

フラフープと変位拡大機構を用いた制振装置における 非線形現象

吉武裕*・稲垣和成**

Nonlinear phenomena in vibration control devices using Hula-Hoop and displacement magnification mechanism

Yutaka YOSHITAKE*, Kazunari INAGAKI**

The authors have been studying vibration control devices using Hula-Hoops. A displacement magnification mechanism has been devised so that vibration can be controlled even when the vibration amplitude of the main system to be controlled is small, and its effect is investigated. The purpose of this study is to clarify the vibration behavior in the system to be controlled by the Hula-Hoop and the displacement magnification mechanism. The results obtained from the numerical calculation are summarized as follows. (1) Nonlinear vibration phenomena such as beat, chaos, and 1/2 subharmonic vibration are confirmed. (2) Vibration control is not desired in the frequency range where above-mentioned vibrations other than the fundamental harmonic vibration occur.

Key words : *Nonlinear vibration, Vibration control device, Forced vibration, Hula-Hoop, Displacement magnification mechanism.*

1. 緒言

パッシブな制振装置の一つにバランシングの原理に基づく自動平衡装置^{1),2)}があるが、自動平衡装置は有害な自励振動が発生する可能性があるため、著者らは自励振動が発生する可能性のないフラフープの運動の原理を利用した制振装置を提案し、渦励振などの自励振動の制振^{3),4)}、強制振動の制振^{5)~8)}に適用した。機械としては一般的な遠心力型の強制外力が作用する系の共振振動数より高い振動数領域において特に効果的であることを示した^{7),8)}。また、補助モータを用いることによりフラフープの回転抵抗を打ち消す機能を追加して、制振効果の向上を確認するとともに、制振のために必要なエネルギーだけでなく、動力源エネルギーも含めた系全体のエネルギーと制振効果の関係⁹⁾、および、フラフープが主系の振動に同期回転

し制振を行う引き込み領域の広さとその特性等も調べた¹⁰⁾。一方、フラフープを用いた制振装置は主系の変位が小さすぎる場合にはフラフープは回転できず、制振できないが、主系の変位振幅が小さい場合でも制振できることが望ましい。そこで、フラフープにその回転中心の変位を拡大する機構を組み合わせることで、主系の変位振幅が小さい場合でもフラフープを回転可能とする機構、変位拡大機構を考案しその効果について調べた¹¹⁾。本研究では、フラフープと変位拡大機構を用いて振動系を制振する時の振動挙動をさらに詳細に明らかにすることを目的とする。

2. 記号

x_1 : 主系の変位

x_2 : 変位拡大機構並進運動部分質量の変位

令和元年 12 月 20 日受理

* システム工学部門 (Division of System Science)

** 総合工学専攻 (Department of Advanced Engineering)

- m_1 : 主系の質量
- m_2 : 変位拡大機構並進運動部分質量
- c_1 : 主系の粘性減衰係数
- c_2 : 変位拡大機構並進運動部分の粘性減衰係数
- k_1 : 主系のばね定数
- k_2 : 変位拡大機構並進運動部分のばね定数
- θ_u : アンバランスの回転角
- θ_h : フラフープの回転角
- m_u : アンバランスの質量
- m_h : フラフープの質量
- l_{Gu} : アンバランスの回転軸から重心までの長さ
- l_{Gh} : フラフープの回転軸から重心までの長さ
- I_{Gu} : アンバランスの重心回りの慣性モーメント
- I_{Gh} : フラフープの重心回りの慣性モーメント
- C_u : アンバランスの回転に関する損失トルク
- c_h : フラフープの回転に関する粘性減衰係数
- I_{GMu} : 動力源モータのロータの慣性モーメント
- K_{Tu} : 動力源モータのトルク定数
- K_{Eu} : 動力源モータの逆起電力定数
- N_u : 動力源モータのトルク特性の比例定数
- I_u : 動力源モータの電流
- L_u : 動力源モータの内部インダクタンス
- E_u : 動力源モータに与える電圧
- R_u : 動力源モータの内部抵抗

3. 数値計算

解析モデルを図1に示す。このモデルの運動方程式を求めた後、シューティング法とルンゲクッタギル法を用いて数値計算を行った。

3.1 運動方程式

運動方程式は次式となる。ここに x_i は変位 ($i=1,2$)、 θ_j はアンバランスとフラフープの回転角 ($j=u,h$) で、 x_i 方向にあるときを $\theta_j=0$ と定義している。以下、添え字 1 が主系、2 が変位拡大機構のフラフープ支持部、 u が

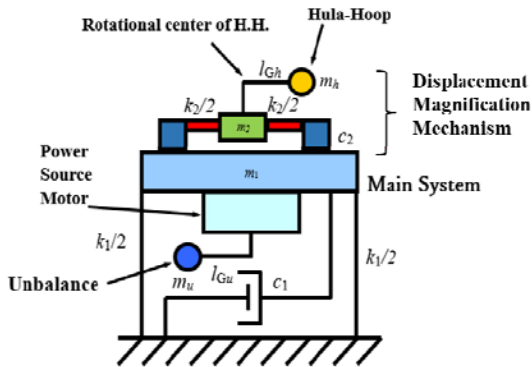


Fig.1 Analytical model

アンバランス、 h がフラフープに対応している。このほか各記号は第2章で定義したとおりである。

$$(m_1 + m_u)\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 - m_u l_{Gu} (\ddot{\theta}_u \sin \theta_u + \dot{\theta}_u^2 \cos \theta_u) = 0$$

$$m_2\ddot{x}_2 + m_h\ddot{x}_2 + k_2x_2 - k_2x_1 - m_h l_{hG} \ddot{\theta}_h \sin \theta_h - m_h l_{hG} \dot{\theta}_h^2 \cos \theta_h + c_2\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 = 0$$

$$m_u l_{Gu}^2 \ddot{\theta}_u + I_{Gu} \ddot{\theta}_u + I_{GMu} \ddot{\theta}_u - m_u l_{Gu} \dot{x}_1 \sin \theta_u + C_u = K_{Tu} I_u - N_u \dot{\theta}_u$$

$$m_h l_{Gh}^2 \ddot{\theta}_h + I_{Gh} \ddot{\theta}_h - m_h l_{hG} \ddot{x}_2 \sin \theta_h + c_h \dot{\theta}_h = 0$$

$$L_u \dot{I}_u = -K_{Eu} \dot{\theta}_u - R_u I_u + E_u$$

数値計算に用いたパラメータの値を以下に示す。

- $m_1=5.2\text{kg}$
- $c_h=1.97 \times 10^{-7}\text{Nms/rad}$
- $c_1=3.16\text{Ns/m}$
- $k_1=5.0 \times 10^3\text{N/m}$
- $K_{Tu}=5.85 \times 10^{-2}\text{Nm/A}$
- $L_u=4.40 \times 10^{-3}\text{H}$
- $K_{Eu}=5.85 \times 10^{-2}\text{Vs/rad}$
- $I_{Gmu}=4.40 \times 10^{-5}\text{kg} \cdot \text{m}^2$
- $N_u=3.53 \times 10^{-5}\text{Nms/rad}$
- $R_u=3.8\Omega$
- $C_u=4.80 \times 10^{-3}\text{Nm}$
- $m_2=0.138\text{kg}$
- $I_{Gu}=4.70 \times 10^{-5}\text{kgm}^2$
- $c_2=4.31\text{Ns/m}$
- $I_{Gh}=2.92 \times 10^{-6}\text{kgm}^2$
- $k_2=5.57 \times 10^2\text{N/m}$
- $m_u=20.1\text{g}$
- $m_h=12.5\text{g}$
- $l_{Gh}=l_{Gu}=1.9 \times 10^{-2}\text{m}$

3.2 共振曲線と分岐線図

図2に共振曲線を示す。横軸が動力源モータに与える

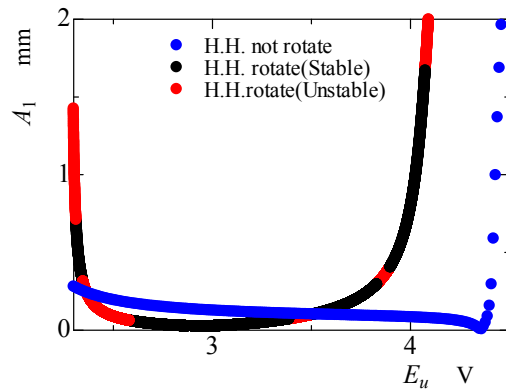


Fig.2 Resonance curve

電圧，縦軸が主系の振幅を表す．動力源モータに与える電圧の値が大きいほどアンバランスの角速度が大きくなり，主系の振動数は高くなる．また青い点が制振前の共振曲線を示し，黒い点と赤い点がフラフープを回転させているときの共振曲線を示す．また，黒い点が基本調和振動の安定解，赤い点はその不安定解を示している．図 2 より動力源モータに与える電圧 E_u が 2.29V～2.31V, 2.34V～2.58V, 3.38V～3.51V, 3.83V～3.90V, 4.08V～4.54V で不安定解が見られた．この領域で発生する振動現象に関して，分岐線図，ポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの位相関係，フラフープの角速度を用いて考察する．図 3 に分岐線図を示す．横軸に動力源モータに与える電圧，縦軸にフラフープの角度を示す．前述の不安定領域にアトラクターが広く分布していることがわかる．

3.3 各種非線形振動

ここでは前述の不安定領域の動力源モータに与える電圧 E_u が 2.4V, 2.57V, 4.2V, 4.28V, 4.315V のときと比較のために安定解の 2.67V の場合を示し，考察する．またポアンカレ断面は横軸にフラフープの角度，縦軸にフラフープの角速度を示す．変位波形は黒線が主系の変位，赤線がフラフープの回転中心の位置での変位を示す．フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)の図は黒線がアンバランスの角度，赤点がフラフープの角度を示す．フラフープの角速度波形は横軸が時間，縦軸がフラフープの角速度を示す．

(1) $E_u=2.67V$ の場合

まず，安定解の $E_u=2.67V$ のときのフラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度をそれぞれ図 4, 5 に示す．図 4 よりアンバランスとフラフープが逆位相となっており，その事によって制振ができています．図 5 よりフラフープの角速度はほぼ一定となっていることがわかる．一周期に二度小さな角速度変動があるがこれは主系と変位拡大機構並進運動部分の振動によるものである．

(2) $E_u=2.4V$ の場合

図 6～9 に $E_u=2.4V$ のときのポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度を示す．図 6 のポアンカレ断面が小さな閉曲線となっており，うなり振動を行っていると言える．図 8, 9 からフラフープは角速度変動を伴うもののアンバランスとほぼ同位相となっていることが

わかる．共振点より高い振動数だが，共振点に近い同位相になったと考えられる．そのため，図 7 に示す変位波形では大きな振動となっており，この電圧ではフラフープを用いて制振はできない．

(3) $E_u=2.57V$ の場合

図 10～13 に $E_u=2.57V$ のときのポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度を示す．図 10 のポアンカレ断面は閉曲線となっており，図 11 に示すように，変位波形は逆位相と同位相を繰り返すうなりとなっている．図 13 に示すようにフラフープの角速度は周期的に小さく変動しており，これがうなりの原因であると考えられる．また主系の変位が大きくなっている部分はフラフープを回転させる前に比べて変位が大きくなっているため，この電圧ではフラフープを用いての制振ができない．

(4) $E_u=4.2V$ の場合

図 14～17 に $E_u=4.2V$ のときのポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度を示す．図 14 から系はカオスとなっていることがわかる．また，図 16, 図 17 よりフラフープは回転しておらず，複雑な振動をしていることもわかる．主系の振幅がフラフープを回転させる前よりもはるかに大きくなっておりこの領域でもフラフープを用いての制振はできない．

(5) $E_u=4.28V$ の場合

図 18～21 に $E_u=4.28V$ のときのポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度を示す．図 18 のポアンカレ断面より，1/2 次の分数調波振動であるとわかる．また，図 19 と 20 よりフラフープが主系の 2 周期の間に，振幅が約 π の 1 周期の振動をしているが，主系の振動波形はほぼ一定振幅であり，主系の波形だけから 1/2 次分数調波振動と判別するのは困難である．また，この領域での制振は難しい．

(6) $E_u=4.315V$ の場合

図 22～25 に $E_u=4.315V$ のときのポアンカレ断面，変位波形，フラフープとアンバランスの角度位置(位相関係)，フラフープの角速度を示す．図 22 のポアンカレ断面は閉曲線となっており，系はうなり振動を行っている．図 24 よりフラフープは回転しておらず，振動中

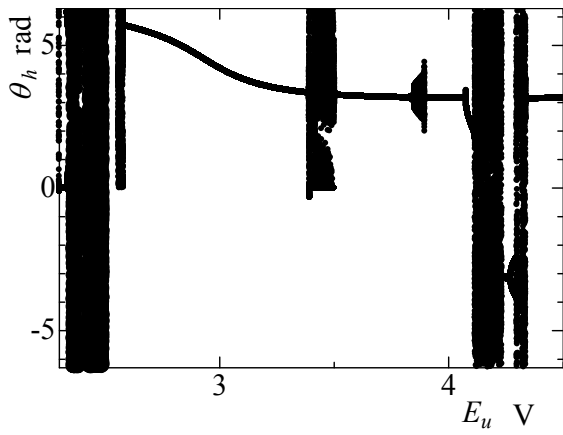


Fig.3 Bifurcation diagram

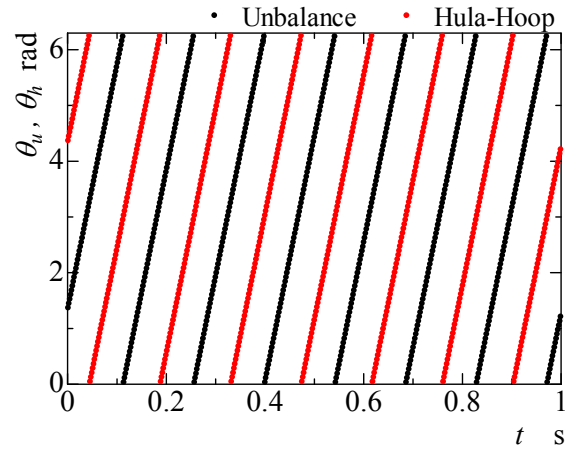


Fig.4 Angles of unbalance and Hula-Hoop ($E_u=2.67V$)

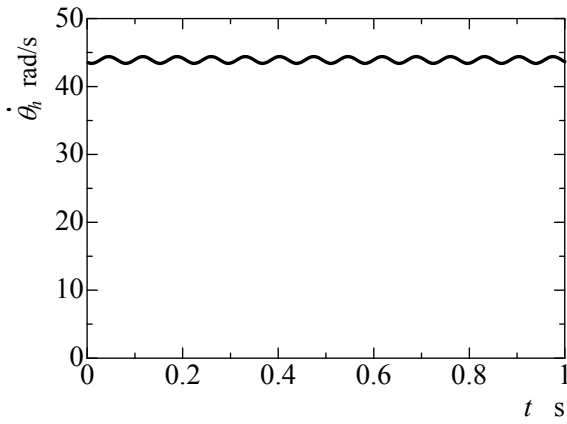


Fig.5 Angular velocity($E_u=2.4V$,Hula-Hoop)

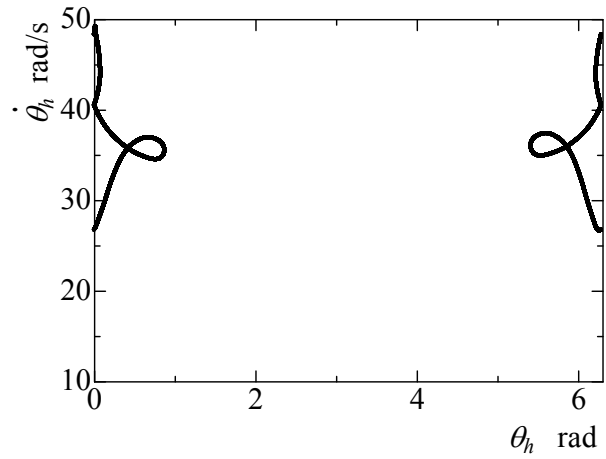


Fig.6 Poincare section ($E_u=2.4V$)

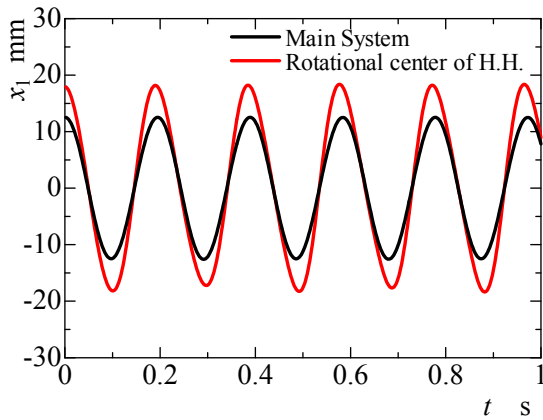


Fig.7 Displacement waveforms($E_u=2.4V$)

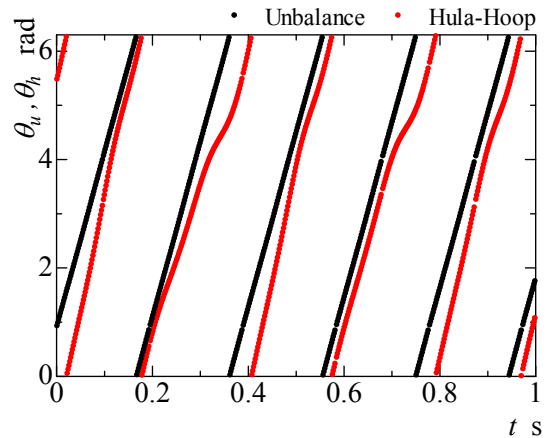


Fig.8 Angles of unbalance and Hula-Hoop($E_u=2.4V$)

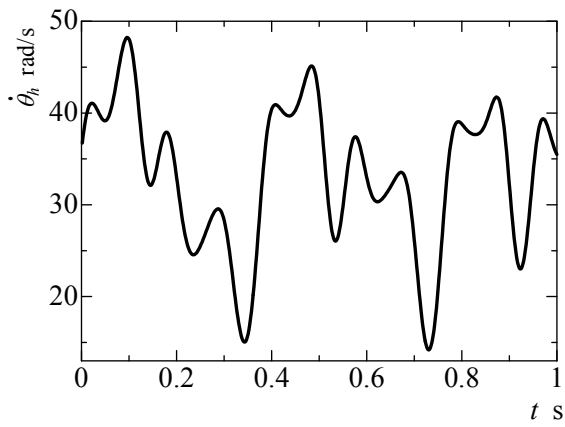


Fig.9 Angular velocity($E_u=2.4V$, Hula-Hoop)

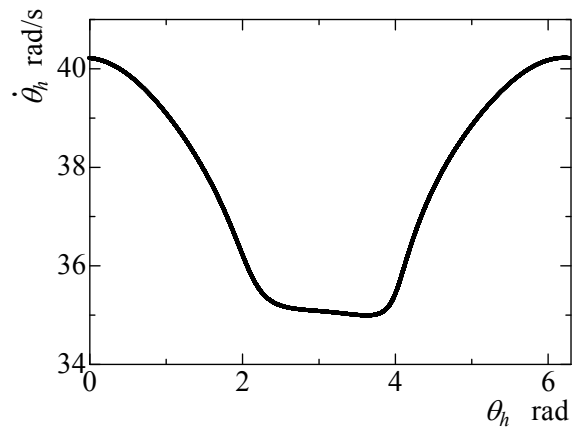


Fig.10 Poincare section($E_u=2.57V$)

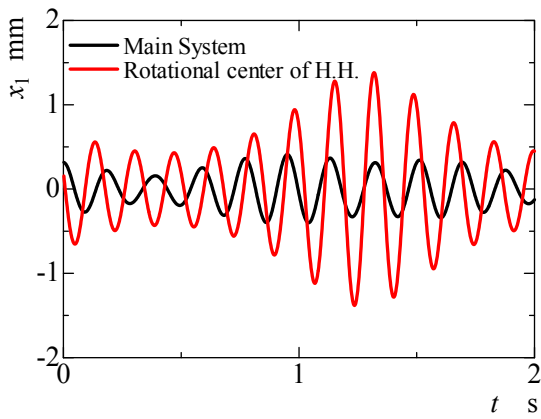


Fig.11 Displacement waveforms($E_u=2.57V$)

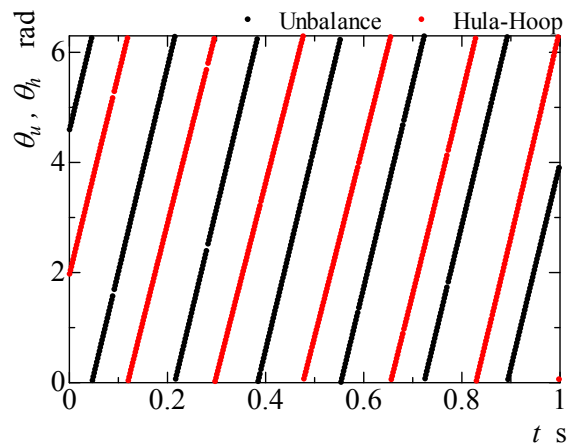


Fig.12 Angles of unbalance and Hula-Hoop($E_u=2.57V$)

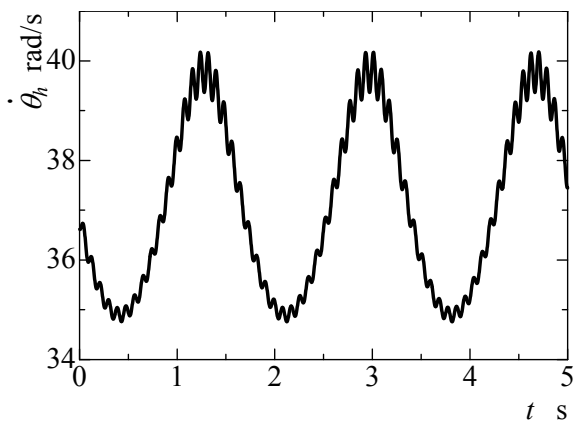


Fig.13 Angular velocity($E_u=2.57V$, Hula-Hoop)

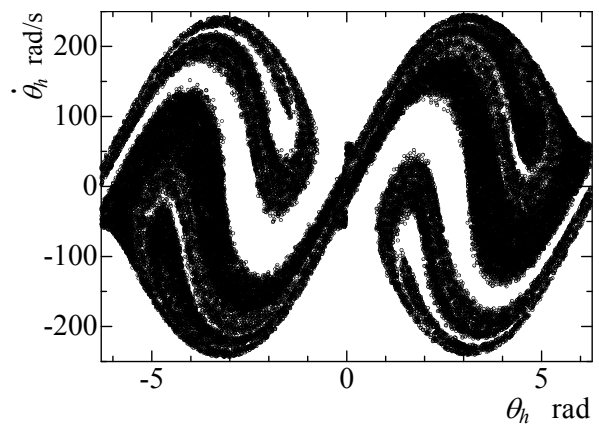


Fig.14 Poincare section($E_u=4.2V$)

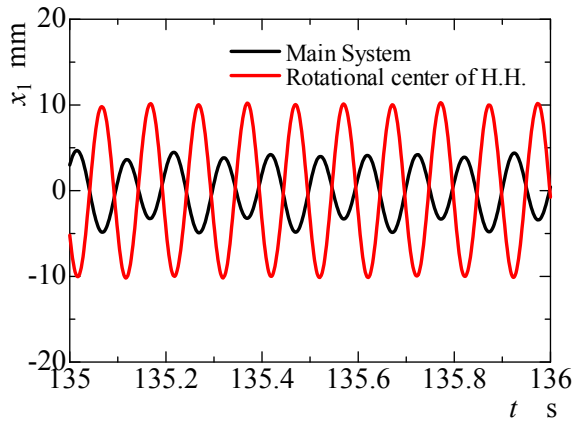


Fig.15 Displacement waveforms($E_u=4.2V$)

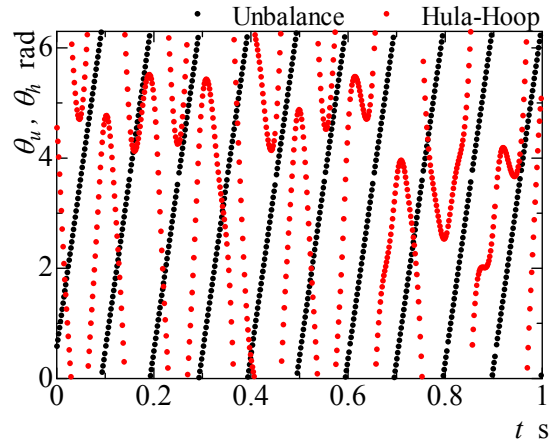


Fig.16 Angles of unbalance and Hula-Hoop($E_u=4.2V$)

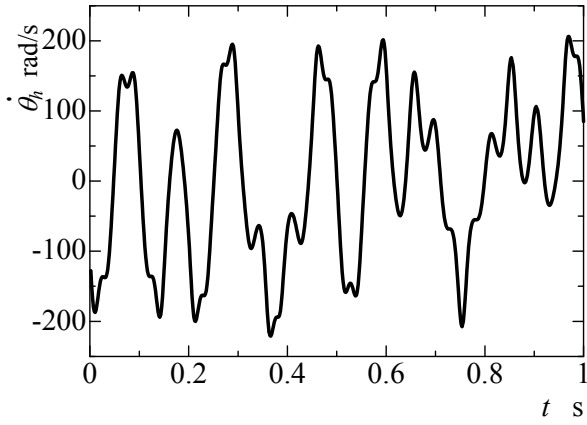


Fig.17 Angular velocity($E_u=4.2V$, Hula-Hoop)

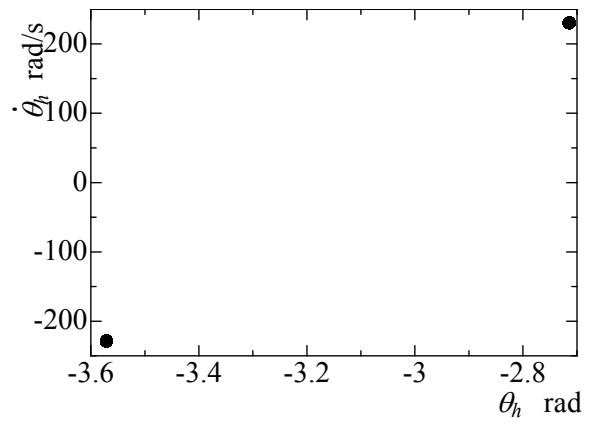


Fig.18 Poincare section($E_u=4.28V$)

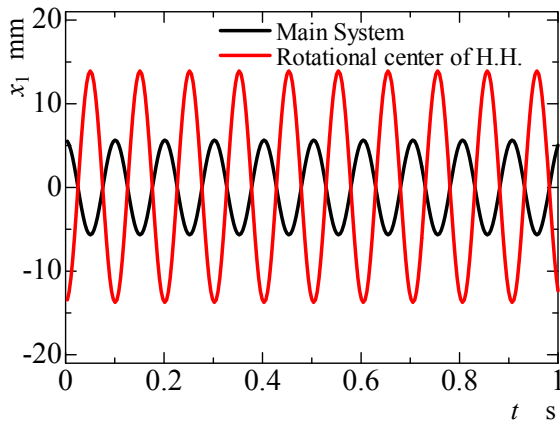


Fig.19 Displacement waveforms($E_u=4.28V$)

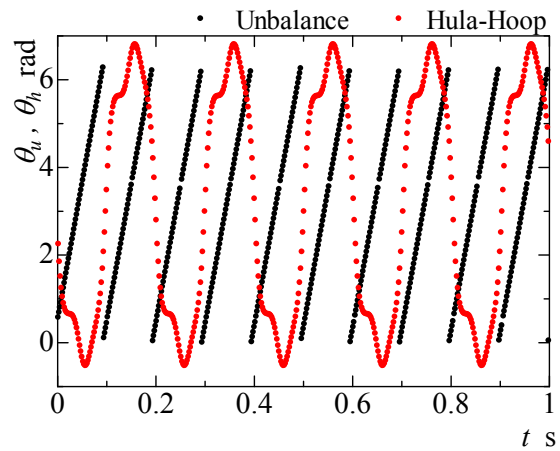


Fig.20 Angles of unbalance and Hula-Hoop($E_u=4.28V$)

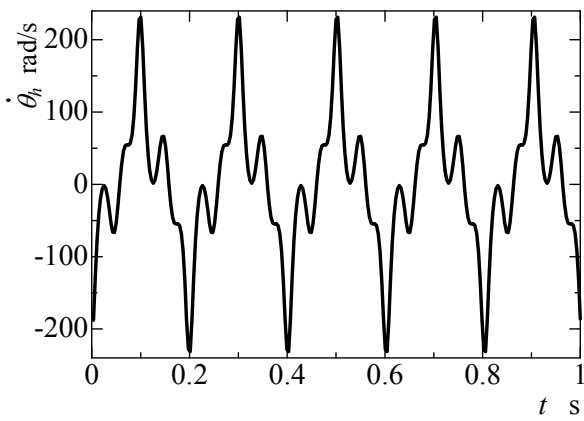


Fig.21 Angular velocity($E_u=4.28V$, Hula-Hoop)

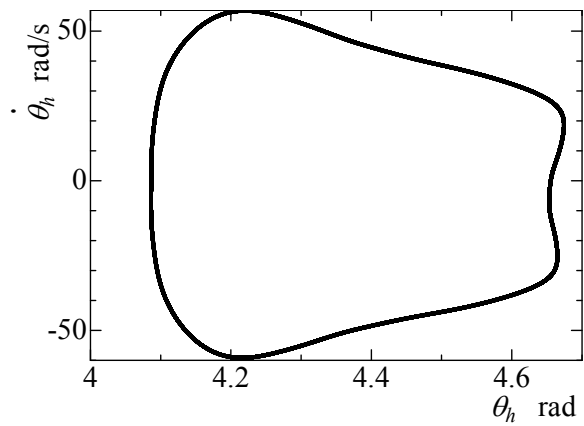


Fig.22 Poincare section($E_u=4.315V$)

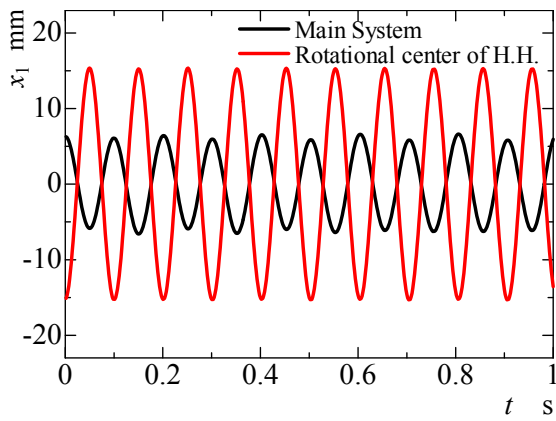


Fig.23 Displacement waveforms($E_u=4.315V$)

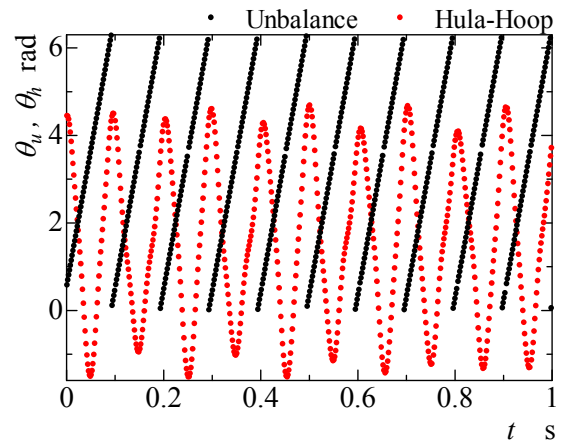


Fig.24 Angles of unbalance and Hula-Hoop($E_u=4.315V$)

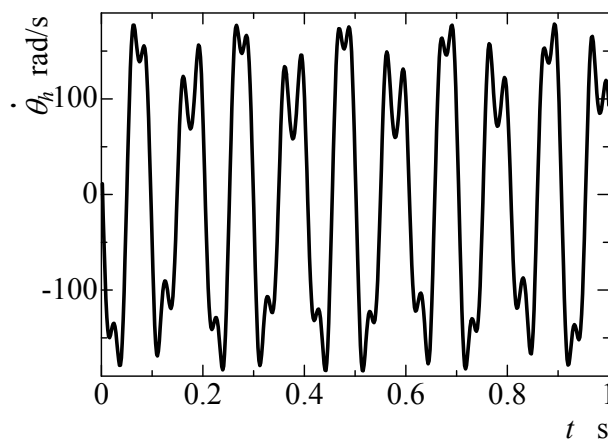


Fig.25 Angular velocity($E_u=4.315V$, Hula-Hoop)

心が約 $\pi/2$ で振幅が約 π の振動を行っていることがわかる。図 25 のようにフラフープの振動の速度変動はかなり大きい。主系の振幅が大きいため、主系の振幅の変動には大きな影響を与えていないことがわかる。また、この領域においても制振できていないことからこの領域での制振は難しい。

5. 結言

有限の動力源によりアンバランスが回転することで振動する一自由度振動系をフラフープと変位拡大機構からなる装置を用いて制振する問題において発生する各種非線形振動について実験および数値解析から調べた結果は以下のようにまとめられる。

- (1) うなり、カオス、 $1/2$ 次分数調波振動といった非線形振動現象を確認した。
- (2) 上記の基本調波振動ではない振動が発生する振動数領域では制振効果は望めない。

参考文献

- 1) 井上順吉, 陣内靖介, 荒木嘉昭, 中原章, “自動平衡装置 (その基礎的な特性)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.45, No.394 (1979), pp.646-652.
- 2) 井上順吉, 陣内靖介, 久保省蔵, “自動平衡装置 (動不つりあいへの適用)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.49, No.448 (1983), pp.2142-2148.
- 3) 吉武裕, 末岡淳男, 森山智樹, 山崎正則, “フラフープを用いた自励振動の制振と発電”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.66, No.646 (2000), pp.1785-1792.
- 4) Yoshitake, Y., Sueoka, A., Yamasaki, M., Sugimura, Y. and Ohishi, T., “Quenching of vortex-induced vibrations of towering structure and generation of electricity using Hula-Hoops”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, No.1-2 (2004), pp.21-38.
- 5) 吉武裕, 末岡淳男, 福島明寿, 山脇勝也, 赤峰秀樹, “機械・構造物の制振と発電を同時に行う装置の研究 (強制一自由度系の制振)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.66, No.650 (2000), pp.3233-3241.
- 6) Yoshitake, Y., Ishibashi, T. and Fukushima, A., “Vibration control and electricity generating device using a number of hula-hoops and generators”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.275, No.1-2 (2004), pp.77-88.
- 7) 吉武裕, 原田晃, 柴田佳紀, 永代行日出, 梶原修平, “フラフープを用いた制振装置”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.76, No.766 (2010), pp.1483-1488.
- 8) 吉武裕, 清水亮佑, 梶原修平, 柴原文高, 宮川史也, 原田晃, “フラフープとアシストモータを用いた制振”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.790 (2012), pp.2073-2083.
- 9) 吉武裕, 清水亮佑, 柴原文高, 梶原修平, 濱田知宏, 原田晃, “フラフープを用いた機械構造物の制振

(鉛直方向振動と水平方向振動の比較, および制振効果)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.792 (2012), pp.2760-2770.

- 10) 吉武裕, 安部晃, 村上心, 梶原修平, 古川隼人, 坂本竜二郎, “フラフープとアシストモータを用いた制振装置の引き込み領域と消費エネルギー”, 日本機械学会論文集, Vol.83, No.854 (2017), 17-00164.
- 11) 稲垣和成, 吉武裕, 坂本竜二郎, 古川隼人, 梶原修平, “フラフープと変位拡大機構を用いた制振装置”, 日本機械学会論文集投稿中.