

数学的活動の充実とICTの活用を取り入れた授業の考察 ～「協働」を通じた数学的活動～

峰 陽児・作元浩二・山本圭介
(長崎大学教育学部附属中学校)
平岡賢治
(長崎大学教育学部)

1. はじめに

平成24年度から完全実施されている学習指導要領中学校数学科の目標は、平成20年1月の中央教育審議会答申の中で、改善の基本方針として示された「算数的活動・数学的活動を一層充実させる」こと等を受け、

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

と示されている。本校数学科においても今年度の研究主題を「直面した課題を、数学を活用して解決する生徒の育成」とした。これは、数学的な活動を充実させることで数学を活用しようとする態度を育み、数学の必要性やよさが実感でき、更には数学の活用力を伸ばすことにつながると考えたからである。

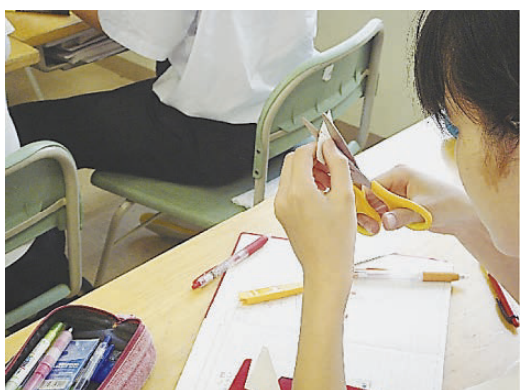
そこで、われわれは既習事項を活用し、多様な考え方で答えを導くことができる課題を題材として選んだ。課題解決に当たり、「よりよい考え方」を追求するためには、自己の思考の枠から抜け出し、他者の新しい考えに触れ、多様な考え方を比較・検討していく「協働」の場が必要である。本校では、研究主題を「新たな価値を見いだす子どもの育成」とし、今年度から小中連携に取り組んでいる。その目標達成の手段として、「9か年を見通して協働によって思考力・判断力・表現力を高める学習を実践する」とし、本実践においても協働を通じた数学的活動に取り組んだ。数学科の授業における協働とは、他者と関わりながら、自他の考えの数学的なよさに気づいたり、多様な考え方を統合したりして自身の思考や表現を広げる場と捉えた。この協働を通して数学的な思考力や表現力、活用力を更に伸ばしたりすることをねらったものである。

また、中学校学習指導要領の総則においてICTの主体的、積極的活用等、学習指導の充実が示されている。本実践においても、ICTを用いることで、より学習課題を視覚的にイメージさせることができると考えて活用を図ることとした。

2. 授業について

題材として、第2学年の「4章 平行と合同」における「多角形の内角の和」を採り上げた。この題材は、既習事項（小学校第5学年）である「三角形の内角の和は 180° である」ことを利用して多角形の内角の和を求め、更に「 n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ である」ことを導くものである。小学校においては「三角形の内角の和は 180° である」ことを、実際に三角形をかいて実測させたり、角を切り取って一直線になるように並べかえたりして学習している。

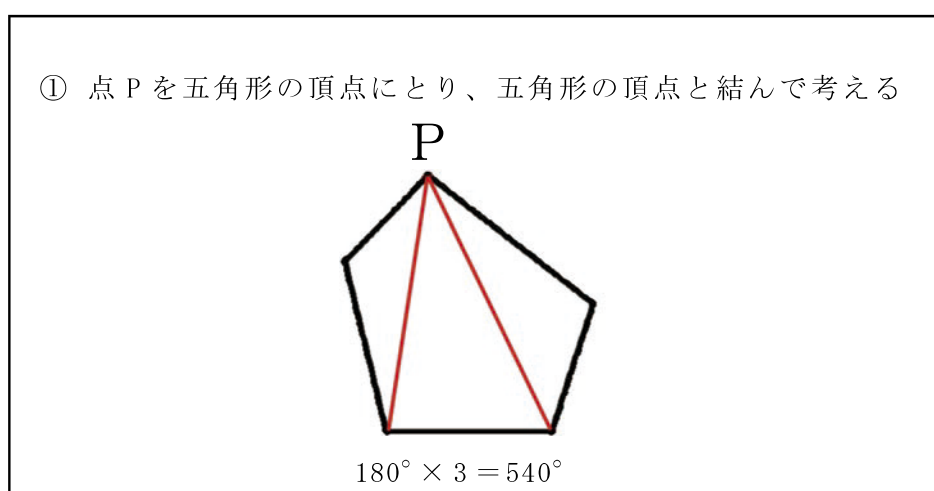
実際の授業では、前時において、操作的な活動を通して多角形の内角の和を求め、本時へつなげることを目標として授業を行った。具体的には、まず小学校の復習として、実際に三角形をかき、3つの角を切り取って、並べかえると一直線になることで 180° になることを確認した。その後、四角形、五角形、六角形と頂点の数を増やし、三角形と同じように角を切り取ってノートに並べかえて貼っていくことで、内角の和が何度になるかを求めた。



生徒は、いくつかの三角形に分割して和を求める方法で既に学習していることではあったが、実際に角を切って貼る活動に黙々と取り組んだ。三角形と四角形については特に問題なく活動が進んだが、五角形は内角の和が 360° を超えるため、 360° を超える分については隣に並べるよう、指示した。これは、内角の和が何度になるかを見やすくするためである。六角形まで終わる頃、気付いたことを生徒に尋ねると、「頂点の数が1つ増えるごとに内角の和は 180° 増える」という反応があった。そこで、この時間のまとめとして、「三角形の内角の和

は 180° である」ことと「多角形は、頂点の数が1つ増えるごとに 180° ずつ内角の和が増える」ことを確認し、その上で「頂点の数が更に増えても角を切り取って角度を求めることはできるのだろうか」、「三角形だけを考えても全ての三角形について内角の和は 180° だといえたのだろうか」という疑問を投げかけ、次時は具体物を切らずに別の方法で多角形の内角の和を求めることを伝えて終わりとした。

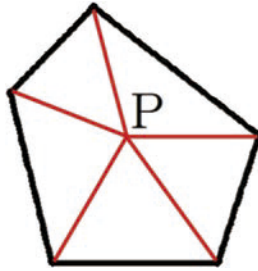
本時では、多角形の内角の和を、三角形の内角の和を基に多様な考え方で求め、一般化することを目標として授業を行った。まず、五角形の内角の和を図1のように点Pを頂点上にとり、そこから対角線を引くことで3つの三角形に分ける例を示して、内角の和を求めさせることにした。



〔図1〕

次に、この考え方とは違った考え方ができないか生徒へ投げかけた。つまり、点Pの位置を頂点以外とし、点Pと五角形の頂点を結んでできる三角形を基にして求められないかというものである。このとき、個人で考えた点Pの決め方をクラス全体で共有するためにICTを用いて提示することにした。また、点Pと五角形の頂点を結んだ補助線が、点Pが移動していくにつれて一緒に動いていく様子も示すことにした。今回のデジタルコンテンツを作成する際に使用したソフトウェアは、関数グラフソフト「GRAPES」である。GRAPESの利点は、関数領域だけでなく、図形領域でも活用できることや、グラフや図に動きをつけて提示できること、フリーソフトであるということである。このコンテンツを、プロジェクトを通して黒板に映し、思いついた生徒にワイヤレスのマウスを自由に扱って点Pをドラッグし、その図を式に表わすとどうなるかを説明させることにした。すると、最初に生徒から出た点Pの位置および内角の和の求め方は次の図2のとおりである。

② 点 P を五角形の内部にとり、五角形の頂点と結んで考える

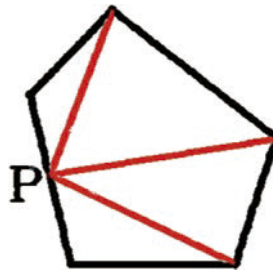


$$180^\circ \times 5 - 360^\circ = 540^\circ$$

〔図 2〕

生徒は、五角形の頂点、内部と点 P が移動してきたため、次に頂点がどのような移動をするのかイメージしやすかったのか、更に 2 つの点 P の位置が出された。以下の図 3 と図 4 の 2 つである。

③ 点 P を五角形の辺上にとり、五角形の頂点と結んで考える



$$180^\circ \times 4 - 180^\circ = 540^\circ$$

〔図 3〕

④ 点 P を五角形の外部にとり、五角形の頂点と結んで考える



$$180^\circ \times 4 - 180^\circ = 540^\circ$$

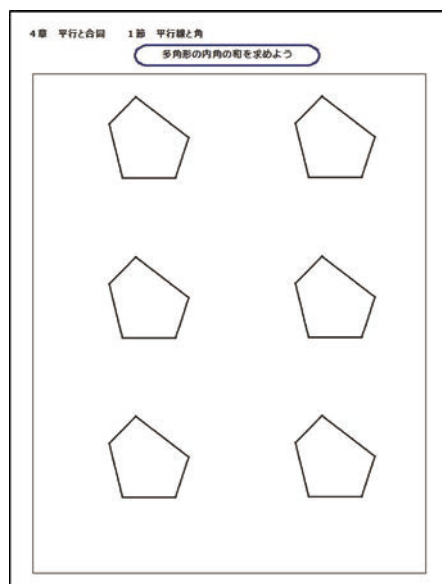
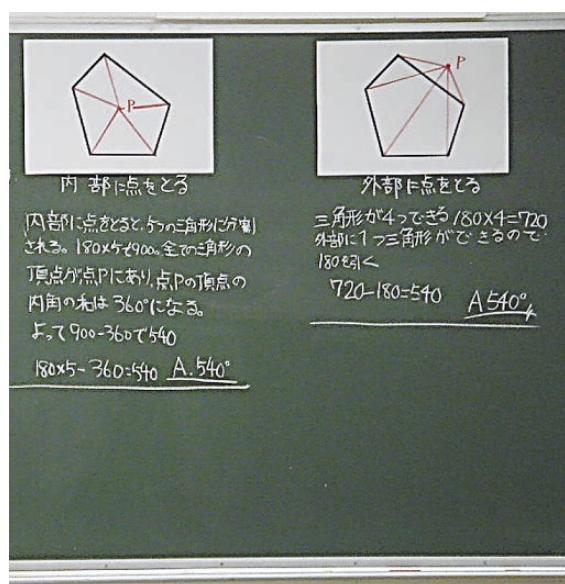
〔図 4〕

ここまで①から④までの 4 つの点 P の位置とそのときの内角の和の求め方が

出されたが、内角の和を求める際のキーワードは全て「三角形の内角の和は 180° である」ということである。生徒は、自分が思いつかなかった他の考えを級友の発表によって知ることができ、「そうか」や「なるほど」といったつぶやきを発していた。しかし、点Pが移動することによって変化する図とその場合の考え方の見通しが立たなかった生徒にとっては考える時間が短く、思考の深まりがないまま他者の考えを聞いて次へ進むことになってしまった。

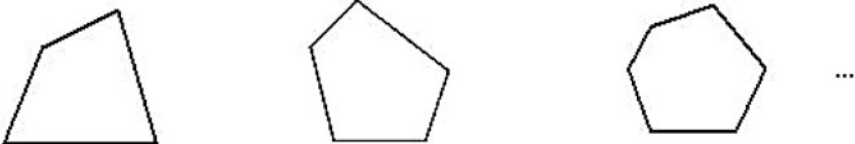
この場面で ICT を利用したが、クラス全員で 1 つの画面を見ることにより共通のイメージを持たせることができるということ、動的に提示することができるということの 2 つを利点として確認することができた。一方で、画面が変化していくため、模造紙やコピー用紙などに直接かいた図を準備することも必要となる。

特に、今回のように多様な考えを求める授業においては、比較する対象を黒板に残すことが重要であり、板書計画を綿密に考えておく必要がある。今回の授業においても、黒板には PC の画面とコピー用紙にかいた図の両方を提示し、生徒にはワークシートを配付して手元にも考え方の記録を残すようにした。



次に、①から④の4通りの考え方を利用して、他の多角形（四角形と六角形）の内角の和を求めさせることにした。ただし、①から④のどの考え方でも多角形の内角の和を求められることを確認するため、教師側でどの考え方を使うか振り分けることにした。生徒には規則性に気づかせることで一般化を図ることを目的に表の空欄を埋める形で次のワークシートに取り組みさせることにした。

他の多角形では…



	四角形	五角形	六角形	…
				…
内角の和を求める式				…

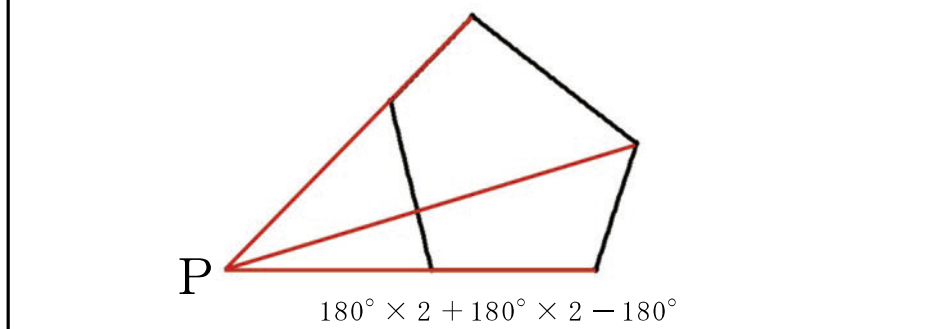
表を完成させた後、 n 角形の内角の和はどのようなになるか生徒に投げかけた。すると、作成した表を基に規則性を見だし、下の①から④の式を完成させた。

- ① $180^\circ \times (n-2)$
- ② $180^\circ \times n - 360^\circ$
- ③ $180^\circ \times (n-1) - 180^\circ$
- ④ $180^\circ \times (n-1) - 180^\circ$

更に、これらは展開して整理すると全て同じ式になるということを確認した上で、最終的に①の式をまとめとし、本時の授業を終えた。

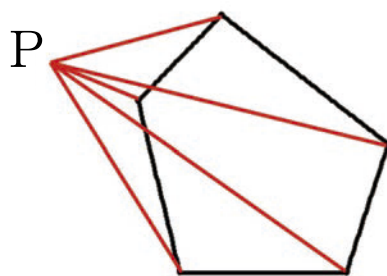
また、点 P の位置として、教科書にはもう 1 つ掲載されていること (図 5)、他のクラスで授業を行った際、①から④までの考え方以外 (図 6) が出てきたことから、次の時間の初めに考えさせた。

- ⑤ 点 P を五角形の外部にとり、五角形の頂点と結んで考える



〔図 5〕

② 点 P を五：形の外にとり、五角形の頂点と結んで考える



$$180^\circ \times 3 + 360^\circ - 180^\circ \times 2$$

〔図 6〕

3. 授業の考察

本授業は、学習指導要領解説数学編(2008)で示されている3つの数学的活動の中の1つ「ア 数や図形の性質などを見いだす活動」を念頭に置いて行ったものである。これは、算数や前時の学習内容等の既習の数学を基にして学習する活動であり、生徒が学習のつながりを作ることが大切である。そのため、前時では小学校で学んだ「三角形の内角の和は 180° である」ことを確認し、それを基に本時の学習内容である「 n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ である」を導くものである。多角形の内角の和は、授業で展開したように多様な考え方で求めることができるため、比較したり分類したりすることで自他の数学的な考えのよさに気づくことができる。生徒は今後、図形領域の学習を既習の数学と結びつけたり、発展させたりしながら新しい性質等を学んでいくことが多いため、今後の授業における考え方を押さえる意味でも重要なものである。

しかし、生徒の数学的な力はさまざまであり、学習内容の定着が鍵となるため、実感を伴うために操作的な活動を取り入れたり、機会があるごとに振り返りを行ったりしながら、系統性を意識して指導していくことで学習内容の定着を図る必要がある。更に、「協働」を成り立たせるためには、自分の考えを持ち、それを相手にわかりやすく説明する力が求められるが、本時では、自分の考えを持たせるための十分な時間を確保できず、思考が十分に深まらないまま授業が展開していったことは残念であった。

4. 授業後の研究協議

この授業は、学内研究会の授業として行われたものであり、授業後に行われた研究協議での主な内容は次のようであった。

- 今回の授業は多様な考え方を導き出すというものであったが、解法のパターンに触れるだけで終わってしまった感がある。

- 思考を広げる、高めるといった授業では問題選びが重要である。80%くらいは問題で決まるのではないだろうか。
- 今日の授業は、「課題」なのか「問題」なのかがよくわからなかった。課題はあったが、問題はなかったように思う。
- 「協働」とは、人との関わりの中で、人の考えに触れるだけで高まるのだろうか。まずは、自分の考えを持つことが大切だと思うが、今日の授業では自分の考えを持つ時間がなかった。
- 多様な考えを引き出す場面では、一部の生徒と教師で授業が進んでいったように感じた。教師主導の授業だったように思う。
- 小学校の算数と中学校の数学では内容的に連携できるものとできないものがある。したがって、内容ではなく、数学的な考え方を連携させるのがよいのではないだろうか。
- 授業の始めから終わりまで、どこに力を入れたいのかよくわからなかった。軽重をつけて授業をつくるのがよいと思う。
- 今日の授業で、生徒は何を学んだのかわかっているだろうか。何かを学ばせるためには、動機づけが必要である。どういうものを使い、どういうことを指導することで何を学ばせるかを考える必要がある。

○指導助言

- ・内角の和を求める際、式をつくることができない生徒がいた。そういった生徒に対しての支援が必要である。
- ・教師主導にならないように研修を重ね、その成果を出してほしい。
- ・一般化に向けて表を完成させていったが、「n」を用いた式をつくる時には「式」から一般化させるのではなく、根拠を基にして理解させることが大切である。
- ・問題の理解ができなければ「協働」にはならない。1つの頂点から対角線を引いて説明した後、他の考え方を生徒に求めたが、生徒の動きが止まっていた。他の考え方をいかにして引き出すかが重要である。
- ・今日の授業のキーワードは「三角形の内角の和は 180° 」であるが、前時はいろいろな多角形の角を切り取り、並べかえるといった操作的な活動を通して内角の和を求めた。前時と本時のつながりが薄い。

5. おわりに

算数・数学科の問題解決において、最終的な答は1つであっても、それにたどり着くまでの過程は1つとは限らないことがある。この特色を生かして、今回の授業では、自分なりの考え方で課題に取り組み、それを表現し、他者と伝え合い、自他の考えを比較、統合することで多様な考え方のよさや必要性を実感させるとともに、数学的な思考力・表現力を伸ばしたいと考えた。 n 角形の内角の和を求める式を導く過程で、多様な考え方を引き出し、自他の考えを比較させたいというねらいがあった。その中で、多様な考え方を引き出すためには、自分なりの考えを持つための時間を確保することや問題理解のために教師の適切な発問が必要だったと考える。時間の確保ができなかったことについては、本時の最終的なゴールが多角形の内角の和を一般化することだったが、多様な考え方に重点を置きすぎたことが原因と考えられる。また、生徒に多様な考え方を求める際、生徒は何を考えればよいか理解が十分ではなかった。指導助言でもいただいたように、問題理解ができなければ自分の考えを持つことはできないし、協働もできない。思考を深めさせる時間をしっかりと確保し、より数学的活動が充実するよう改善を重ねていきたい。また、ICTについては、今回は提示することを目的として利用した。ICTのメリット、デメリットについても更に検討を重ねる必要がある。多様な考え方を引き出す際に、手元にICT機器があれば実際に書かなくても自分でいろいろと試すことができ、思考の幅が広がると考えられる。また、前述したように画面は変わってしまう（消えてしまう）ので、思考の過程をノートやワークシートに残すような手だてをとる必要がある。教師側も黒板に残すべき内容と消していい内容とを精選し、より効果的な板書計画を考えなければならない。

今後は、この単元だけでなく、年間を通して数学的な活動のさらなる充実及びICTの活用についても工夫を重ね、実践を積み重ねていきたい。

参考文献

- ・文部科学省(2008), 中学校学習指導要領解説数学編、教育出版
- ・藤井斉亮, 俣野博他(2011), 新しい数学2, 東京書籍