

せん断パネルダンパーの設計式に関する一考察

その2 せん断パネルダンパーの最適スチフナ曲げ剛性比について

玉井宏章*, 妹尾文貴**

A Design Formula of Shear Panel Damper Part2 Optimum Stiffener Flexural Rigidity Ratio of Shear Panel Damper

by

Hiroyuki TAMAI* and Fumitaka SEO**

A shear panel dampers consisting of stiffeners and a panel surrounding four flanges are used as aseismic dampers for buildings in Japan. Cracks can easily form in a shear panel damper when the panel undergoes shear buckling during cyclic loading caused by a severe earthquake. The damper's plastic deformation capacity can be enhanced by installing several vertical and horizontal stiffeners on the panel. Plastic deformation capacity means the amplitude of cyclic deformation angle under which the damper's strength keeps its designed yield strength. Overall shear buckling of the panel causes sudden deterioration of the damper's strength. Hence, overall shear buckling in a panel must be prevented to ensure that the shear panel damper maintains its yield strength up to an assumed deformation angle. Chusilp and Usami proposed an optimum stiffener flexural rigidity ratio, which defines the stiffener's sectional properties in which subpanels divided by stiffeners reach shear buckling before the panel undergoes overall shear buckling. However, the terms of the Fourier series in the Rayleigh-Ritz method were 6x6, and the accuracy of the plate buckling coefficient is not satisfactory. The torsional rigidity of the stiffener is not taken into account in the analysis. Application conditions are restricted so that the vertical and horizontal stiffeners must be the same. Hence, we derived an equation for the shear buckling eigen value problem considering the effect of the stiffener's torsional rigidity from the principle of virtual work. Then, the optimum stiffener flexural rigidity ratio was calculated by the regula-falsi method using various combination numbers of vertical and horizontal stiffeners. Then, the required sectional properties of the stiffener are clarified for a shear panel damper.

Key words : Shear Panel Damper; Panel stiffening, Shear Buckling, Eigenvalue analysis

平成 25 年 7 月 4 日受理

* システム科学部門 (Division of System Science)

** 工学研究科 (Graduate School of Engineering)

1. はじめに

近年、建築構造において建物の地震応答を低減できる普及型の制振鋼材ダンパーとしてせん断パネルダンパーが用いられている。このパネルの座屈を防ぎ、降伏変形後に耐力を維持しうる変形性能を増大させるためにパネルを面外補剛するスチフナが取り付けられる。一般に、図1に示すような縦横スチフナでパネルが十分に面外補剛されるように設定する。スチフナの形状及び本数は、設計変形角内の繰り返し載荷において、パネル全体にスチフナをまたぐ全体せん断座屈を生じない剛性、幅厚比及び本数を設定する必要がある。せん断パネルダンパーのパネル全体で起こるせん断座屈を防止しうるスチフナの数量と断面性能はChusilp,Usami¹⁾によって検討されている。しかし、この中でも縦横両方向にスチフナを配置する場合で、縦スチフナと横スチフナの数が異なる場合は示されておらず、設計上この設計式が要望されている。本報では、まずスチフナ付パネルの座屈方程式を導出する。またその際、スチフナの捩り剛性を考慮する。そして導出した座屈方程式を基に固有値解析を行い、縦横スチフナ本数が異なる場合のスチフナ所要剛性について検討する。

2. スチフナ付パネルの弾性座屈方程式

2.1 基礎式

板の中央面に図2のような座標を置く。板のたわみが大きい場合、変位(U, V, W)及びひずみ(e_{xx}, e_{yy}, e_{xy})は、板中央の x, y, z 方向変位 u, v, w を用いて次式のよう

$$U = u - z \cdot \frac{\partial w}{\partial x}, \quad V = v - z \cdot \frac{\partial w}{\partial y}, \quad W = w \quad (1)$$

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2e_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - 2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

大変形下において、以下の仮想仕事の原理が成り立つ。

$$\begin{aligned} &\iiint_V (\sigma_x \cdot \delta e_{xx} + \sigma_y \cdot \delta e_{yy} + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \delta e_{xy}) dx dy dz \\ &= \iint_{S_m} \bar{P} \cdot \delta w dx dy + \iint_{S_\sigma} (\bar{F}_x \cdot \delta U + \bar{F}_y \cdot \delta V + \bar{F}_z \cdot \delta W) ds dz \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 V は板全体を、 S_m は板中央面を、 S_σ は力学的境界の領域を示し、 \bar{P} は S_m 上の z 方向分布力、 $\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z$ は力学的境界上の x, y, z 方向表面力である。

(3)式の停留条件から以下の釣り合い方程式と力学

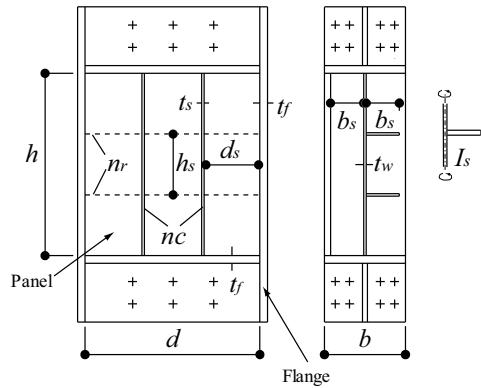


図1 せん断パネルダンパーの代表的形状

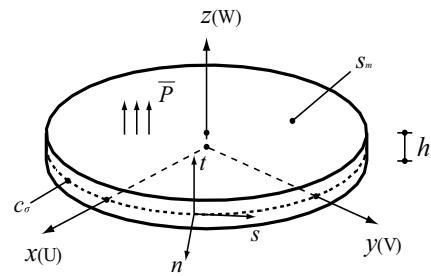


図2 パネルの座標系

的境界条件が得られる。

釣合い条件式(on S_m)

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (4.a,b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(N_x \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left(N_{xy} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_y \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) + p = 0 \end{aligned} \quad (4.c)$$

力学的境界条件式(in C_σ)

$$N_{xn} = \bar{N}_{xn}, \quad N_{yn} = \bar{N}_{yn} \quad (5)$$

$$Q_x \cdot \ell + Q_y \cdot m + N_{xn} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_{yn} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} = \bar{V}_z + \frac{\partial \bar{M}_{ns}}{\partial s}$$

$$M_n = \bar{M}_n$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz, \quad N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz, \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \\ M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot zdz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y \cdot zdz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \cdot zdz \\ N_{xn} &= N_x \cdot \ell + N_{xy} \cdot m, \quad N_{yn} = N_{xy} \cdot \ell + N_y \cdot m \\ M_{ns} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{ns} \cdot zdz, \quad M_n = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_n \cdot zdz \\ \bar{V}_z &= \int_{-h/2}^{h/2} \bar{F}_z dz, \quad \ell = \cos(n, x), \quad m = \cos(n, y) \end{aligned}$$

せん断パネルダンパーの設計式に関する一考察 その2 せん断パネルダンパーの最適スチフナ曲げ剛性比について

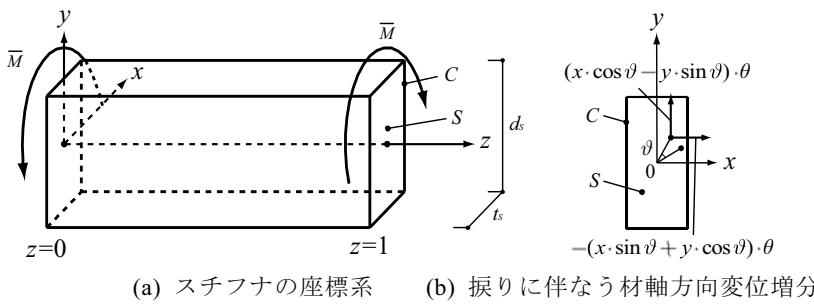


図3 純捩りを受けるスチフナ

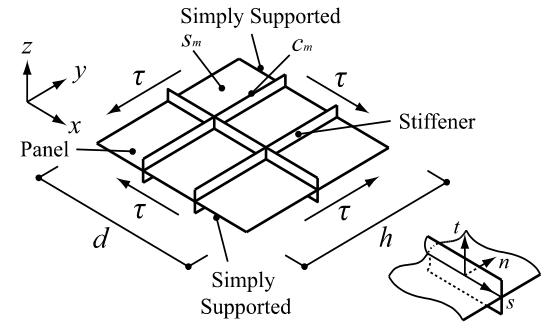


図4 せん断パネルと座標系

h は板厚, c_σ は中央面上の力学的境界であり, \bar{N}_{xn} , \bar{N}_{yn} , \bar{M}_{ns} , \bar{N}_n は対応する外力合応力表示したものである。

釣合い方程式と力学的境界条件を満足する初期応力として $\lambda \cdot \sigma_x^{(0)}$, $\lambda \cdot \sigma_y^{(0)}$, $\lambda \cdot \tau_{xy}^{(0)}$ が作用しており, これに微小な応力増分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ が生じて座屈したとする。この時の仮想仕事の原理は, 大たわみ問題の歪を適用して次の様に書ける。

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left\langle \left(\lambda \cdot \sigma_x^{(0)} + \sigma_x \right) \cdot \delta e_{xx} + \left(\lambda \cdot \sigma_y^{(0)} + \sigma_y \right) \cdot \delta e_{yy} \right. \\ & \quad \left. + 2 \cdot \left(\lambda \cdot \tau_{xy}^{(0)} + \tau_{xy} \right) \cdot \delta e_{xy} \right\rangle dx dy dz \\ & = \int_{c_\sigma} \left(\lambda \cdot \bar{N}_{xn}^{(0)} \cdot \delta u + \lambda \cdot \bar{N}_{yn}^{(0)} \cdot \delta v \right) ds \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} N_x^{(0)} &= h \cdot \sigma_x^{(0)}, \quad N_y^{(0)} = h \cdot \sigma_y^{(0)}, \quad N_{xy}^{(0)} = h \cdot \tau_{xy}^{(0)} \\ N_{xn}^{(0)} &= N_x^{(0)} \cdot \ell + N_{xy}^{(0)} \cdot m, \quad N_{yn}^{(0)} = N_y^{(0)} \cdot \ell + N_{xy}^{(0)} \cdot m \end{aligned} \quad (6)$$

であり, 次式の釣合い方程式と力学的境界条件を満足しているものとする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^{(0)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^{(0)}}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial N_{xy}^{(0)}}{\partial y} + \frac{\partial N_y^{(0)}}{\partial x} = 0 \quad (\text{on } s_m) \\ N_{xn}^{(0)} &= \bar{N}_{xn}^{(0)}, \quad N_{yn}^{(0)} = \bar{N}_{yn}^{(0)} \quad (\text{in } c_\sigma) \end{aligned} \quad (7)$$

また(6)式の付帯条件は, 次式の幾何学的境界条件である。

$$u=0, \quad v=0, \quad w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial n}=0 \quad (\text{in } c_u)$$

応力増分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は座屈時の微小増分を対象とする, それらに対応する合応力 N_x, N_y, N_{xy} は,

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad N_y = \frac{E \cdot h}{1 - \nu^2} \cdot \left(\nu \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ N_{xy} &= G \cdot h \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

であり, (6)式からわかるように, c_σ 上で,

$$N_{xn}=0, \quad N_{yn}=0$$

となり, c_u 上で,

$$u=0, \quad v=0$$

となるので, 結果として, 板全体で,

$$N_x=0, \quad N_y=0, \quad N_{xy}=0 \quad (9)$$

となる. (6)式を, (2), (7), (9)式を用いて, 整理して, 合応力を用いて表し, 高次項を省略すると, 次の座屈方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & - \iint_{s_m} \left\langle M_x \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + M_y \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + 2 \cdot M_{xy} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} \right\rangle dx dy \\ & + \lambda \cdot \iint_{s_m} \left\langle \left(N_x^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy}^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \delta_w}{\partial x} \right. \\ & \quad \left. + \left(N_{xy}^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_y^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \delta_w}{\partial y} \right\rangle dx dy = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 スチフナの効果の導入

○ 捶り剛性の評価²⁾

次に, 捶りを受けるスチフナの基礎式を導出する。スチフナを棒要素とし, 座標系を図3のようにとる。棒に初期応力が作用する場合を考える。簡略化のため初期応力は $\sigma_z^{(0)}$ (z 方向に依存せず, かつ (x, y) の関数) のみと仮定する。このとき, 変位 (u, v, w) は, 棒の x, y, z 方向変位 u, v, w を用いて次式のように表せる。

$$\begin{aligned} u &= -x \cdot (1 - \cos \vartheta) - y \cdot \sin \vartheta \\ v &= x \cdot \sin \vartheta - y \cdot (1 - \cos \vartheta) \\ w &= \theta \cdot \Phi(x, y) + \varepsilon_0 \cdot z \end{aligned} \quad (11)$$

ここに, $\vartheta(z)$ は撊り角, $\theta = d\vartheta/dz$ は撊り率, Φ はゆがみ関数, ε_0 は初期ひずみである。上式より, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -1 + \cos \vartheta, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\sin \vartheta, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -(x \sin \vartheta + y \cos \vartheta) \theta \\ \frac{\partial v}{\partial x} &= \sin \vartheta, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = -1 + \cos \vartheta, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = (x \cos \vartheta - y \sin \vartheta) \theta \\ \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} \theta, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \theta, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (12)$$

従つて, ひずみ $(e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{yz}, e_{xz}, e_{xy})$ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \cdot \theta^2, \quad 2e_{yz} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} + x \right) \cdot \theta + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \theta \cdot \varepsilon_0 \\ e_{yy} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \cdot \theta^2, \quad 2e_{xz} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - y \right) \cdot \theta + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \theta \cdot \varepsilon_0 \\ e_{zz} &= \varepsilon_0 + \frac{1}{2} \cdot (x^2 + y^2) \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0^2, \quad 2e_{xy} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \theta^2 \end{aligned} \quad (13)$$

純捩りの棒の線形解について考えることにすると ε_0 は無視できる。単位長さの棒材を考え、高次項を無視すると、内力のなす仮想仕事は以下のようにになる。

$$\iint_s (\tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \sigma_z^{(0)} \delta e_{zz}) dx dy \quad (14)$$

ここに、

$$\gamma_{xz} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - y \right) \theta, \quad \gamma_{yz} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} + x \right) \theta, \quad e_{zz} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \theta^2 \quad (15)$$

である。仮想変位は、端部 $z=0$ においては(11)式から以下のように得られる。

$$\delta u = 0, \quad \delta v = 0, \quad \delta w = \Phi \cdot \delta \theta + \theta \cdot \delta \Phi \quad (16)$$

また、端部 $z=1$ においては以下のように得られる。

$$\begin{aligned} \delta u &= -x \cdot \delta \theta \cdot \sin \theta - y \cdot \delta \theta \cdot \cos \theta \\ \delta v &= x \cdot \delta \theta \cdot \cos \theta - y \cdot \delta \theta \cdot \sin \theta \\ \delta w &= \Phi \cdot \delta \theta + \theta \cdot \delta \Phi \end{aligned} \quad (17)$$

一方、外力のなす仮想仕事は次のようなになる。

$$\overline{M} \delta \theta \quad (18)$$

仮想仕事の原理より、(14)式と(18)式を等置し、(17)式を考慮して部分積分を行うと、次式が得られる。

$$\begin{aligned} &- \theta \cdot \iint_s \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) \cdot \delta \Phi dx dy + \theta \cdot \int_c (\tau_{xz} \cdot \ell + \tau_{yz} \cdot m) \cdot \delta \Phi ds \\ &+ \left\{ \iint_s \left[\tau_{xz} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - y \right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} + x \right) \right] dx dy \right. \\ &\left. + \theta \cdot \iint_s (x^2 + y^2) \cdot \sigma_z^{(0)} dx dy - \overline{M} \right\} \cdot \delta \theta = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

ここに、 S は棒の断面を、 C は断面の周辺の領域を表す。

上式から停留条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0 & \text{(in } S\text{)} \\ \tau_{xz} \cdot \ell + \tau_{yz} \cdot m &= 0 & \text{(on } C\text{)} \end{aligned} \quad (20.a,b)$$

となり、(20.a,b)式を考慮すると、 \overline{M} に関する停留条件は結局、

$$\overline{M} = \iint_s (\tau_{yz}x - \tau_{xz}y) dx dy + \theta \cdot \iint_s (x^2 + y^2) \cdot \sigma_z^{(0)} dx dy \quad (20.c)$$

となる。(20.c)式を次式のように表すことにする。

$$\overline{M} = \left[G \cdot J + \iint_s (x^2 + y^2) \cdot \sigma_z^{(0)} dx dy \right] \cdot \theta = G \cdot J_{eff} \cdot \theta \quad (21)$$

有効捩り剛性 $G \cdot J_{eff}$ は次のように得られる。

$$G \cdot J_{eff} = G \cdot J + \iint_s (x^2 + y^2) \cdot \sigma_z^{(0)} dx dy \quad (22)$$

ここに、

$$J = \iint_s \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot x - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot y + x^2 + y^2 \right) dx dy \quad (23)$$

である。せん断応力の釣り合い方程式(20.a)を満たす応力関数を導入し、ゆがみ関数 Φ を消去し、自由境界の力学的境界条件を満足する応力関数としてフーリエ級数を利用して解くと、板幅 d_s 、板厚 t_s の J は次式で求められる。

$$J = \frac{d_s \cdot t_s}{3} \cdot \left\{ 1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{t_s}{d_s} \cdot \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \tanh \frac{n\pi d_s}{2t_s} \right\} \quad (24)$$

$d_s \gg t_s$ の場合、及び $6 \leq d_s/t_s \leq 9$ の場合は単に次式で与えられる。

$$J = \frac{1}{3} \cdot d_s \cdot t_s^3, \quad J = 0.3 \cdot d_s \cdot t_s^3 \quad (25)$$

スチフナの辺長比 d_s/t_s は 9 以下が局部座屈を防止するために推奨される。いまこれを 6-9 程度とし、パネルの表裏両側に設置すると考えると、スチフナの曲げ剛性比に対する捩り剛性比 γ_t/γ_s は次式となる（各剛性比は後述する）。

$$\frac{\gamma_t}{\gamma_s} = \frac{G \cdot J}{E \cdot I_s} \cong \frac{G}{E} \cdot \frac{0.9}{(b_s/t_s)^2} = 0.00385 \sim 0.00867$$

中間の値として $\gamma_t/\gamma_s \cong 0.007$ を用いる。

(22)式内の右辺第 2 項から、初期応力 $\sigma_z^{(0)}$ は捩り剛性に寄与することがわかる。

○ 座屈方程式へのスチフナの効果の導入

板と一体化した曲げと捩りに抵抗するスチフナの効果を次式で考慮する。

$$-\int_{c_m} M_s \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial s^2} ds + \int_{c_m} T_s \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial n \partial s} ds + \lambda \int_{c_m} N_s^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial \delta w}{\partial s} ds \quad (26.a)$$

ここに、 s はスチフナの材軸方向座標（図 4, $s-n-t$ スチフナ局所座標参照）であり、

$$\begin{aligned} M_s &= -E \cdot I_s \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ T_s &= \left\langle G \cdot J + \iint_{s_b} (n^2 + t^2) \cdot \lambda \cdot \sigma_s^{(0)} dn dt \right\rangle \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s} \end{aligned} \quad (26.b,c,d)$$

$$N_s^{(0)} = h \cdot \sigma_s^{(0)}$$

ここに、

$$E \cdot I_s : \text{スチフナの曲げ剛性}$$

である。(26.c)式の中括弧内の項は(21)式を図 4 に示すスチフナの座標系に対応させている。捩りモーメントは、(26.c)式にあるように軸方向応力によって捩り剛性が増大する。そのため、 T_s に初期応力項が入ってい

せん断パネルダンパーの設計式に関する一考察 その2 せん断パネルダンパーの最適スチフナ曲げ剛性比について

ることに留意する必要がある。図4に示すせん断パネルに縦横スチフナを複数本設置した場合の弾性座屈方程式は、仮想仕事の原理より以下のように得られる。

$$\begin{aligned}
 & -\iint_{S_m} \left\langle M_x \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + M_y \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + 2 \cdot M_{xy} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} \right\rangle dx dy \\
 & + \sum_{Stiff} \left\langle \int_{c_m} \left(E \cdot I_s \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial s^2} + G \cdot J \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial n \partial s} \right) ds \right\rangle \\
 & = -\lambda \cdot \left[\iint_{S_m} \left\langle \left(N_x^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy}^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left(N_{xy}^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + N_y^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \delta w}{\partial y} \right\rangle dx dy \right] \\
 & + \sum_{Stiff} \left\langle \int_{c_m} \left(N_s^{(0)} \cdot \frac{\partial w}{\partial s} \cdot \frac{\partial \delta w}{\partial s} + I_p \cdot \sigma_s^{(0)} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s} \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial n \partial s} \right) ds \right\rangle \quad (27)
 \end{aligned}$$

ここに、

c_m : スチフナの図心軸領域

$$I_p = \iint_{S_b} (n^2 + t^2) dndt$$

である。スチフナやパネルの形状・断面定数を決定するため、次の無次元化パラメータを定義する。

$$\gamma_s = \frac{E \cdot I_s}{D \cdot h}, \quad \gamma_t = \frac{G \cdot J}{D \cdot h}, \quad \alpha = \frac{d}{h}, \quad \beta = \frac{I_p}{d^3 \cdot t_w} \quad (28.a-d)$$

ここに、

$$D = \frac{E \cdot t_w^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$$

である。以上までの記号を整理すると、

- γ_s : スチフナ曲げ剛性比, γ_t : スチフナ捩り剛性比
- β : 極2次モーメント比, α : パネル辺長比
- D : パネル板曲げ剛性, E : ヤング係数,
- I_p : スチフナ極2次モーメント, ν : ポアソン比
- λ : 固有係数, I_s : スチフナ断面2次モーメント
- G : せん断弾性係数, J : 捣り係数
- t_w : パネル板厚, d : パネル幅,
- h : パネル高さ, w : パネルのたわみ

M_x, M_y, M_{xy} : パネルの曲げモーメント増分

$N_x^{(0)}, N_y^{(0)}, N_{xy}^{(0)}$: パネルの初期面内力

$N_s^{(0)}, \sigma_s^{(0)}$: スチフナの初期軸力方向・初期垂直応力となる。

(27)式を用い、仮定関数として幾何学的境界条件を満足する2重フーリエ級数(項数m)を適用して標準固有値方程式を求める。パネルの境界条件は周辺単純支持と仮定して、次式の2重フーリエ級数を採用した。

$$w = \sum_i^m \sum_j^m a_{ij} \cdot \sin \frac{i\pi x}{d} \cdot \sin \frac{j\pi y}{h} \quad (29)$$

最小固有値から縦横スチフナ本数 n_c, n_r と $\gamma_s, \gamma_t, \alpha, \beta$ が

表1 解析シリーズのパラメータ

	α	$n_r \times n_c$	γ_s	γ_t/γ_s	No. of Analysis
Case I	1.0 - 2.0	0 × 0	0	0	6
Case II	0.5 - 2.0	2 × 2	0 - 80	0, 0.007	108
Case III	2.0	3 × 0	0 - 300	0	76
Case IV	0.5 - 2.0 (0-3) × (0-3) (0 × 0を除く)		—	0.007	90

$$\beta = 0, \quad h = 400\text{mm}, \quad E = 205 \text{ kN/mm}^2$$

$$\nu = 0.3, \quad G = 79 \text{ kN/mm}^2$$

表2 解析精度(Case I)

R0C0	κ_s						
	α	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
	9.33 (0.99)	7.98 (0.99)	7.29 (0.99)	6.91 (0.98)	6.69 (0.98)	6.55 (0.99)	

()内の値は文献3との比を示す。

表3 板座屈係数に及ぼす捩りの影響(Case II)

R2C2	κ_s					
	$\alpha=0.5$			$\alpha=1.0$		
	γ_s	$\gamma_t/\gamma_s=0$	$\gamma_t/\gamma_s=0.007$	$\gamma_t/\gamma_s=0$	$\gamma_t/\gamma_s=0.007$	$\gamma_t/\gamma_s=0$
1	67.65	67.93	21.49	21.55	12.20	12.23
5	171.51	173.54	52.23	53.08	28.60	28.82
10	223.24	231.62	71.47	73.84	42.88	43.39
20	237.19	261.26	85.28	90.01	55.81	57.91
40	242.69	283.35	91.73	99.62	59.30	65.32
80	245.18	300.46	94.36	106.10	60.67	70.84

表4 板座屈係数に及ぼす項数mの影響(Case III)

R3C0	κ_s			
	$\alpha=2.0$			
	γ_s	$m=3$	$m=6$	$m=9$
1	8.54	8.44	8.43	8.43
7	15.99	15.50	15.45	15.43
20	30.62	28.62	28.45	28.33
60	65.62	51.06	50.45	49.84
100	93.15	65.68	64.55	63.32
140	120.14	78.15	76.31	74.31
180	146.91	82.86	81.92	80.15
220	173.58	86.75	85.70	83.68
260	200.18	90.29	89.06	86.84
300	226.75	93.58	89.41	88.81

与えられた時のせん断座屈荷重値 $\lambda \cdot N_{xy}^{(0)}$ を求め、次式に示す板座屈係数 κ_s で表示する。尚設置するスチフナは全て同形状とし、等間隔に配置するものとする。

$$\kappa_s = \kappa_s(n_r, n_c, \gamma_s, \gamma_t, \alpha, \beta) = \frac{\lambda \cdot N_{xy}^{(0)} \cdot h^2}{\pi^2 \cdot D} \quad (30)$$

2.3 最適スチフナ曲げ剛性比

パネルが全体せん断座屈を起こす前にスチフナで区切られたサブパネルでせん断座屈するような最小のスチフナ曲げ剛性を、パネル板曲げ剛性・パネル

高さで無次元化したものを最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* という。本節では、 γ_s^* を求める手法を示す。初期応力としてせん断による面内力 $N_{xy}^{(0)}$ のみが生じ、スチフナ位置ではたわみが生じない(スチフナで囲まれたサブパネルが座屈し、全体せん断座屈しない)時の板座屈係数 κ_{panel} は次式で表せる。

$\alpha \cdot (n_r + 1/n_c + 1) \geq 1$ のとき

$$\kappa_{panel} = \left\langle 5.35 + 4/\{\alpha \cdot (n_r + 1)/(n_c + 1)\}^2 \right\rangle \cdot (n_r + 1)^2 \quad (31.a)$$

$0 < \alpha \cdot (n_r + 1/n_c + 1) < 1$ のとき

$$\kappa_{panel} = \left\langle 4 + 5.35/\{\alpha \cdot (n_r + 1)/(n_c + 1)\}^2 \right\rangle \cdot (n_r + 1)^2 \quad (31.b)$$

全体せん断座屈をさせないためには γ_s の値を変化させ、(30)式で求まる板座屈係数 κ_s を(31.a,b)式のサブパネルが座屈する κ_{panel} より等しいか大きく設定すればよい。 γ_s^* はこの条件を満たす γ_s のうち最小のものであるため、条件式は次式となる。

$$f_s(\gamma_s^*) = 0 \quad (32)$$

ここに、

$$f_s(\gamma_s) = \kappa_s(n_r, n_c, \gamma_s, \gamma_t, \alpha, \beta) - \kappa_{panel}(n_r, n_c, \alpha)$$

である。(32)式を満足する γ_s^* は κ_s が γ_s に対して漸増関数であるので regula-falsi 法(2分法)で問題なく解くことができる。

3. 解析シリーズ

解析シリーズとして、パネル辺長比 α を 1.0-2.0 と変化させた無補剛パネルについて板座屈係数 κ_s を求め、文献3)の結果と比較し、2重フーリエ級数の項数 $m=12$ で十分かを検討するシリーズ(Case I), 縦横スチフナ本数 $n_c=n_r=2$ とした補剛パネルでパネル辺長比 α を 1.0, 0.5, スチフナ曲げ剛性比 γ_s を 1-80 とし、スチフナの曲げ剛性比に対する振り剛性比 γ_t/γ_s を 0, 0.007 と変化させて板座屈係数 κ_s を求め、振り剛性の最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* に及ぼす影響を調べるシリーズ(Case II), 縦横スチフナ本数 $n_c=0, n_r=3$ とした補剛パネルでパネル辺長比 α を 2.0, スチフナ曲げ剛性比 γ_s を 1-300 とし、2重フーリエ級数の項数 m を 3, 6, 9, 12 と変化させて板座屈係数 κ_s を求め、2重フーリエ級数の項数 m の最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* に及ぼす影響を調べるシリーズ(Case III), 縦横スチフナ本数 n_c, n_r を 0-3, 0-3 と変化させ、 $\gamma_t/\gamma_s = 0.007$, パネル辺長比 α を 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5, 2.0 として最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* を調べるシリーズ(Case IV)を用意した。表1に各シリーズの解析パラメータを整理して示す。

4. 解析結果とその考察

表2にCase Iの結果を、表3及び図5にCase IIの結果を、表4及び図6にCase IIIの結果を、表5及び図7

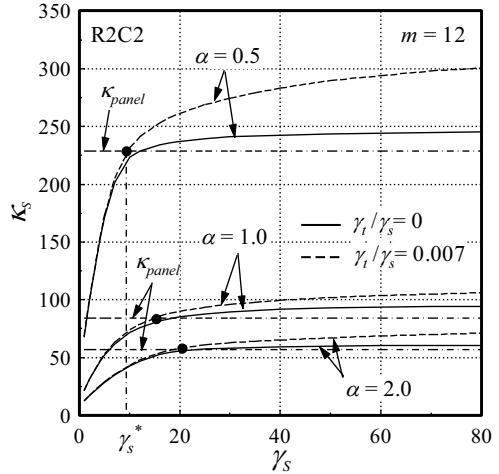


図5 最適スチフナ曲げ剛性比に及ぼす
スチフナ振り剛性比の影響(Case II)

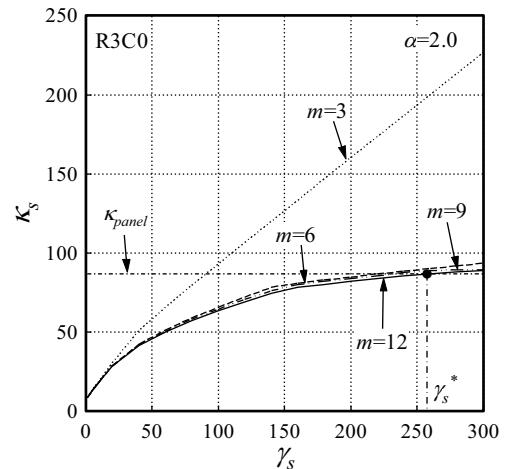


図6 最適スチフナ曲げ剛性比に及ぼす
2重フーリエ級数の項数の影響(Case III)

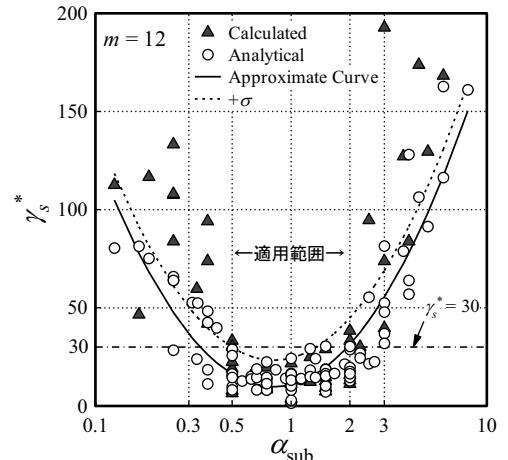


図7 $\alpha_{sub}-\gamma_s^*$ 関係図(Case IV)

せん断パネルダンパーの設計式に関する一考察 その2 せん断パネルダンパーの最適スチフナ曲げ剛性比について

に CaseIV の結果をそれぞれ示す。

表 2 には、各辺長比について無補剛パネルの板座屈係数解析値を示し、文献 3 との比を括弧内に示す。

表 3 には、縦横にスチフナを各 2 本ずつ配置した辺長比 $\alpha = 0.5\text{--}2.0$ のパネルの板座屈係数解析値の一部を、 $\gamma_t/\gamma_s = 0, 0.007$ についてそれぞれ示し、図 5 には、板座屈係数 κ_s とスチフナ曲げ剛性比 γ_s の関係を、 $\gamma_t/\gamma_s = 0$ のものを実線で、 $\gamma_t/\gamma_s = 0.007$ のものを破線で示す。また同図中には、パネルが全体座屈しない時の板座屈係数 κ_{panel} を一点鎖線で示し、 $\alpha = 0.5$ のパネルについて、 κ_{panel} と破線との交点における γ_s の値が最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* であることを示している。表 4 には、スチフナを縦に 0 本横に 3 本配置した辺長比 $\alpha = 2.0$ のパネルの板座屈係数解析値の一部を 2 重フーリエ級数の項数 $m = 3, 6, 9, 12$ についてそれぞれ示し、図 6 には、板座屈係数 κ_s とスチフナ曲げ剛性比 γ_s の関係を 2 重フーリエ級数の項数 m が 3 のものを点線で、6 のものを破線で、9 のものを二点鎖線で、12 のものを実線で示す。また同図中には、パネルが全体座屈しない時の板座屈係数 κ_{panel} を一点鎖線で示し、 κ_{panel} と実線との交点における γ_s の値が最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* であることを示している。

表 5 には、 $n_r \times n_c$ が 0×0 を除く縦横スチフナ本数で各パネル辺長比における最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* を、 $\gamma_t/\gamma_s = 0.007$ の場合において示し、縦横スチフナ本数が等しいケースについて、本解析手法による解析値と文献 1) で与えられている式による算定値との比を括弧内に示す。図 7 には、サブパネルの辺長比 α_{sub} と最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* との関係を、算定値を ▲ でプロットして示し、解析値を ○ でプロットして示している。また、解析値の近似曲線を曲線で示している。

これらの結果から次のことがわかる。

- 1) 表 2 より、2 重フーリエ級数の項数を 12 としておけば板座屈係数の精度は良く、解析に問題はない。
- 2) 図 5 より、スチフナ捩り剛性比を考慮すると、板座屈係数は上昇する。特に辺長比の小さい 0.5 にその傾向が強い。
- 3) 図 6 より、スチフナ捩り剛性を考慮しない場合、2 重フーリエ級数の項数を増加させる度に、スチフナ付パネルの板座屈係数は減少する(サブパネルの理論板座屈係数に近接する)ため、2 重フーリエ級数の項数の増加による精度改善によって、最適スチフナ曲げ剛性比は大きく変動する。
- 4) 2 重フーリエ級数の項数の増加による最適スチフナ曲げ剛性比の変動は、スチフナ捩り剛性比を考慮することによって小さくなる。
- 5) $n_r \neq n_c$ のケースにおける $\alpha = 1.0$ 以外では、縦横スチフナ本数間に γ_s^* の対称性はない。

表 5 縦横にスチフナを複数設置したときの最適スチフナ剛性比 γ_s^* ($n_r \times n_c$ 本) (CaseIV)

n_r	α	n_c			
		0	1	2	3
0	0.50		64.1	81.4	80.5
	0.75		48.3	65.9	75.2
	1.00		28.8	52.5	64.0
	1.25		15.1	39.8	52.7
	1.50		8.1	28.9	42.5
	2.00		2.9	14.5	25.8
1	0.50	1.5	15.2 (0.79)	23.9	28.5
	0.75	9.1	22.4 (1.14)	16.4	18.5
	1.00	28.8	24.3 (1.12)	18.8	14.6
	1.25	55.4	29.2 (1.17)	18.5	13.8
	1.50	81.5	30.5 (1.05)	16.6	14.1
	2.00	128.1	30.4 (0.79)	24.2	16.3
2	0.50	7.3	12.1	9.8 (1.23)	11.3
	0.75	27.0	13.5	13.9 (1.32)	12.8
	1.00	52.5	18.8	15.5 (1.24)	14.5
	1.25	78.9	21.3	18.2 (1.32)	14.1
	1.50	106.4	24.5	18.6 (1.27)	14.0
	2.00	162.8	47.8	19.6 (1.23)	16.5
3	0.50	12.9	8.2	8.2	8.2 (1.26)
	0.75	36.9	10.2	10.2	11.5 (1.17)
	1.00	64.0	14.6	14.5	13.2 (1.22)
	1.25	91.5	21.6	16.6	15.0 (1.22)
	1.50	116.4	31.9	17.6	15.4 (1.20)
	2.00	161.1	57.0	22.6	16.5 (1.26)

()内の値は、文献 1)との比

- 6) $\gamma_s^* \leq 30$ がスチフナ設計の妥当な数値であるとする
と表 5 の網掛位置が適切な辺長比及びスチフナ本数である。また縦横スチフナ本数が等しい場合について、本解析手法でスチフナの捩り剛性を考慮した時の最適スチフナ曲げ剛性比 γ_s^* は Chuslip, Usami が提案する値と較べ 0.8-1.3 倍でほぼ等しい。
- 7) 図 7 より、パネル高さが決定された時、変形性能を無理なく上昇させるには縦横スチフナ本数を 0-3 本と限れば、縦横スチフナ本数をサブパネルが正方形に近くなるように設定すれば良く、サブパネルの辺長比 α_{sub} を 0.5-2.0 とすれば、最適スチフナ曲げ剛性比は 30 以下である。

5. まとめ

スチフナ付せん断パネルダンパーのパネル部分について、レイリーリツツ法を用いて、せん断座屈固有値解析を行って最適スチフナ曲げ剛性比を検討した。得られた知見は次のように要約できる。

- 1) パネル辺長比が小さいほど、スチフナ捩り剛性比の板座屈係数に及ぼす影響が大きくなる傾向にある。

玉井宏章, 妹尾文貴

- 2) 斯チフナ捩り剛性を考慮しない場合, 斯チフナ付パネルの板座屈係数の最大値はサブパネルの理論板座屈係数に近接するため, 2重フーリエ級数の項数の増加による精度改善によって, 最適スチフナ曲げ剛性比は大きく変動する.
- 3) 斯チフナ捩り剛性を考慮すれば, 2重フーリエ級数の項数を各方向に 12 項とすれば, 安定かつ十分収束した最適スチフナ曲げ剛性比が得られる.
- 4) 縦横スチフナ本数が異なるケースについて, 最適スチフナ曲げ剛性比を示した. また, サブパネルの辺長比でまとめると, この値を 0.5 以上 2.0 以下とすれば, 大略, 最適スチフナ曲げ剛性比を高々 30 としておけば良い.

謝辞: 本研究は, 日本建築学会鋼構造制振小委員会(主査: 笠井和彦(当時))の活動の一部を取りまとめたものである. 小委員会の主査, 幹事, 委員から貴重なご意見をいただきました. また, 研究経費の一部は, 科学研究費助成事業(学術研究助成基金助成金)(課題番号: 23560687 研究代表者: 玉井宏章)で賄われました. ここに記して謝意を表する.

参考文献

- 1) Praween Chusilp,Tsutomu Usami:New Elastic Stability Formulas for Multiple-stiffened Shear Panels,Journal of Structural Engineering,pp833-836,June 2002.
- 2) Kyuichiro Washizu:Variational Methods in Elasticity and Plasticity,First edition, Pergamon Press,1968,pp121-125,163-168
- 3) StephenP.Timoshenko,JamesM.Gere,Engineering:Theory of Elastic Stability,Second edition,Dover Publications, 2009,pp332-387.
- 4) 玉井宏章, 尾川勝彦, 高松隆夫:せん断パネルダンパーの設計式に関する一考察:その 1 パネル補剛条件 日本建築学会中国支部研究報告集, 第 35 卷, 平成 24 年 3 月.
- 5) Zhiyi Chen,Hanbin Ge,Tsutomu Usami : HystereticModel of Stiffened Shear Panel Dampers,Journal of Structural Engineering,pp478-483,March 2006.
- 6) 日本建築学会:鋼構造制振構造設計指針・同解説, 2014, pp66-130.
- 7) 桂大輔, 田中清, 佐々木聰, 佐々木康人:せん断パネル型ダンパーの弾性せん断座屈強度に与える補剛リブの効果, 日本建築学会学術講演梗概集, pp.1047-1048, 2010.7.
- 8) 五十嵐規矩夫, 鈴木敏郎:不均等曲げせん断力を受ける周辺固定支持平板の弾性座屈耐力の導出, 日本建築学会構造系論文集, 第 571 号, pp137-144, 2003.9.