_d} \quad (4-12)$$

b, c 相はそれぞれ $2\pi/3, 4\pi/3$ 遅れる。PM 同期モータの発生トルクは、次式で与えられる(導出は付録 6 参照)。

$$\tau_e = \frac{P}{2} \{ \psi i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \} \quad (4-13)$$

第 1 項が磁石によるトルク、第 2 項が磁氣的な**突極性**(saliency)によって生じる**リラクタンストルク**(reluctance torque)である。SPMSM のモデルは、 $L_d = L_q$ とすればよくリラクタンストルクはない。図 4-9 の IPMSM では、 $L_d < L_q$ となる。永久磁石の透磁率は極めて小さく、空気と同じと考えてよい。従って、磁界は透磁率の高い鉄心を通るので L_q が大きくなる。

次に、**定常解析**を行ってみよう。定常状態では、電源電圧に同期して電動機が一定速度で回転していると仮定する。このとき、(4-9)より、 v_d, v_q は一定値になる。(4-6)より、入力電圧が一定の定常解は $p = 0$ において得られる。また、このときトルクは(4-13)より脈動がなく一定値となるので、最初に仮定した一定速度が成立する。以上のことから $p = 0$ として定常解が得られる。(4-6)より定常解は

$$v_d = R_s i_d - \omega_r L_q i_q \quad (4-14)$$

$$v_q = R_s i_q + \omega_r (L_d i_d + \psi) \quad (4-15)$$

図 4-11 に $i_d < 0$ の場合の定常状態での空間ベクトル図を示す。**空間ベクトル**は次式で与えられる。

$$\dot{v}_{dq} = v_d + j v_q, \quad \dot{i}_{dq} = i_d + j i_q, \quad \dot{\psi}_{dq} = \psi_d + j \psi_q \quad (4-16)$$

$d-q$ 軸上からみたこれらのベクトルは一定である。各ベクトルに $e^{j\theta_r}$ を掛けたものが静止座標系での空間ベクトルであり時間と共に回転する。これは $d-q$ 軸が角速度 ω_r で回転していることに対応している。

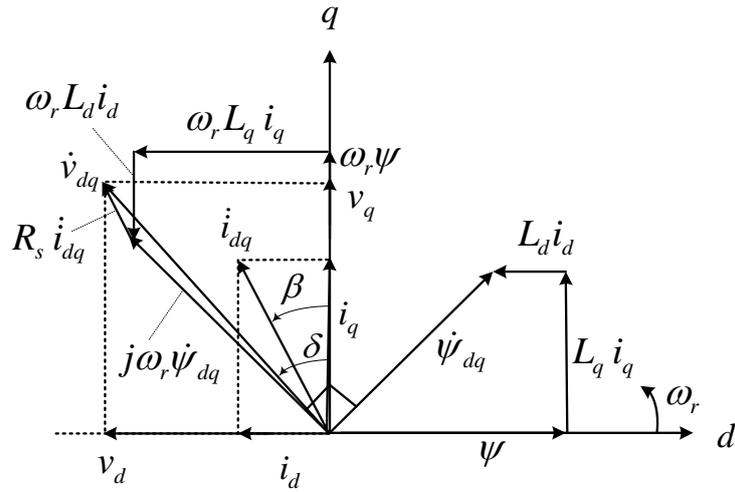


図 4-11 定常状態の空間ベクトル図⁽³⁶⁾

電流の大きさを

$$|i_{dq}| = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = I_a = \sqrt{3} I_e \quad (4-17)$$

ここで、 I_e : 相電流の実効値 ((4-11)参照)

とおくと、

$$i_d = -I_a \sin \beta, \quad i_q = I_a \cos \beta \quad (4-18)$$

である。 β は電流進み角と呼ばれている。トルクは

$$\tau_e = \tau_m + \tau_r \quad (4-19)$$

$$\tau_m = \frac{P}{2} \psi i_q = \frac{P}{2} \psi I_a \cos \beta \quad : \quad \text{マグネットトルク} \quad (4-20)$$

$$\tau_r = \frac{P}{2} (L_d - L_q) i_d i_q = \frac{P}{4} (L_q - L_d) I_a^2 \sin 2\beta \quad : \quad \text{リラクタンストルク} \quad (4-21)$$

と表せる。

電圧については、

$$|\dot{v}_{dq}| = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} = V_a = \sqrt{3} V_e \quad (4-22)$$

ここで、 V_e : 相電圧の実効値 (V_a : 線間電圧の実効値)

$$\text{とおくと、} \quad v_d = -V_a \sin \delta, \quad v_q = V_a \cos \delta \quad (4-23)$$

である。 δ は負荷角と呼ばれている。定常状態で、力率は

$$\cos \varphi = \cos(\delta - \beta) \quad (4-24)$$

となる。これは、位相差 $\varphi = \delta - \beta$ が、静止座標でも変わらず、一般の a 相電圧フェーザと a 相電流フェーザの位相差に相当するためである。

(4-11)から、 δ の正負によらず a 相電圧の瞬時値は次式で与えられる。b, c 相はそれぞれ $2\pi/3, 4\pi/3$ 遅れる。

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}}(v_d \cos \theta_r - v_q \sin \theta_r) = \sqrt{2} V_e \cos(\theta_r + \delta + \frac{\pi}{2}) \quad (4-25)$$

また、空間ベクトルについては次式が得られる。

$$\dot{v}_s = \sqrt{3} V_e e^{j(\theta_r + \delta + \frac{\pi}{2})}, \quad \dot{v}_{dq} = \sqrt{3} V_e e^{j(\delta + \frac{\pi}{2})} \quad (4-26)$$

以上の結果は、V/f一定制御、ベクトル制御、センサレスベクトル制御いずれに対しても成立する。制御の違いは、何が既知数（指令値）で何が未知数かの違いである。

PM 同期モータのトルク制御である**ベクトル制御**は容易である。回転子位置を検出することで、磁極の位置がわかるので、永久磁石が作る磁束の向き θ_r が検出できる。あとは、誘導モータと同様に電流制御を行えばよい。このときのブロック図を図 4-12 に示す。この場合、電流はきれいな正弦波になるので、**ブラシレス DC モータ**の用語は用いない。図の 2 相 /3 相変換は(4-10)により、次式で演算する。

$$\begin{bmatrix} i_a^* \\ i_b^* \\ i_c^* \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^* \\ i_q^* \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

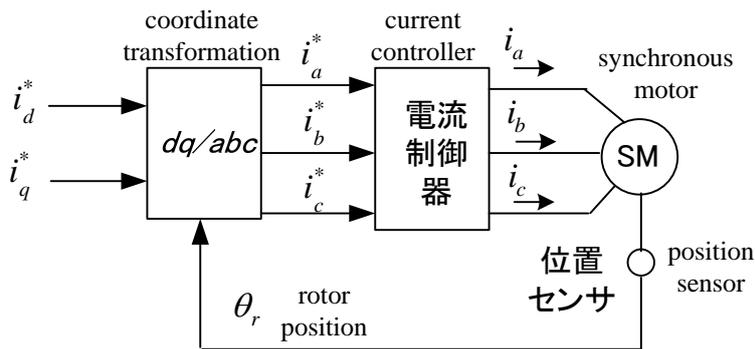


図 4-12 PM 同期モータのベクトル制御(Vector control of PMSM)

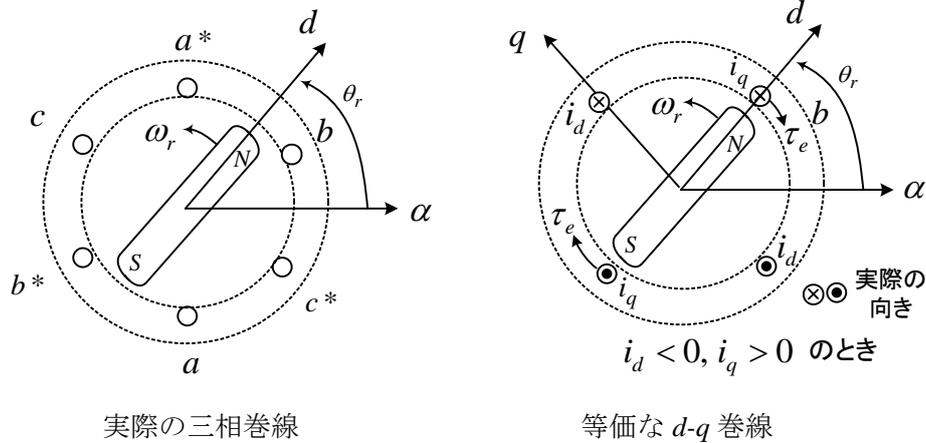


図 4-13 PM 同期モータのベクトル制御(Vector control of PMSM)

図に示す等価な d - q 巻線に指令した d - q 電流 i_d^* , i_q^* を流すため、実際の三相巻線に流す電流を計算するのが (4-27) である。等価とは同じ磁束分布になるということ。磁極の位置に基づいて直流から交流に変換するので、(4-27) の座標変換は DC モータのブラシと整流子の動作に類似している。DC モータのブラシと整流子は単に直流から交流に変換するだけでなく、磁極の位置に基づいて巻線が切り替わっている。 i_q に働くトルクの反作用として磁石に反対向きで同じ大きさのトルクが働き図の向きに回転する。

同じベクトル制御でも SM の場合は磁石が作る磁束の向き（一次電流が作る磁束は入っていない）を検出しているが、誘導機の場合には一次電流と二次電流の両方で作る磁束の向きを検出(推定)している点が異なる。DC モータは、 $i_d^* = 0$ とした SM のベクトル制御に等価である。 q 軸電流が電機子電流に対応する。

図 4-12 のシステムを解析する。電流制御が理想的で次式が成り立つとする。

$$i_a^* = i_a, i_b^* = i_b, i_c^* = i_c \quad (4-28)$$

SM の解析を行う座標軸は θ_r に同期した回転座標軸を選ぶことにする。すなわち (4-9) で変換する。このとき (4-9), (4-27), (4-28) より、次式が成り立つ。

$$i_d = i_d^*, i_q = i_q^* \quad (4-29)$$

従って、(4-6) の Park の式とトルクは次式で表わせる。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_d p & -\omega_r L_q \\ \omega_r L_d & R_s + L_q p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^* \\ i_q^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \psi \end{bmatrix} \quad (4-30)$$

$$\tau_e = \frac{P}{2} \{ \psi i_q^* + (L_d - L_q) i_d^* i_q^* \} \quad (4-31)$$

ベクトル制御では、磁極位置の d 軸電流と q 軸電流が直接制御でき、この結果(4-31)よりトルクが瞬時に制御できる。端子電圧は電流制御の結果自動的に定まり(4-30)から計算できる(これは誘導機のベクトル制御でも同じことである)。ベクトル制御で重要なのは磁極位置の検出と電流制御である。実際に用いられている電流制御法は d - q 軸電流に直して PI 制御する方式で、これについては第 8 章で詳しく述べる。

速度制御を行うには、速度の偏差を PI 制御して、その出力を q 軸電流指令 i_q^* とすればよい。これについても第 8 章で詳しく述べる。 d 軸電流指令 i_d^* については、いろいろの与え方が考えられている。SPMSM の場合には、高効率(high efficiency)で運転する場合には $i_d^* = 0$ と制御するのが望ましい。IPMSM の場合には、 $L_d < L_q$ だから $i_d^* < 0$ として、積極的に d 軸電流を流してリラクタンストルクを有効に利用し、同一の電流で最大のトルクを得る制御法が開発されている。(4-8)より $i_d < 0$ なら磁束は弱まる。

永久磁石同期電動機の種類(classification)を表 4-1 に示す。この中で、永久磁石を用いないでリラクタンストルクだけを利用する**リラクタンスモータ**は、回転子が鉄心のみで安価であり、高速回転や高温に強い。しかし、振動や騒音が大きくなる問題がある。英国製の掃除機や米国製の洗濯機で実用化されており、今後、永久磁石を用いないことから電気自動車への応用も期待されている。

表 4-1 同期電動機の種類⁽⁴⁰⁾

駆動方式 タイプ大別	回転子位置フィードバックあり (センサレス方式もある)		回転子位置 フィードバ ックなし
	正弦波電流駆動	非正弦波電流駆動	
永久磁石同期 モータ (PMSM) (Permanent Magnet Synchronous Motor)	<ul style="list-style-type: none"> ● 表面磁石同期モータ (SPMSM) (Surface Permanent Magnet Synchronous Motor) ● 埋込磁石同期モータ (IPMSM) (Interior Permanent Magnet Synchronous Motor) 	<ul style="list-style-type: none"> ● ブラシレス DC モータ (BLDCM) (Brushless DC Motor) 	
リラクタンス モータ (RM) (Reluctance Motor)	<ul style="list-style-type: none"> ● シンクロナスリラクタン スモータ (SynRM) (Synchronous Reluctance Motor) 	<ul style="list-style-type: none"> ● スイッチトリラク タンスモータ (SRM) (Switched Reluctance Motor) 	
ステッピング モータ (Stepping Motor)			<ul style="list-style-type: none"> ● PM 形 ● HB 形 ● VR 形