第 10 章　変成器（変圧器）

変成器は主として，交流電圧を高くしたり，低くしたりする用途に用いられ，変圧器（トランス）とも呼ばれる。鉄心に 2 つのコイルを巻いて作り，一般にこれらのコイルはお互いに絶縁されている。鉄心の中は空気中に比べ磁束が通り易い。

○　**変成器（変圧器）**(transformer)**とは**

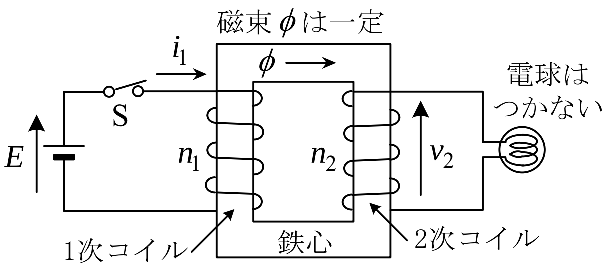


図 10-1 変成器（直流電源接続）

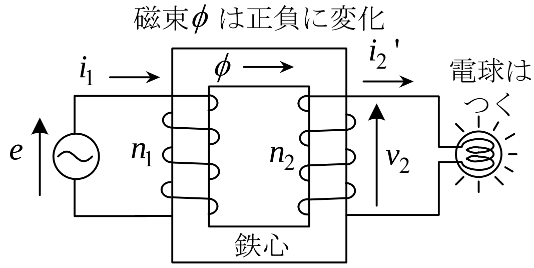


図 10-2　変成器（交流電源接続）

図 10-1 の場合には電球はつかないが図 10-2 の場合には電球がつく。この理由は，図 10-2 の場合，交流電圧 e によって交流電流 i_1 が流れ，それが変化する磁束 ϕ を作り，磁束が変化すると，電磁誘導の法則により**二次コイル**に電圧 v_2 が発生するからである。図 10-1 の場合にも，スイッチ S を入れると i_1 が流れ磁束 ϕ ができるが，ϕ は時間的に変化しないので電圧 $v_2 = 0$ であり，電球はつかない。図 10-1 でも，スイッチ S を入れたり，切ったりした瞬間には，電流や磁束が変化し，電球に短時間電流が流れる。ただ，コイルはスイッチを切るとき火花が出るので注意がいる。

さて，図 10-2 で**一次コイル**の巻数を n_1，2 次コイルの巻数を n_2 とすると，理想的には，電圧は $e : v_2 = n_1 : n_2$（巻数に比例）が成立する。また，電流は，$i_1 : i_2' = n_2 : n_1$（巻数に反比例），電力は，$e\,i_1 = v_2\,i_2'$ が成立する。そこで**理想変成器**を図 10-3 のように表示し，次式が成り立つとする。

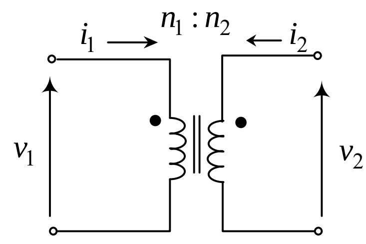


図 10-3 理想変成器(ideal transformer)の表示

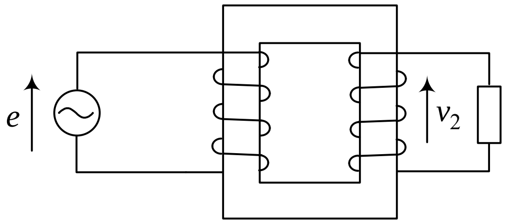
電圧（交流）の関係式：　$v_1 : v_2 = n_1 : n_2$　(10-1)

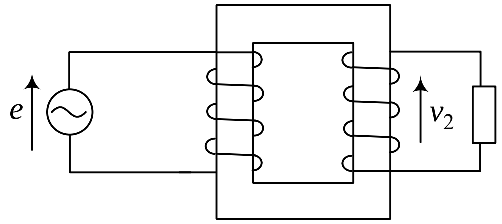
電流（交流）の関係式：　$n_1\,i_1 + n_2\,i_2 = 0$　(10-2)

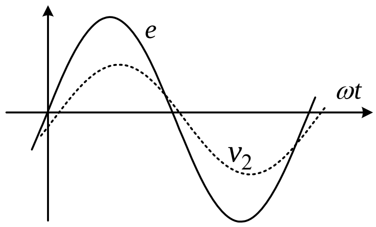
(10-1)は**密結合の条件**，(10-2)は**励磁電流**(exciting current) **0 の条件**とも呼ばれる。ただし，図のドット（●印）のところに電圧の矢印の先端をとり，電流は●印のところから変成器に入る向きに矢印を選ぶものとする（矢印を逆に選ぶとその分マイナスがつく）。これらの式は電圧，電流が時間とともに変化することが必要で，交流回路やスイッチを入れた後の直流回路で成立する。

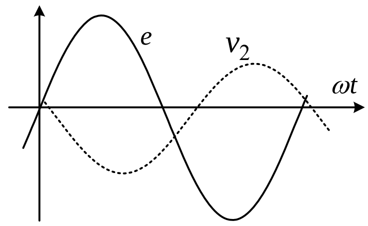
以上で, 話が終わりならいいのだけれど, 現実に作られている変成器は理想通りにはいかない。何が理想からずれてくるのか，その話をしよう。

1．理想的で無くなった訳ではないが，コイルの巻き方で，電圧 v_2 の極性が違ってくる。これをドット（●印）で表現する（後述)。両方逆巻きなら電圧と電流の関係は変わらない。

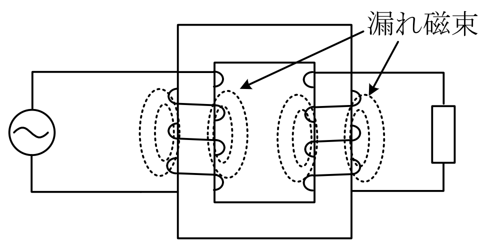






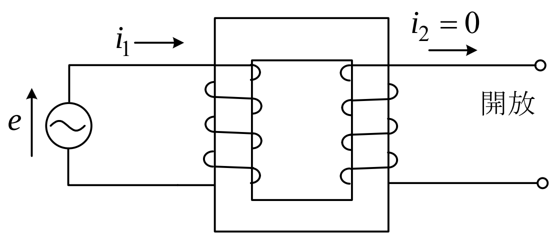


2．鉄心の外に少し漏(も)れる磁束線（磁束）がある。回路では**漏れ磁束** (leakage flux)として式を作る。電圧の比と巻数の比が完全には一致しなくなる原因の１つとなる。漏れ磁束がない場合を**密結合**といい，後で述べるように，$L_1 L_2 = M^2$ が成立する。磁束の大部分は空気より鉄心の中を通る。



3．**巻線(まきせん)抵抗**がある。電圧の比と巻数の比が完全には一致しなくなる原因の１つとなる。また，損失を生じる。電気回路では最初から巻線抵抗は除いて考える。

4．**励磁(れいじ)電流**が流れる。2 次コイルを開放した状態（無負荷）では，二次コイルはあっても， 無くても同じことである。この場合，一次コイルのみで i_1 が決まる。この i_1 を**励磁電流** i_0 という。鉄心の**透磁率** μ の大きい材料ではインダクタンスが大きく，i_0 は小さな値となる。励磁電流が流れると，$i_1 : i_2 = n_2 : n_1$ が成立しなくなる。



回路では， 一次コイルの**自己インダクタンス** L_1，二次コイルの**自己インダクタンス** L_2，**相互インダクタンス** M （●印付き）を用いて変成器を表現する。この中に，上記１，２，４の情報が含まれる。後で述べるが，理想変成器の場合には，密結合，巻線抵抗 0，励磁電流 0 であり，単に●印と巻数比だけで表現される。理想変成器には，インダクタンスの成分は何も残らない。

変成器は話が複雑だから，まず，約束を覚えて，変成器の式が立てられるようになろう。

○ 変成器の基本式

回路では変成器を，一次コイルの**自己インダクタンス** L_1 [H]，二次コイルの**自己インダクタンス** L_2 [H]，**相互インダクタンス** M [H]（●印付き）を用いて表現する。

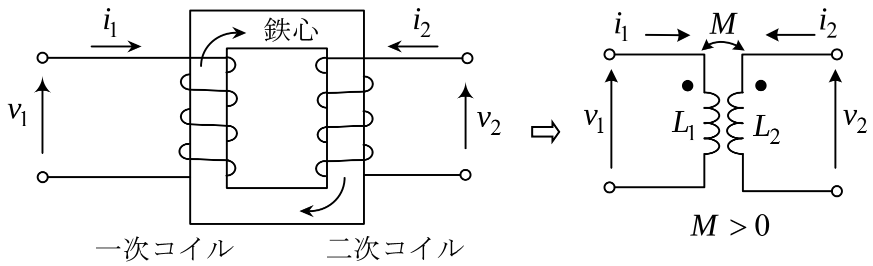


図 10-5　変成器と等価回路表示 I

（●印は両方下に書いても良い）

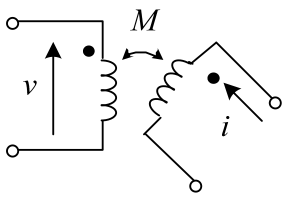
電圧，電流の矢印（測定の向き）を図のようにとると，次式が成り立つ。

$$v_1 = L_1 \frac{d\,i_1}{d\,t} + M \frac{d\,i_2}{d\,t} \quad , \qquad v_2 = L_2 \frac{d\,i_2}{d\,t} + M \frac{d\,i_1}{d\,t} \tag{10-3}$$

一次コイルの**鎖交磁束** ψ_1（プサイ）は　$\psi_1 = L_1\,i_1 + M\,i_2$　で，二次コイルの**鎖交磁束** ψ_2 は $\psi_2 = L_2\,i_2 + M\,i_1$ であり，それらを微分するとそれぞれ電圧 v_1 , v_2 となっている。

ドット（●印）は，M の測定方向を示すものである。図 10-5 のように，●の所から変成器にに入る向きに電流 i を定義するとき，相手のコイルの●印に矢の先端がある電圧 v を測り，その係数から M （正とは限らぬ）を求める。図のように矢印を選ぶと M の項にマイナスが付かない。L_1, L_2 の項はコイルの関係式で●印は関係ない（(10-3)で $M=0$ としたら別々のコイルの式だ）。

$$v = M \frac{d\,i}{d\,t}$$



● 印のところから変成器に電流が流れ込む向きに電流 i を定義すると，相手方の●印に電圧の矢の先端がある向きに電圧 $M\frac{di}{dt}$ が発生する。

● 印は M だけに関係する。

図 10-5 相互インダクタンスの式の立て方

巻き方が図 10-6 の場合も，電圧，電流の矢印を図のようにとると，(10-3)が成り立つ。

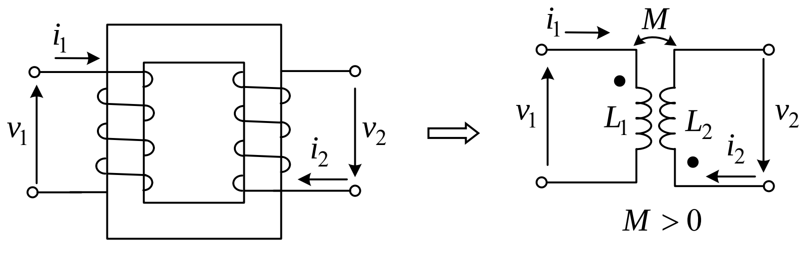
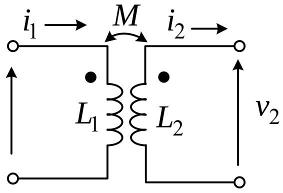


図 10-6
変成器と
回路表示 II

（●印は左下と右上に書いても良い）

（注）図 10-5 と図 10-6 の回路で，i_2 と v_2 の矢印を逆向きに定義しているので，全く同じ式となっている。 I と II では 2 次の電圧と電流の符号が反転するだけで，大きな差がある訳ではない。

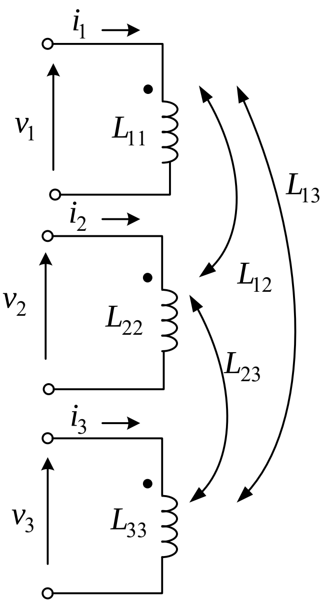
問題：図の変成器で電圧と電流の矢印を図のように定義したとき，成り立つ式を書け。



(答)

$$v_1 = L_1 \frac{d\,i_1}{d\,t} - M\frac{d\,i_2}{d\,t}, \quad v_2 = -L_2 \frac{d\,i_2}{d\,t} + M\frac{d\,i_1}{d\,t}$$

3個のコイルから成る変成器に成り立つ式を以下に示す。



瞬時値（交流，直流，定常，過渡に関係なく常に成立）

$$v_1 = L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt} + L_{13}\frac{di_3}{dt} \qquad (10\text{-}4)$$

$$v_2 = L_{12}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt} + L_{23}\frac{di_3}{dt} \qquad (10\text{-}5)$$

$$v_3 = L_{13}\frac{di_1}{dt} + L_{23}\frac{di_2}{dt} + L_{33}\frac{di_3}{dt} \qquad (10\text{-}6)$$

L_{11}, L_{22}, L_{33} ：**自己インダクタンス**（常に正である）

L_{12}, L_{23}, L_{13} ：**相互インダクタンス**（正とは限らぬ）

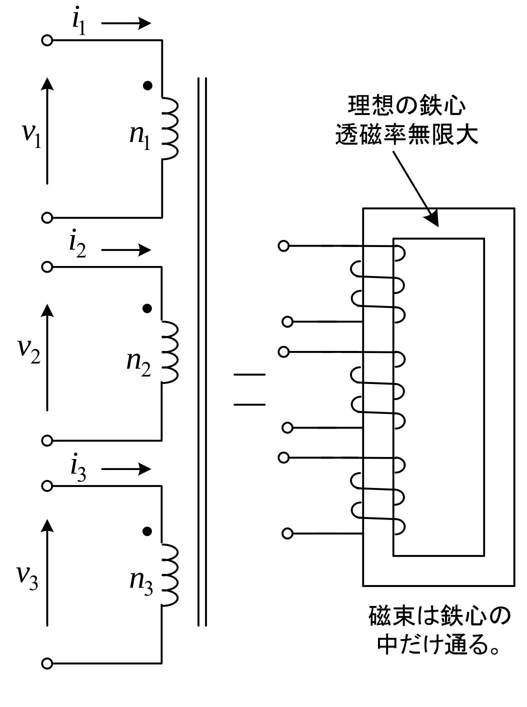
フェーザ表示（交流の定常状態のみで成立）

$$V_1 = j\omega L_{11} I_1 + j\omega L_{12} I_2 + j\omega L_{13} I_3 \qquad (10\text{-}7)$$

$$V_2 = j\omega L_{12} I_1 + j\omega L_{22} I_2 + j\omega L_{23} I_3 \qquad (10\text{-}8)$$

$$V_3 = j\omega L_{13} I_1 + j\omega L_{23} I_2 + j\omega L_{33} I_3 \qquad (10\text{-}9)$$

理想変成器については以下の式が成り立つ。



図の理想変成器は，同じ鉄心に３個のコイル（巻数 n_1, n_2, n_3）が巻かれており，巻数だけで電圧と電流の関係が決まる。

瞬時値（交流回路で常に成立）

・密結合の条件

$$v_1 : v_2 : v_3 = n_1 : n_2 : n_3 \qquad (10\text{-}10)$$

・励磁電流０の条件

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 + n_3 i_3 = 0 \qquad (10\text{-}11)$$

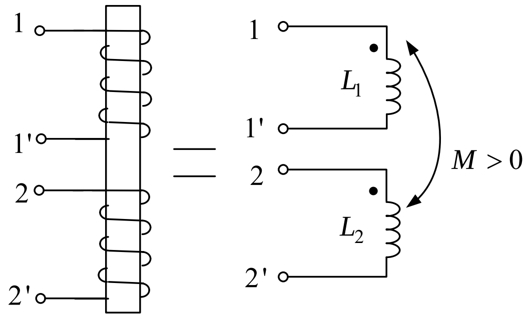
フェーザ表示（交流の定常状態のみで成立）

$$V_1 : V_2 : V_3 = n_1 : n_2 : n_3 \qquad (10\text{-}12)$$

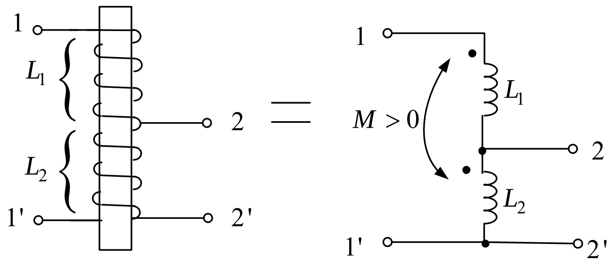
$$n_1 I_1 + n_2 I_2 + n_3 I_3 = 0 \qquad (10\text{-}13)$$

●印と電圧，電流の矢印の選び方に注意せよ。矢印を逆に選ぶとその分マイナスが必要である。

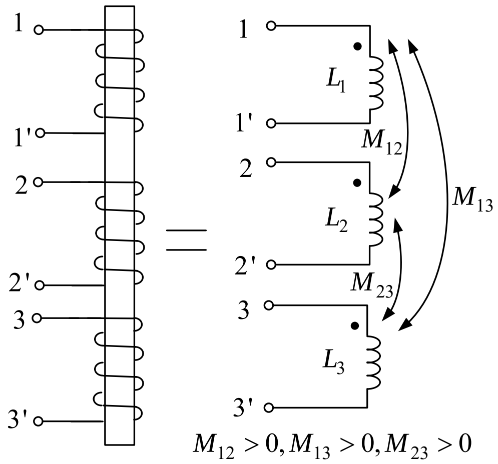
鉄心にコイルを巻いた種々の変成器を，回路でどのように表現するかを以下に示す。回路の表し方は 1 つには決らない。●印をどのようにつけるかは，相互インダクタンスの測定の仕方に関係する。●印の位置を変えて，その分相互インダクタンスにマイナスをつけると，それも 1 つの表し方である。以下では，標準的と考えられる回路を示す。



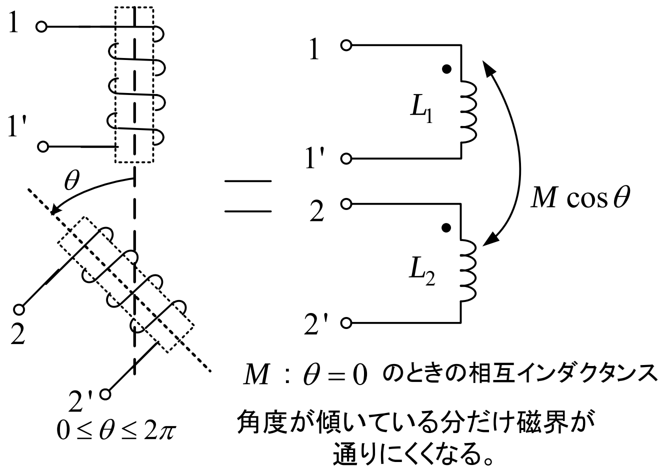
(a)



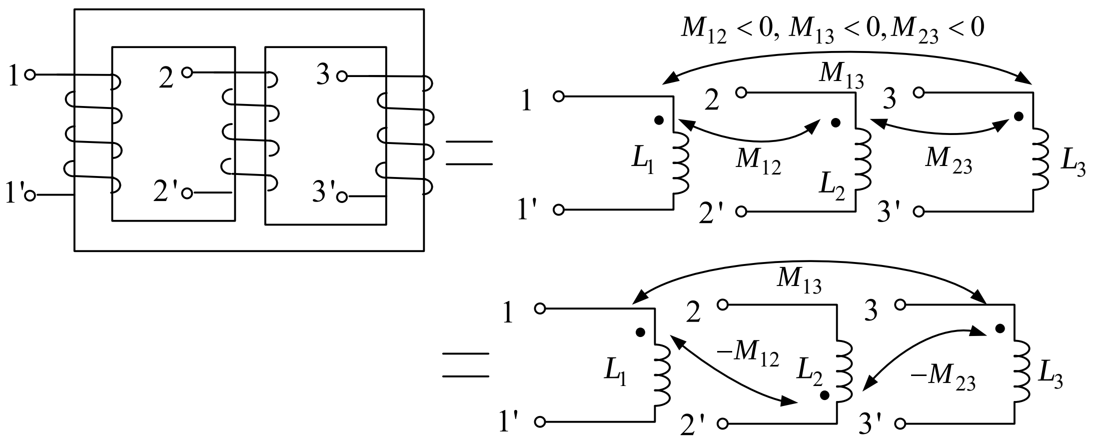
(b)



(c)



(d)

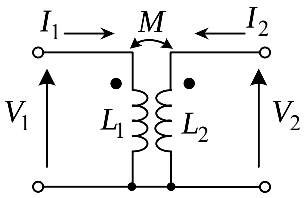


(e)

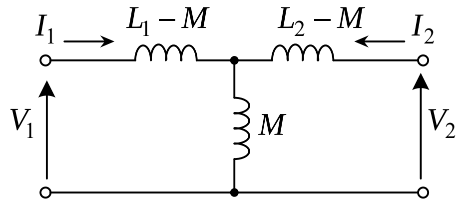
２つのコイルで，●印の所からコイルに電流が流れ込んだとき鉄心にできる磁界が強めあうなら，その相互インダクタンスは正となる。(a)〜(c)の場合は図のように●印を選んで相互インダクタンスは全て正にできる。 (d)の場合は，$\theta = \pi$ のとき相互インダクタンスは$-M$ となる。(e)の場合は，どのように●印を選んでも相互インダクタンスを全て正にすることはできない。

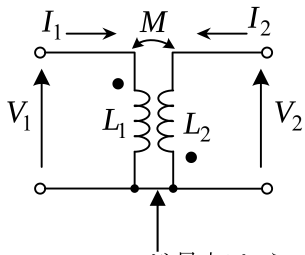
○　変成器の等価回路(equivalent circuit)

変成器をコイルだけの等価回路で表すと計算が容易になることがある。

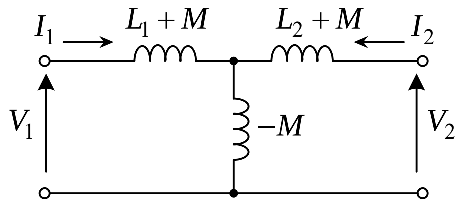


等価
⇔





等価
⇔



⇑

ここが最初からつながっている
か，または，つないでも電流が流
れない時だけ等価回路が作れる。

これらの回路で考えると，
例えばインピーダンスの
計算が楽になる。

<u>上段の回路</u>について説明しよう。左右の回路で式を立てるとそれぞれ次式が得られる。

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$
$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

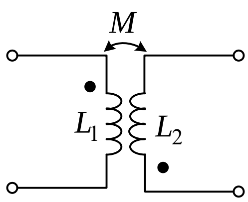
$$V_1 = j\omega(L_1 - M)I_1 + j\omega M(I_1 + I_2) = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$
$$V_2 = j\omega(L_2 - M)I_2 + j\omega M(I_1 + I_2) = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

両者の関係が等しいので等価である。

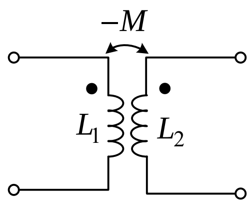
<u>下段の回路</u>については次式が成立する。

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2$$
$$V_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1$$

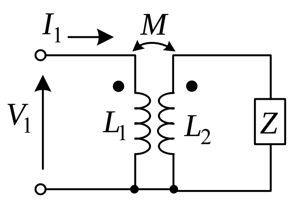
右の図のように●印を動かして
$-M$ にすれば等価である。



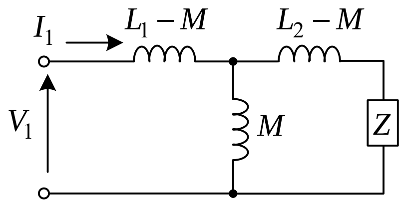
等価
＝



＊　入力インピーダンス　$Z_0 = \dfrac{V_1}{I_1}$　は等価回路を使うと以下のように計算できる。

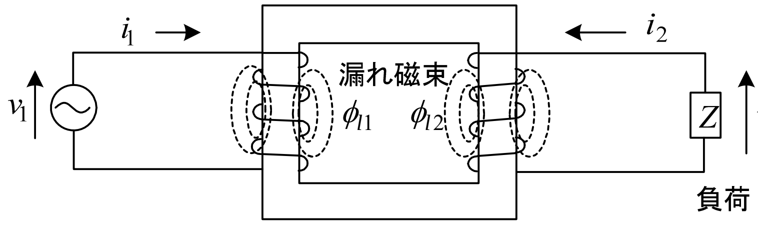


⇒



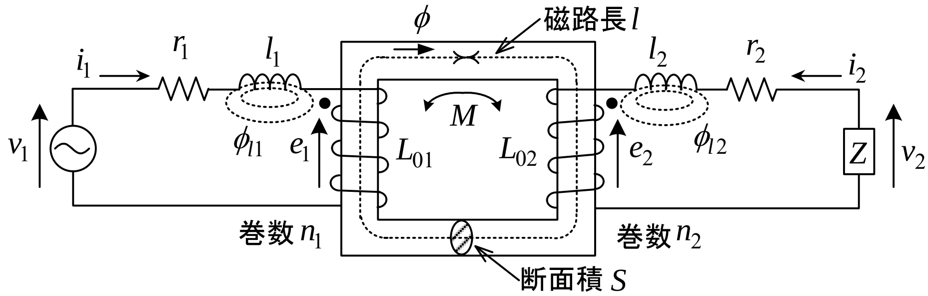
$$Z_0 = j\omega(L_1 - M) + \frac{j\omega M\left\{j\omega(L_2 - M) + Z\right\}}{j\omega(L_2 - M) + j\omega M + Z} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z}$$

実際に使われている変圧器の等価回路を示す。　以下の回路は最後の１つを除き全て等価である。回路で使う変成器や理想変成器と実際の変圧器の違いが明確となる。



(a)

巻線抵抗r_1, r_2と**漏れ磁束**を作るインダクタンス（**漏れインダクタンス**l_1, l_2）を変圧器の外に出す。



(b)

残りの変圧器は漏れ磁束がないので，**密結合変圧器**である。このとき，インダクタンスは，

$$L_{01} = \frac{n_1^2}{R_m} \quad , \quad L_{02} = \frac{n_2^2}{R_m} \quad , \quad M = \frac{n_1 n_2}{R_m} \tag{10-14}$$

但し，R_mは**磁気抵抗**と呼ばれ，$R_m = l/(\mu S)$，μ：鉄心の**透磁率**(permeability)

l：鉄心の**磁路長**（有効長さ），　S：鉄心の断面積（(10-14)は電磁気学で習う）

で与えられ，$L_{01}L_{02} = M^2$　（密結合条件）が成立する。また，(10-14)より次の関係もある。

$$\frac{L_{01}}{M} = \frac{M}{L_{02}} = \frac{n_1}{n_2} = a \quad \text{（巻数比 turn ratio）} \tag{10-15}$$

図のように，i_1, i_2, e_1, e_2及び磁束ϕの測定の向きを選ぶと，コイルの巻き方を考慮して

$$\phi = \frac{F}{R_m} = \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{R_m} \qquad \text{ここで，} F \text{：起磁力（きじりょく）と呼ばれる。} \tag{10-16}$$

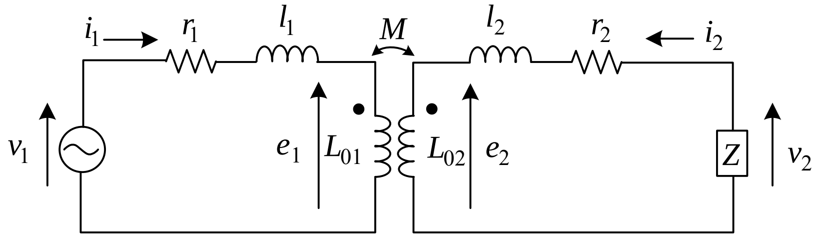
$$e_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt} \quad , \quad e_2 = n_2 \frac{d\phi}{dt} \tag{10-17}$$

(10-16)，(10-17)より

$$e_1 = \frac{n_1^2}{R_m}\frac{di_1}{dt} + \frac{n_1 n_2}{R_m}\frac{di_2}{dt} = L_{01}\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} \tag{10-18}$$

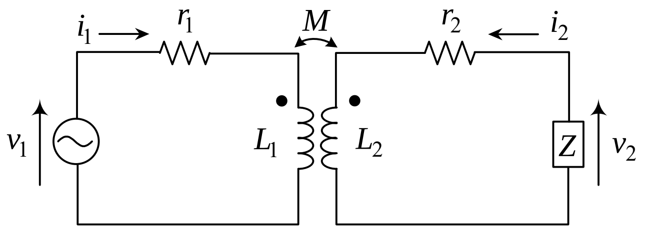
$$e_2 = \frac{n_1 n_2}{R_m}\frac{di_1}{dt} + \frac{n_2^2}{R_m}\frac{di_2}{dt} = M\frac{di_1}{dt} + L_{02}\frac{di_2}{dt} \tag{10-19}$$

(b)の回路は鉄心を省いて，



(c)

と書ける。電気回路で用いる変成器(中央部)は，l_1 と L_{01}，l_2 と L_{02} をまとめて次のように書く。



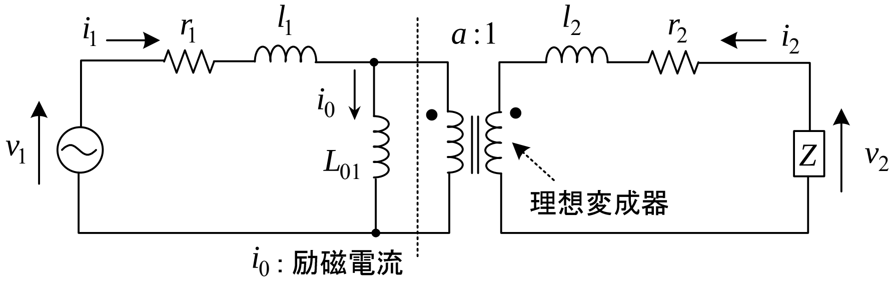
(d)

$$L_1 = L_{01} + l_1\ ,\ L_2 = L_{02} + l_2$$

$$L_1 L_2 - M^2 \geq 0$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$ ：**結合係数** $(k \leq 1)$

(c)の回路は，理想変圧器を用いると，次のように書ける（例題 2 で証明する）。

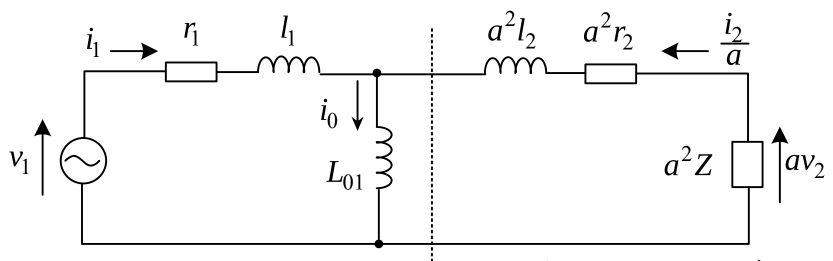


$$L_{01} : M = a:1$$

$$a = \frac{n_1}{n_2}$$ ：**巻数比**

(e)

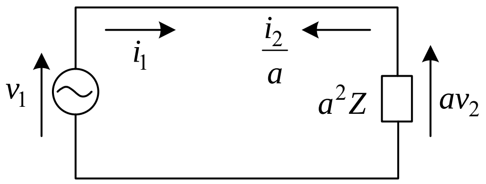
二次側の回路を一次側に換算すると，(f)の実用上重要な回路を得る。(記憶しておきたい回路)



(f)

⇒ ここから見たインピーダンスは、(e), (f) で等しい。

理想変成器は，$r_1 = r_2 = 0,\ l_1 = l_2 = 0$ ，$L_{01} = \infty$ であるから，



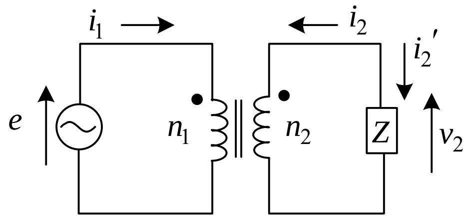
$$v_1 = av_2 \quad \therefore\ v_1 : v_2 = n_1 : n_2 \qquad (10\text{-}20)$$

$$i_0 = i_1 + \frac{i_2}{a} = 0 \quad \therefore\ n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \qquad (10\text{-}21)$$

一次側から見たインピーダンス $a^2 Z$

理想変成器には何も残らず，電圧，電流を巻数比に変換するのみである。漏れ磁束がなければ，$l_1 = l_2 = 0$ だから，(10-20)は密結合(漏れがない)の条件といえる。(10-21)は励磁電流 i_0 を 0 と置いた式で励磁電流 0 の条件と言える。励磁電流は鉄心の中に磁束を作るための電流で，L_{01} が大きいとほとんど流れない。励磁電流は等価回路を書かないと理解しにくい。

例題 1　図の理想変成器の回路で，$e = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ とする。このとき，i_1, i_2, i_2', v_2 を求めよ。



但し，次の 2 つの場合について答えよ。

（ⅰ） $Z = R = 10\,\Omega$

（ⅱ） $Z = R + j\omega L = 2 + j2\ [\Omega]$

巻数は，$n_1 = 50$ 回，$n_2 = 100$ 回とする。

（解）（ⅰ）密結合の条件より，$e : v_2 = n_1 : n_2$

$$\therefore v_2 = \frac{n_2}{n_1} e = 200\sqrt{2}\sin\omega t \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot ①$$

励磁電流 0 の条件より，$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot ②$

負荷 Z について，$v_2 = R i_2' = -R i_2 \qquad (i_2 = -i_2')$

$$\therefore i_2' = \frac{v_2}{R} = 20\sqrt{2}\sin\omega t \quad , \quad i_2 = -20\sqrt{2}\sin\omega t \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot ③$$

②より，$i_1 = -\dfrac{n_2}{n_1} i_2 = 40\sqrt{2}\sin\omega t \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot ④$

（ⅱ）$Z = 2 + j2$　の場合，フェーザ（大文字使用）で考える。e のフェーザ E は，$E = 100$ と表せる。密結合の条件より，$E : V_2 = n_1 : n_2$

$$\therefore V_2 = \frac{n_2}{n_1} E = 200 \qquad \therefore v_2 = 200\sqrt{2}\sin\omega t$$

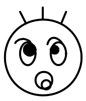
負荷 Z について，$V_2 = Z\,I_2'$

$$I_2' = \frac{V_2}{Z} = \frac{200}{2 + j2} = \frac{100}{1 + j} = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

$$\therefore i_2' = 100\sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) \qquad \therefore i_2 = -i_2' = -100\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

励磁電流 0 の条件より，$n_1 I_1 + n_2 I_2 = 0$

$$\therefore I_1 = -\frac{n_2}{n_1} I_2 = -2I_2 \qquad \therefore i_1 = -2i_2 = 200\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$$



抵抗負荷の③と④を見たら，i_1 と i_2' が同相で変化しております。i_2 にはマイナスがついとる。計算するときは，i_2 と i_2' のどっちで計算しても構わんとです。i_2' を使うなら $n_1 i_1 = n_2 i_2'$　となる。コイルが 2 つのときは i_2' の方が判りやすいけど，3 つになったら●印に入る方に電流を選んだほうが励磁電流 0 の条件が少し美しい。ばってん好みの問題です。

例題 2　図 1 の一般の変成器に対し，図 2 の巻数比 $a:1$ の理想変成器を使った等価回路が良く用いられる。図 1 の L_1, L_2, M を図 2 のパラメータで表せ。

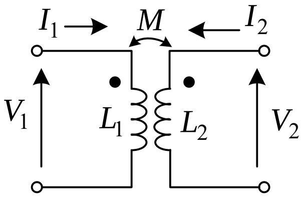


図 1

等価
<=>

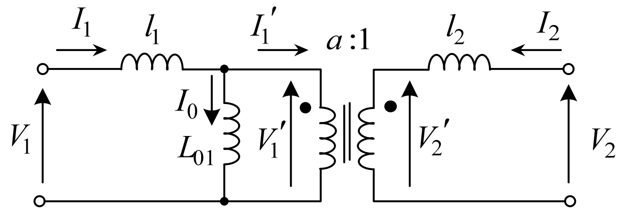


図 2

（解）図のように電圧，電流を定義する。

図 1 より，

$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$　　・・・・①

$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$　　・・・・②

図 2 より，

> I_0 ：励磁電流
> $L_{01} = \infty$ のとき，$I_0 = 0$
> で，$aI_1 + I_2 = 0$ が
> 成立する。（図 2 を見よ。）

理想変成器に対し，$aI_1' + I_2 = 0$　　・・・・③　←励磁電流 0 の条件

$V_1' : V_2' = a:1$　　・・・・④　←密結合の条件

また，$V_1 = j\omega l_1 I_1 + j\omega L_{01}(I_1 - I_1')$

$= j\omega l_1 I_1 + j\omega L_{01}(I_1 + \dfrac{I_2}{a})$　　←③を代入

$= j\omega(l_1 + L_{01})I_1 + j\omega \dfrac{L_{01}}{a} I_2$　　・・・・⑤

$V_2 = j\omega l_2 I_2 + V_2' = j\omega l_2 I_2 + \dfrac{V_1'}{a}$

$= j\omega l_2 I_2 + \dfrac{j\omega L_{01}(I_1 - I_1')}{a}$

$= j\omega \dfrac{L_{01}}{a} I_1 + j\omega(l_2 + \dfrac{L_{01}}{a^2})I_2$　　・・・⑥

①と⑤，②と⑥をそれぞれ比較して，

$L_1 = L_{01} + l_1$

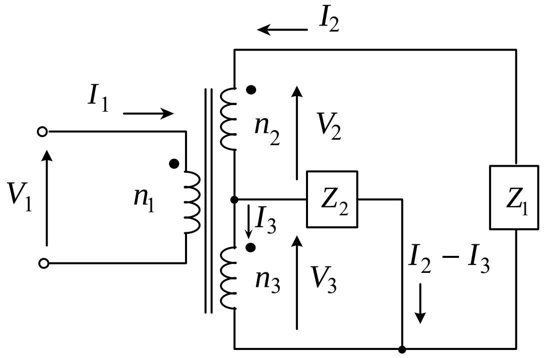
$L_2 = \dfrac{L_{01}}{a^2} + l_2$

$M = \dfrac{L_{01}}{a}$

> $l_1 = l_2 = 0$ （漏れなし）なら，
> $L_1 L_2 = M^2$ が成立し，密結合
> と呼ばれる。$V_1 : V_2 = a:1$ が
> 成立する。（図 2 を見よ。）

※　一般の変圧器では，巻線抵抗 r_1, r_2 及び鉄損（てっそん）抵抗を図 2 の回路に付加して用いられる。l_1, l_2 はそれぞれ一次漏れインダクタンス，二次漏れインダクタンスと呼ばれる。

例題３　図の回路の入力インピーダンスを求めよ。



（解）図のように，フェーザV_1 , I_1 , V_2 , I_2 , V_3 , I_3 を定義する。

密結合の条件から

$V_1 : V_2 = n_1 : n_2 \quad \therefore V_2 = n_2 V_1 / n_1$　　・・・①　　・印に矢の先端がどちらもあるとき，プラス（＋）

$V_1 : V_3 = n_1 : n_3 \quad \therefore V_3 = n_3 V_1 / n_1$　　・・・②

励磁電流０の条件から

$n_1 I_1 + n_2 I_2 + n_3 I_3 = 0$　　・・・③　　・印に入る電流のとき，プラス（＋）

Z_1 についての電圧方程式より

$V_2 + V_3 = -Z_1 I_2$　　・・・④　　Z_1 について電圧と電流の矢が同じ向きなので，マイナス（－）

同様に Z_2 について

$V_3 = Z_2 (I_2 - I_3)$　　・・・・⑤

①，②，④より

$$I_2 = -\frac{n_2 + n_3}{n_1 Z_1} V_1$$

②，⑤より

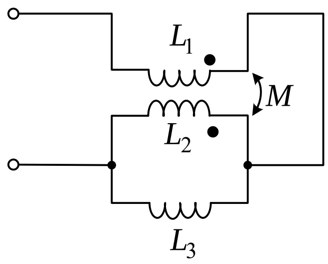
$$I_3 = I_2 - \frac{n_3}{n_1 Z_2} V_1 = -\frac{n_2 + n_3}{n_1 Z_1} V_1 - \frac{n_3}{n_1 Z_2} V_1$$

I_2 , I_3 を③に代入して

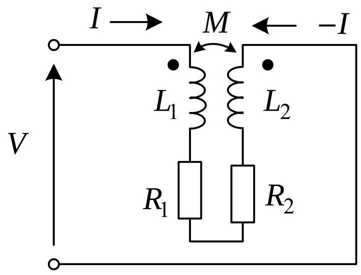
$$I_1 = n_2 \frac{(n_2 + n_3)}{n_1^2 Z_1} V_1 + n_3 \frac{(n_2 + n_3)}{n_1^2 Z_1} V_1 + \frac{n_3^2}{n_1^2 Z_2} V_1$$

入力インピーダンス：　$$\frac{V_1}{I_1} = \left\{ \frac{(n_2 + n_3)^2}{n_1^2 Z_1} + \frac{n_3{}^2}{n_1^2 Z_2} \right\}^{-1}$$

例題４　図（ａ），（ｂ）の回路の入力インピーダンスを求めよ。



（ａ）



（ｂ）

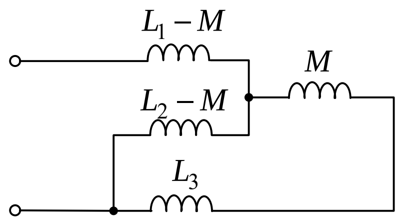
(解)

（ａ）図の等価回路が得られる。

入力インピーダンス z は，

$$z = j\omega(L_1 - M) + \frac{(j\omega L_3 + j\omega M)\,j\omega(L_2 - M)}{j\omega L_3 + j\omega M + j\omega(L_2 - M)}$$

$$= j\omega(L_1 - M) + j\omega\frac{(L_3 + M)(L_2 - M)}{L_2 + L_3}$$



（ｂ）図のように，V, I を定義すると，

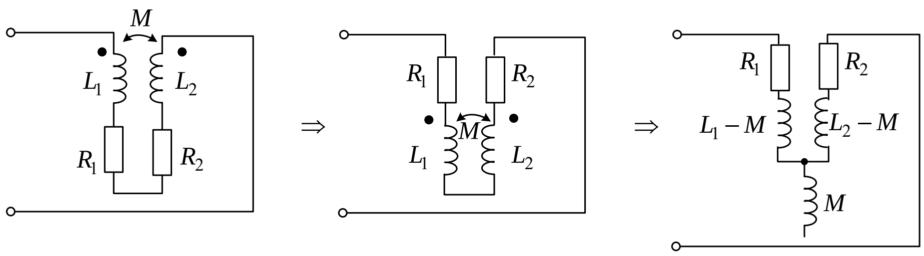
$$V = j\omega L_1 I - j\omega M I + (R_1 + R_2)I + j\omega L_2 I - j\omega M I$$

$$= \left\{ R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) \right\} I$$

従って，入力インピーダンス Z は，

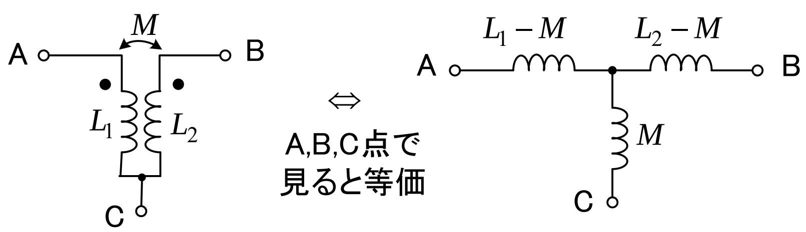
$$z = \frac{V}{I} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

(注) この場合，等価回路を作ろうと思えば，次のようになる。

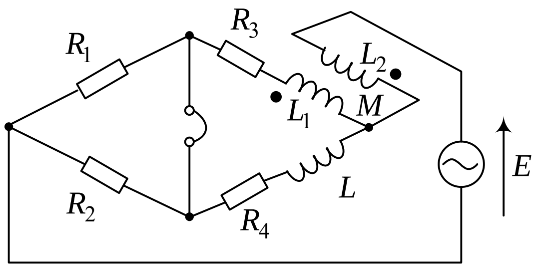


Z を求めると、
上式と一致する。

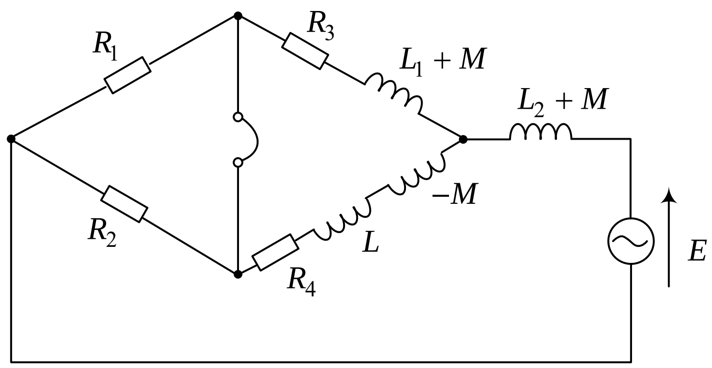
＊　等価回路を作るときは３つの点を見つけて丸を書け。



例題 5　図のブリッジの平衡（へいこう）条件から，R_4, L を求める式を導出せよ。



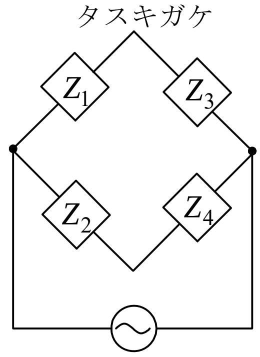
（解）変成器を等価回路で置き換えると，次の様になる。



※ブリッジの平衡条件

$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$

タスキガケ



$L_2 + M$ は，ブリッジの平衡には無関係である。

（何故なら，$L_2 + M$ まで含まれて電源電圧と考えてよいから）

ブリッジの平衡条件より

$$R_1(R_4 + j\omega L - j\omega M) = R_2(R_3 + j\omega L_1 + j\omega M)$$

両辺の実部と虚部が等しいから，

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad , \quad R_1(L - M) = R_2(L_1 + M)$$

$$\therefore R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad , \quad L = M + \frac{R_2}{R_1}(L_1 + M)$$

（注意）$a + jb = 0$ のとき，$a = 0$　，　$b = 0$ である。

$a_1 + jb_1 = a_2 + jb_2$ のとき，

$(a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2) = 0$ だから

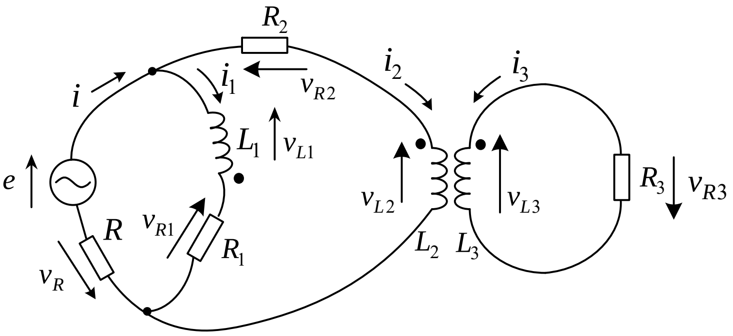
$a_1 = a_2$　，　$b_1 = b_2$

例題６　図の回路について以下の問に答えよ。

（１）枝(えだ)電流を定義して，独立な微分方程式を書け。（小文字を使え。）

（２）定常解を求めるフェーザ表示を用いた式を書け。（大文字を使え。）

但し，e は100V の交流電圧とする。また,各コイル間には相互インダクタンス M_{12}, M_{23}, M_{13} があるものとする。



（１）　図のように枝電流 i, i_1, i_2, i_3 を定義する。

図の電源，L_1, R_1, R の閉路に対し，

$$e = v_{L1} + v_{R1} + v_R$$

$$= L_1\frac{di_1}{dt} - M_{12}\frac{di_2}{dt} - M_{13}\frac{di_3}{dt} + R_1 i_1 + R\,i \qquad \cdots ①$$

i_2 は・に入り+だが v_{L1} の
矢の根が・印にあるため

図の電源，R_2, L_2, R の閉路に対し，

$$e = v_{R2} + v_{L2} + v_R$$

$$= R_2 i_2 - M_{12}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_3}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} + R\,i \qquad \cdots ②$$

i_1 が・印から出る方向

図の R_3, L_3 閉路に対し，

$$0 = v_{L3} + v_{R3}$$

$$= L_3\frac{di_3}{dt} - M_{13}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_2}{dt} + R_3 i_3 \qquad \cdots ③$$

電流について $i = i_1 + i_2$ 　　　・・・④

①～④が成立する独立な式である。

（２）①～④より，小文字→大文字（フェーザ），$\dfrac{d}{dt} \to j\omega$ として

$$100 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M_{12} I_2 - j\omega M_{13} I_3 + R_1 I_1 + R\,I$$

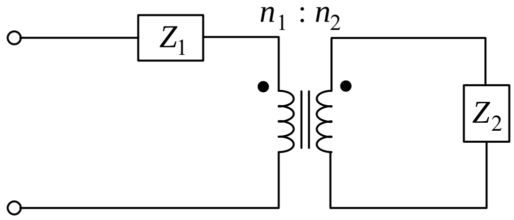
$$100 = R_2 I_2 - j\omega M_{12} I_1 + j\omega M_{23} I_3 + j\omega L_2 I_2 + R\,I$$

$$0 = j\omega L_3 I_3 - j\omega M_{13} I_1 + j\omega M_{23} I_2 + R_3 I_3$$

$$I = I_1 + I_2$$

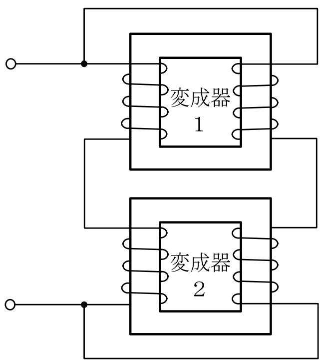
（注） e の位相を基準にとると，e のフェーザ E は $E = 100$ となる。$e = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ と考えることを意味する。

問題 1　図の回路の入力インピーダンス Z を求めよ。

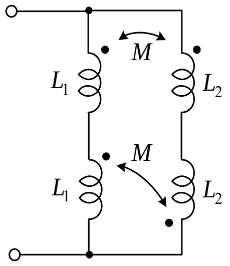


（答）$Z = Z_1 + \left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2 Z_2$　（Z_1 を省いた変成器の部分は覚えておくと便利）

問題 2　変成器 1 の自己インダクタンスを L_1（一次巻線）及び L_2（二次巻線），相互インダクタンスを M とする。変成器 2 は，二次巻線の巻き方だけが変成器 1 と異なる。回路図を示し，入力インピーダンス Z を求めよ。　(等価回路利用)

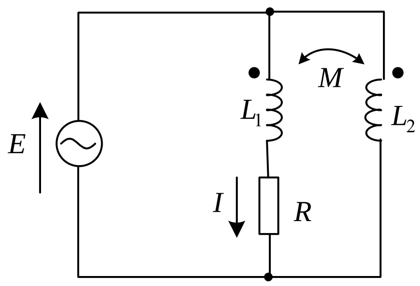


（答）



$$Z = j\omega \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2}$$

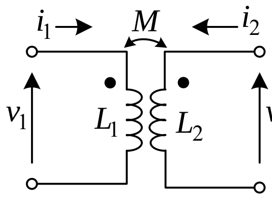
問題 3　図の回路で，電流の実効値 $|I|$ を求めよ。E，I はフェーザである。(等価回路利用)



（答）　$$I = \frac{L_2 - M}{RL_2 + j\omega(L_1L_2 - M^2)}E$$

$$|I| = \frac{|L_2 - M||E|}{\sqrt{(RL_2)^2 + \omega^2(L_1L_2 - M^2)^2}}$$

問題 4　図の変成器で時刻 t の電流が $i_1(t),\ i_2(t)$ のとき，変成器に蓄えられているエネルギー W を求めよ。



$M > 0$

（答）　$$W = \int_0^t (v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t))dt$$

$$= \int_0^t (L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + M\, i_1 \frac{di_2}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} + M\, i_2 \frac{di_1}{dt})dt$$

$$= \int_0^t \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}(L_1 i_1^2 + 2M\, i_1 i_2 + L_2 i_2^2))dt$$

$$= \frac{1}{2}(L_1 i_1^2 + 2M\, i_1 i_2 + L_2 i_2^2)$$　（電流の初期値は 0 として求められる）