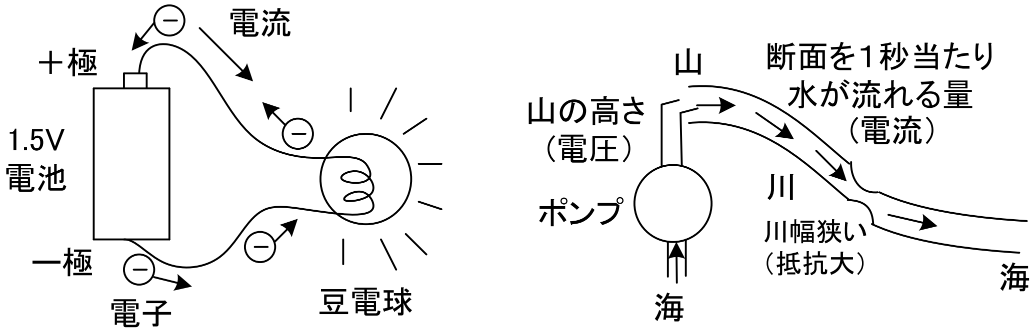
第1章　電圧，電流，抵抗とオームの法則

○　電圧，電流，抵抗とは何か？



（a）電池に豆電球をつなぐ！　　　　　（b）水流回路で考える！

図 1-1　電気回路のイメージ

電池に豆電球をつないで点燈させた経験は誰でもあろう。電池の 1.5V は**電圧**(voltage)を表し，V は単位でボルト(volt)と読む。豆電球が光るのは，小さな**電子**(electron)が－極から＋極に動いていて，電子の通りにくい豆電球内で衝突が起こるためと考えるとよい。電子の通り道を**回路**(circuit)という。電子は負の**電荷**（単位 C クーロン）を持っているから，電子が－極から＋極に動くということは，同じ大きさの正電荷が＋極から－極に動くと考えてよい。回路のある点で，1 秒間に移動した電荷の量を表すのが**電流(current)**である。電流の単位には A（ampere アンペア）を用いる。電子は電球の中を通っても消えたり増えたりしない。回路を構成する電線，豆電球には電子がぎっしりつまっていると考えよう（満員電車の様に)。電子自体の動く平均の速さは遅いが（秒速 0.1mm 程度），－極から電子が 1 個出ると満員電車だからほぼ瞬間的に押されて＋極の電池の中へ電子が 1 個入ることになる。従って，電気は瞬時（光速）に伝わる。正電荷の動く向きが**電流の向き**と決められている。抵抗回路では，電流は電池の＋極から－極に向かって回路を流れ，電池の中では－極から＋極に流れる（陽イオンが－極から＋極に移動しそこで電子と結びつく)。

電気回路を水流回路で考えるとイメージが得やすいだろう。海から山の上にポンプで水をくみ上げ，それが川を通って海に戻るとしよう。水が漏れることはなく，川のどこで測っても 1 秒間の流量（電流に相当）は同じとする。山の高さが電池の電圧に相当し，これが水を流す（電流を流す）もとになっている。電線の部分で電圧（山の高さ）が変わることはなく，電球の部分で電圧が変化する。

図 1-1 を簡単な記号として，図 1-2 のように表す。豆電球は熱を発生するから**抵抗(器)**と呼ばれる素子に対応する。

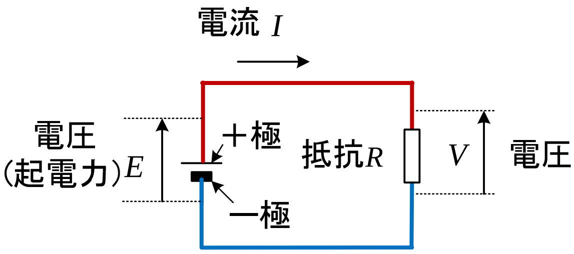


図 1-2　電気回路の表し方

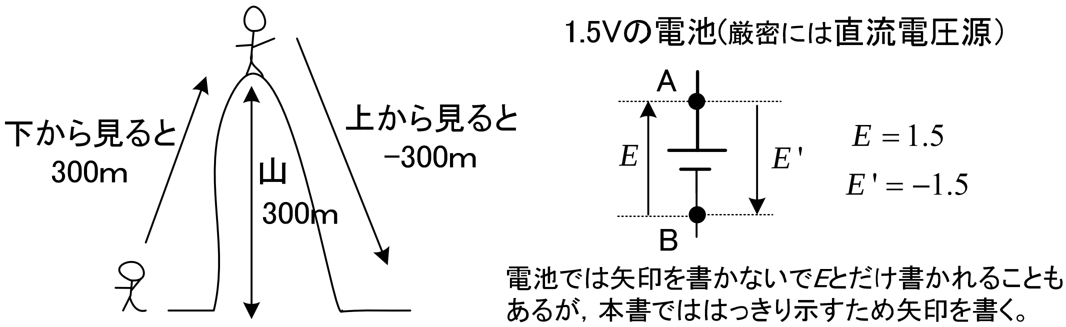


図 1-3　電圧の矢印

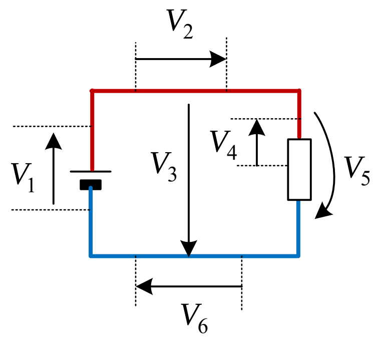
まず，電圧や電流に付けられている矢印の意味を説明する。図 1-3 で 300m の山を表すのに，回路ではどこを基準にするか（どこから見るか）厳密に表現する。山の高い所（電位の高い所，電池では＋極）を低い所（電位の低い所，電池では－極）から見ると正の値，逆に見ると負の値とする。すなわち，**電圧の矢印は，矢の先端の電位から矢の根の電位を引いた量と定義**し，

$$E = \text{A 点の電位} - \text{B 点の電位} \tag{1-1}$$

となる。**電位**は，基準点（大地または無限遠点）に対する電圧と言える。山で言うなら，海（基準点）からの高さが電位に相当し，ある地点とある地点の高さの差が**電圧（＝電位差）**に相当する。**電線（厳密には導線）上では電位は変わらない**ので，図 1-2 で，$E = V$ が成り立つ。山の高さに mg を掛けると位置エネルギーになり，電池の電圧に動いた電荷を掛けるとエネルギーになる。

起電力は**電圧**とは別のものであるが，電池の**内部抵抗**を無視すると同じ値になる(付録参照)。

問題 1　図の電源は 1.5V である。図中の電圧はいくらか。



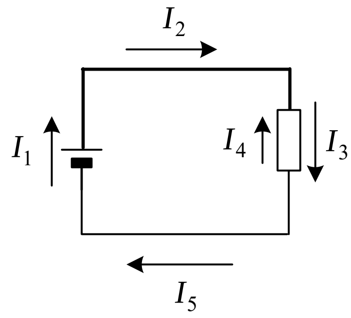
（解）$V_1 = 1.5\,\mathrm{V}$，$V_2 = 0\,\mathrm{V}$，$V_3 = -1.5\,\mathrm{V}$，V_4 は不明（この様に中途半端な書き方はしない），$V_5 = -1.5\,\mathrm{V}$，$V_6 = 0\,\mathrm{V}$

＊矢印は直線でなく曲線でも OK です。曲線の方がどの点からどの点を見るか判りやすくはある。

次に，矢印で定義された電流 I の意味を説明しよう。**電流 I の矢印**は，実際にその向きに電流が流れている（正電荷がその向きに動いている）ことを意味するのではなく，I をその**矢印の向きに動いている正電荷の量として測定する**ことを示す。従って，正電荷が矢印の向きに移動していれば I の値は正，矢印と逆向きに移動していれば負となる（実際に動く電子の移動は逆）。

電圧や電流の**矢印**は**記号** V, I **の測定の向き（基準の向き，正の向きともいう）**をどう定義するかの問題で，**自分の好きな向きに選んでよい。**普通は，定義した記号 V, I が正になるように矢印を選ぶことが多いが，回路によっては正負の判断がつきにくい場合もある。矢印が逆に定義された２つの量では，大きさは等しく，符号のみ異なる。“電流の向き”と“電流 I の正の向き”は意味が違う。前者は正電荷が動く向きで，後者は I に付けられた矢印の向きである。

問題２　図の回路で，$I_1 = 1\mathrm{A}$ のとき，各電流を求めよ。



（解）$I_2 = 1\mathrm{A}$，$I_3 = 1\,\mathrm{A}$，$I_4 = -1\,\mathrm{A}$，$I_5 = 1\,\mathrm{A}$

さて，いよいよ**オームの法則**(Ohm’s law) を説明しよう。図 1-2 で，電流は電源の電圧が高いほど大きく，電圧と電流は比例関係にある。すなわち，

$$V = RI \tag{1-2}$$

ここで，V：電圧[V]，I：電流[A]，　R：抵抗[Ω]（$R > 0$）

の関係がある。R は**抵抗**(resistance)と呼ばれ，常に正で，単位はΩ（ohm オーム）である。抵抗は，物質の材料や形状により決まり，電流の流れを邪魔するものと考えることができる。抵抗の逆数 G は**コンダクタンス**と呼ばれ単位はS (siemens ジーメンス)である。すなわち，

$$I = GV,\quad G = \frac{I}{V} = \frac{1}{R} \tag{1-3}$$

オームの法則は，電圧や電流の記号 V, I の測定の向きをどう定義するか（矢印をどうとるか）で符号が違ってくる。図 1-4 で a 点の電位が b 点より高い場合を考える。抵抗では，電位の高い方から電位の低い方に向かって電流が流れるので，(a) (b)とも $I > 0$ である。(a)図の場合には，電位の低い b 点から見ているので V は正だが，(b)図では電位の高い a 点から見ているので V は負になる。よって，(b)の場合，マイナスが付かないと式が合わなくなる。b 点の電位が高い場合もそれぞれの式が成り立つことを確かめよ。

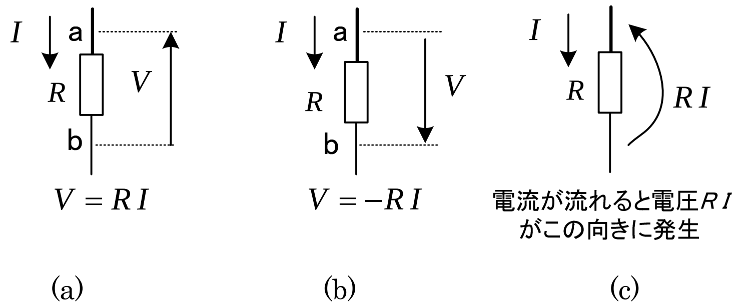
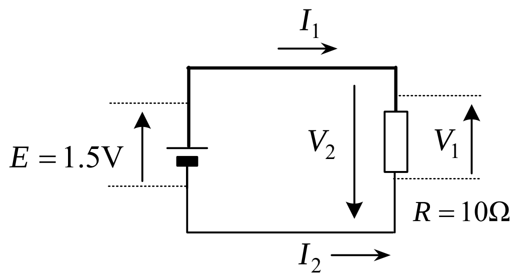


図 1-4　矢印（＝測る向き）の取り方でマイナスが付くオームの法則

だけど，V，I の矢印は自由に決めて定義して良いから，いつも(a)図のように反対向きに定義すれば，マイナスをつけないで済む。図の(c)をすぐ書けるようになろう。矢印は曲線でも構わない。同じ向きのときマイナスなのでちょっと覚えにくいですが，コンデンサやコイルでも同じようになるので必ず覚えておこう。抵抗は，現在の JIS-C-0617 規格で長方形で書く。

（ちょっと一言）(a)の場合 $V > 0$ なら $I > 0$ で，$V < 0$ なら $I < 0$ である。正負に関係なく，どんな場合でも矢印が決まれば式は１つ決る（これから述べる回路の式は全てそうです)。

問題３　1.5Vの電池に10Ωの抵抗がつながれている。
記号で定義された電圧や電流を求めよ。



(解) $V_1=1.5\mathrm{V},\ V_2=-1.5\mathrm{V}$

$$I_1=\frac{1.5}{10}=0.15\mathrm{A},\ I_2=-0.15\mathrm{A}$$

○　直列回路と並列回路

まず，抵抗が**直列**(series)に接続された図 1-5 の回路を考える。

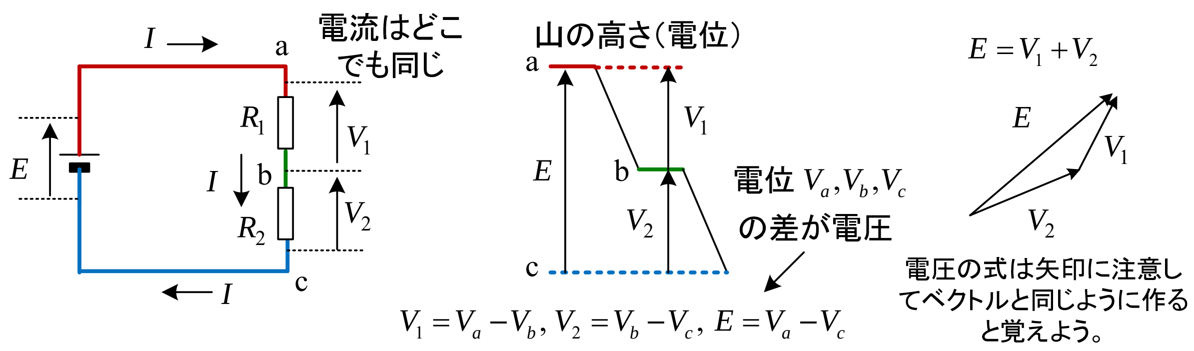


図 1-5　直列回路

電流は導線や抵抗の断面を電荷が 1 秒間にどれだけ移動するかを表し，電子はどこでもぎっしり詰まっていると考えて（満員電車），図 1-5 の場合すべての断面で等しい。一方，**電位は導線の所では変化せず，抵抗や電源の部分で変化する**。従って，

$$E=V_1+V_2 \tag{1-4}$$

が成り立つ。各抵抗に流れる電流は I だから，オームの法則より，記号の矢印に注意して

$$V_1=R_1 I \tag{1-5}$$

$$V_2=R_2 I \tag{1-6}$$

である。(1-4)，(1-5)，(1-6)より，電圧，電流が以下のように計算できる。

$$I=\frac{E}{R_1+R_2} \tag{1-7}$$

$$V_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}E \qquad \text{（分圧の公式）} \tag{1-8}$$

$$V_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}E \qquad \text{（分圧の公式）} \tag{1-9}$$

(1-7)は，直列抵抗を一つにまとめた合成抵抗 R が次式で求められることを意味する。

$$R=R_1+R_2 \qquad \text{（直列回路の合成抵抗の公式）} \tag{1-10}$$

また，(1-8)，(1-9)より，各抵抗の電圧は抵抗の比になることが判る。これを**分圧**という。

次に，抵抗を**並列**(parallel)に接続した図 1-6 の回路を考える。

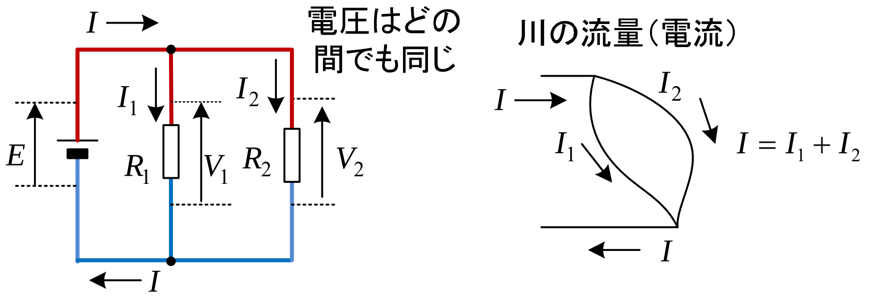


図 1-6　並列回路

電位は，導線の部分では変化しないので，この場合どの素子の両端で測っても同じだけの電位差がある。すなわち，

$$E = V_1 = V_2 \tag{1-11}$$

電流は一度 2 つに分かれるが，また 1 つに合流し，消滅したり発生したりする電子はないから，

$$I = I_1 + I_2 \tag{1-12}$$

が成り立つ。各抵抗にオームの法則を適用し，記号の矢印に注意して

$$V_1 = R_1 I_1 \tag{1-13}$$

$$V_2 = R_2 I_2 \tag{1-14}$$

である。(1-11)～(1-14)より，電圧，電流には以下の関係が成立する。

$$I = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)E \tag{1-15}$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad \text{（分流の公式）} \tag{1-16}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \qquad \text{（分流の公式）} \tag{1-17}$$

(1-15)は，並列抵抗を一つにまとめた**合成抵抗** R が次式で求められることを意味する。

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \qquad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad \text{（並列回路の合成抵抗の公式）} \tag{1-18}$$

また，(1-16)，(1-17)より，各抵抗の電流は，抵抗の逆数の比になることが判る。これを**分流**という。合成抵抗の計算，分圧，分流は大変重要な公式である。図 1-7 に 3 つの抵抗を直列に接続した場合と並列に接続した場合の合成抵抗の計算式を示しておく。これも覚えよう。

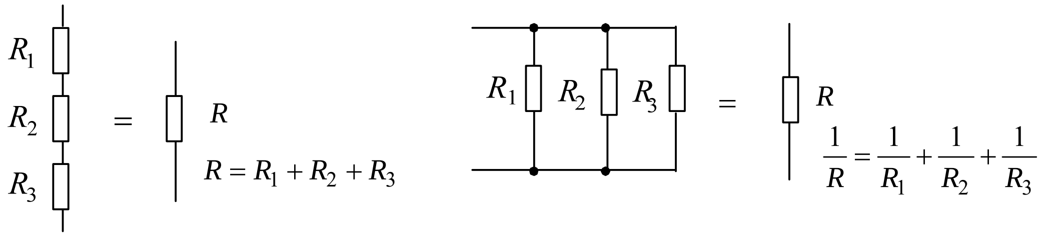
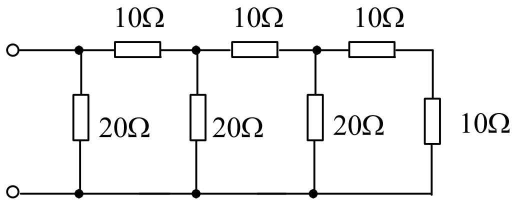


図 1-7　3 つの抵抗の合成抵抗

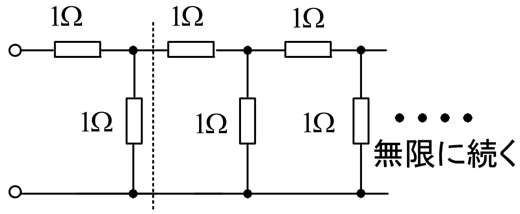
図 1-7 の並列回路では，コンダクタンスを用いると以下のように簡単に書ける。

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \qquad \text{ただし，} \quad G = \frac{1}{R}, G_1 = \frac{1}{R_1}, G_2 = \frac{1}{R_2}, G_3 = \frac{1}{R_3}$$

問題 4　図の回路の合成抵抗を求めよ。



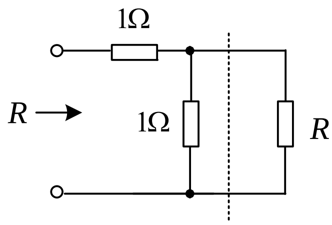
(a)



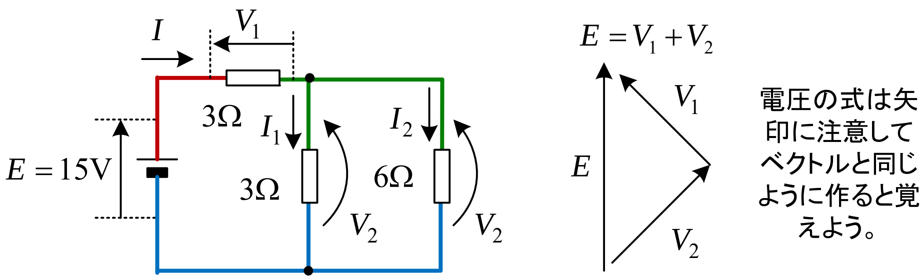
(b)

（解）(a) 10Ω (b) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\Omega$

(ヒント)(b)　無限に同じパターンが続くので最初の一組を除いても抵抗は変わらない。求める抵抗を R とし，右の回路で合成抵抗を求めて，2 次方程式を解く。 R は常に正である。



問題 5　図の回路で，各抵抗に流れる電流を求めよ。



（解） 3Ω と 6Ω の抵抗の両端にかかる電圧は等しく， V_2 である。成り立つ式は，

$I = I_1 + I_2$， $15 = V_1 + V_2$， $V_1 = 3I$， $V_2 = 3I_1 = 6I_2$

$\therefore \quad I = 3\text{A},\ I_1 = 2\text{A},\ I_2 = 1\text{A}$

（別解）以下の方法が最速で答えがでる。

合成抵抗 $= 3 + \dfrac{3\times 6}{3+6} = 5\Omega$　よって， $I = \dfrac{15}{5} = 3\text{A}$

分流の公式より， $I_1 = \dfrac{6}{3+6} I = 2\text{A},\ I_2 = \dfrac{3}{3+6} I = 1\text{A}$

○　電力とエネルギー

電池に豆電球をつなぐと点燈するが，このとき電池が持っているエネルギーを豆電球が熱エネルギーとして消費する。

一般に**電力**(electric power) p は, 電圧と電流を掛けて求められる*。単位は, W(watt ﾜｯﾄ)である。電圧や電流は矢印を付けて定義するから，矢印の定義でその意味が違ってくる。図 1-8 で

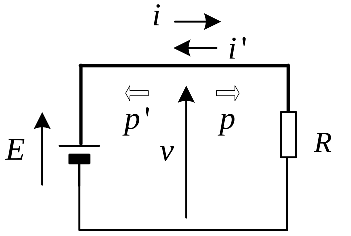


図 1-8 電圧，電流と電力

$$\text{電力}\quad p = v\,i \quad ,\ p' = v\,i' \tag{1-19}$$

p は左から右に送られる電力で，オームの法則を用いると

$$p = vi = E\,i = R\,i^2 \tag{1-20}$$

となる。この電力は，抵抗で熱となる。これは**ジュール熱**(Joule's heat)と呼ばれている。 p' は右から左に送られる電力である。図 1-8 の回路で， $p' = -R\,i'^2$ である。 $p' < 0$ であり，右の抵抗から左の電源に供給される電力が負すなわち実際には左の電源から右の抵抗へ電力が送られることを意味する。

(1-19)の電力は**瞬時電力**と呼ばれ，一般的な式である。普通電力と呼ばれるのは**平均電力**のことである。直流回路の定常状態（スイッチを入れて，時間が十分経った状態）では，電圧や電流の時間変化がないので，平均電力も同じ式になる。エネルギーは電力を時間積分(集めること)したものであるが, 電圧や電流の時間変化がなければ p は一定であり, 単純に時間を掛けるだけで良い。特に，電気のエネルギーを**電力量**(electric energy)とよぶ。単位は J（joule ジュール）である。

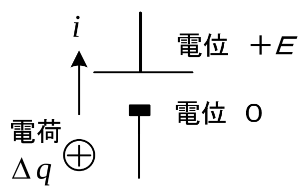
$$\text{電力量}\quad W\,[\mathrm{J}] \equiv \int_0^t p\;dt \qquad (\equiv\text{は定義の意味})$$

$$= \text{電力}\ p\ [\mathrm{W}] \times \text{時間}\ t\ \ [\mathrm{s}] \qquad (p\ \text{が一定のとき}) \tag{1-21}$$

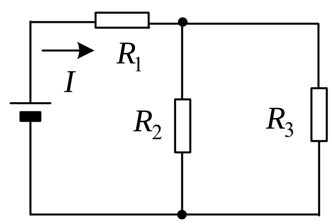
逆に電力はエネルギーを微分して求まる。家庭では，電力の単位に kW，時間の単位に h(hour 時間)をとり，電力量として kWh（キロワット時）が良く用いられている。1kWh＝1000×60×60＝3,600,000 J である。一般に単位は全て SI 単位系（付録参照）に直して計算する。

ちょっと難しい話であるが, 電力は電線によって運ばれるのではなく, 電線のまわりの空間にできる電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ によって空中を飛んで運ばれる。ポインティングベクトル $\boldsymbol{S} \equiv \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ (外積)が電力の流れを表す（いつか勉強する日がくるかも）。だけど，計算は(1-19)でよいので楽ですね。

＊　電圧と電流を掛けるとなぜ電力になるのか？
電池の－極の電位を 0，＋極の電位を E とする。　正電荷 Δq は微小時間 Δt の間に電池を通ると,位置エネルギーが $\Delta q\,E$ 増える（電荷×電圧＝エネルギー，電池はそれだけの化学エネルギーを失う）。これが Δt 間に電池のした仕事（電力量）である。電力は電力量を微小時間 Δt で割ったもので，$E\dfrac{\Delta q}{\Delta t} = E\,i$ となる。



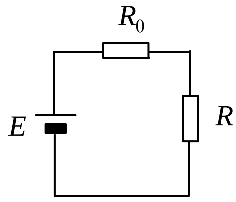
問題 6　図の回路で全ての抵抗は同じ値である。各抵抗で消費される電力の比を求めよ。



(解)　抵抗の値が等しいので，分流の式より，R_2, R_3 に流れる電流は $I/2$ である。各抵抗の消費電力は

$$R_1 I^2 : R_2 (\frac{I}{2})^2 : R_3 (\frac{I}{2})^2 = 4:1:1$$

問題 7　抵抗 R_0 は一定で，抵抗 R は可変とする。R で消費される電力が最大となるとき，R の値と最大電力を求めよ。



(解)　$P = RI^2 = \dfrac{RE^2}{(R_0+R)^2} = \dfrac{E^2}{\dfrac{R_0^2}{R} + 2R_0 + R}$

E，R_0 は一定だから，Pが最大になるには分母が最小になれば良く，分母を変数 R で微分して 0 と置き，$R = R_0, P = E^2/(4R_0)$

$\because \quad f(R) = \dfrac{R_0^2}{R} + 2R_0 + R$　とおくと $f^{'}(R) = -\dfrac{R_0^2}{R^2} + 1 = 0$ で　$R > 0$ より

○　電流源

電圧源(voltage source)は端子間の電圧が決まっていて，流れる電流が負荷により変化する。これに対し，**電流源**(current source)は流れる電流が決まっていて，端子間の電圧が負荷により変化する。トランジスタの等価回路などに現れる。図 1-9 で，

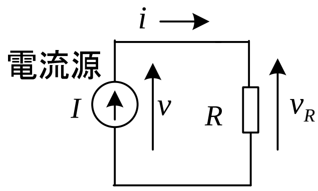
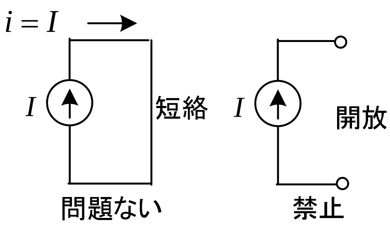


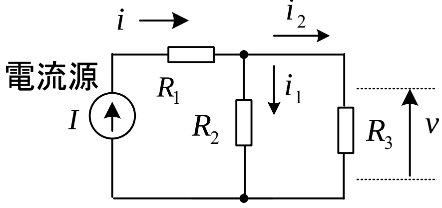
図 1-9　電流源の回路

$$i = I,\ v = v_R = R\,i \tag{1-22}$$

が成立する。電圧源は開放しても問題ないが，短絡することはできない。これに対し電流源は短絡しても問題ないが，開放することはできない。開放しているのに電流が流れているのはおかしいからである。電流源は，一定の電流を流すために電圧が自動的に変化する電圧源と考えることもできる。抵抗が小さいと自動的に電圧が小さくなって，電流は一定となると考えればよい。開放すると一定の電流を流そうとして電圧が無限大まで大きくなり現実的でなくなる。



問題 8　図の回路で，電流 i, i_1, i_2，電圧 v を求めよ。



(解)　$i = I,\ i_1 = \dfrac{R_3 I}{R_2 + R_3},\ i_2 = \dfrac{R_2 I}{R_2 + R_3}$

$$v = \frac{R_2 R_3 I}{R_2 + R_3}$$

＊　どんな回路があっても電流源を流れる電流は変らない。