あとがき

一番の時間の浪費は先延ばしにある。

―――――― ヒルティ

あなたがしなければならないことは，自分で考える，ということだけです。

―――――― ラムサ

ある人は，自分はだめな人間だと感じてしりごみしてしまう。
一方，ある人は，次々と失敗を繰り返しながら，大きく成長してゆく。

―――――― ヘンリー・C・リンク

ここにストレスに対処するための二段階の処方がある。
第一ステップ，小さなことにくよくよするな。
第二ステップ，すべては小さなことであるのを忘れるな。

―――――― アンソニー・ロビンズ

この世に，不屈の精神にまさるものはない。
才能ではない。
才能に恵まれながら，成功できない人はいくらでもいる。
天才でもない。
報われない天才というのは，ほとんど決まり文句になっている。
教育だけでもだめだ。
学歴のあるおちこぼれはそこら中にいる。
不屈の精神と決心だけが全能なのだ。

―――――― カルビン・クーリッジ

人間は力が不足しているのではなく，強い意志に欠けているのだ。

―――――― ヴィクトル・ユーゴー

人生はいつも「今から」～一歩一歩登りつづければ頂上に立てる。

―――――― 三浦　雄一郎　（80 歳エベレスト登頂）

為せば成る、為さねば成らぬ何事も，成らぬは人の為さぬなりけり。

―――――― 米沢藩主　上杉鷹山（ようざん）

過ぎたことを後悔するな。未来のことで悩むな。
今できることをあきらめないでやってみる。

―――――― 辻　峰男

健康雑感　ー不逞のすすめー

保健管理センター所長　小路　敏彦

新入生諸君おめでとう。長い受験戦争にピリオドを打った御感想はいかがですか？ウサギ型の諸君は，もう講義の心配やクラブの選択で気もそぞろでしょうし，キャンパスが狭くて建物が貧弱なのに少し失望しているでしょう。一方，カメ型の諸君はヤレヤレどっこいしょと腰をおろし，これまで我慢を重ねてきた“本当にやりたかったこと”をどうやって充足しようかと舌なめずりしていることでしょう。バタバタ主義であれ，ユックリズムであれ，自分の個性をよくわきまえて，それに見合った大学生活を設計することは入学第一歩にあたって大切なことです。

社会生活をしている限りストレスをなくすことは出来ません。大学生なら，試験とかリポート，ゼミの発表などが大きなストレスです。このほかにも学友やクラブ活動仲間とのトラブル，失恋，先生との対立など心理的負担は少なくありません。それには，最初に述べた自分の個性，性格を良く見て生活の歩幅を決めると同時に，何事によらず悩みを明日へ持ち越さない習慣をつけることです。人生にはいろいろな苦痛や裏切りなど厭な思いが絶えません。これにいつまでもこだわり続けていれば，全身が怒りと恨みの固まりになってしまいます。過ぎ去ったことにこだわらず，さらりと忘れてしまうのがストレスを減らすコツなのです。

先日，機会があって直木賞作家の渡邊淳一氏の話をうかがいました。氏は御承知のように札幌医科大学の整形外科講師から百八十度転換して職業作家を目指した異色の経歴を持つ方です。上京した当初の苦しい新人時代，三十人近い志を同じくする新進気鋭の仲間の人たちと月に一度会合しては励ましあったり，情報を交換していたそうです。ところが二十年近く経った今，作家として一応名を成した人はその中のほんの一握りの六，七名に過ぎないそうです。氏によると，文学的才能，ひらめきなどとても氏が足元にも及ばないと兜を脱いでいた人たちでも大半は途中で消えていったそうです。脱落した人たちに共通の特徴は，相次ぐ出版社からの原稿の返却や先輩作家の針をふくんだ批評などに耐え切れないようなデリケートな神経の持ち主ばかりだったそうです。これに反して生き残った人たちは，同じ自棄酒を飲んでも，始めは自分の才能のなさを悲観してますが次第にその編集者や先輩作家を「こん畜生め」と毒づき出すそうです。そして翌朝はケロリとして，「なあに，俺の才能を認識できないあいつ等が間違ってるんだ」と結論づける一種のふてぶてしさ，図々しさに近い自尊心を持った人たちだったようです。

この話には一面の真理がふくまれています。私のまわりを見ても，教授や先輩の叱責に深く傷ついて大学を去っていった人たちが何人かいます。もちろん「すべて，叱った人が悪くて自分が正しいと思え」などとは決して申しません。反省すべき点があればこそ叱責されたのでしょう。

要は，こちらの受け止め方です。反省が自己卑下，悲観，逃避などへ連鎖反応を起こすタイプの人は，今のストレスだらけの社会では大成しません。反省の後に，「何くそっ」という負けじ魂が首をもたげてくるような逞しさ，不愉快な部分だけは翌日ケロリと忘れてしまうような図々しさは，諸君のこれからの学生生活で時には役に立つ心構えだと思います。

何だか，入学早々の諸君に，不逞のすすめを説いているようで気が引けますが，五月病を防ぐ一助にでもなればと念じ，あえて取り上げた次第です。おめでとう新入生諸君。

長崎大学　学園だより（昭和 62 年 4 月 10 日）より

最初から，1 行 1 行納得するまで考えて読み進めて下さい。

また，例題や問題は，実際に自分で鉛筆を持って解いて確かめましょう。

そうすれば，“考えることの楽しさ”を味わえ，実力もつきます。

この講義ノートで著者の 40 年以上に亘るノウハウを伝授したいのです。特に，これまでの講義の経験から，理解しにくいところや誤りやすいところを丁寧に述べています。しかし，決してレベルを低くしている訳ではありません。これらの点は，他の教科書にはない特徴と思っております。この講義ノートを作るために費やした時間は，莫大なものです。この講義ノートは，将来必ず役に立ちます。信じてください。例えば，電子回路，電気電子計測，電気機器，パワーエレクトロニクス，自動制御，電力システム，通信，電磁気学などの分野の基礎として，各種実験の基礎として，大学院入試，就職試験，資格試験，塾や家庭教師で教える物理，実際の仕事，家庭電気の常識として等々です。後で気がついて，別の本を買って読んでも，時間がかかり，苦労します。一度勉強したテキストは，後で使うときすぐに理解が得られます。どうか，捨てたり，人に譲ったりしないで一生可愛がって下さい。なお，接着力が弱いので完全に開かず途中で紙を折り曲げて下さい。

参考文献

(1)　大野克郎：大学課程　電気回路（１）（オーム社）
(2)　尾崎弘：大学課程　電気回路（２）（オーム社）
(3)　大野克郎：現代過渡現象論（オーム社）
(4)　大木眞二郎：詳解電気回路演習　上，下（共立出版）
(5)　野中作太郎：電気機器［Ⅰ］（森北出版）
(6)　山本義隆：新・物理入門（駿台文庫）
(7)　松原正則：最新電磁気学　電気回路と磁気回路（昭晃堂）
(8)　辻峰男：電気回路から見た電磁気学, 長崎大学リポジトリ

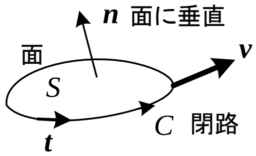
(1) (2) は，筆者が大学時代に学んだ教科書で，この講義ノートでも多くの箇所で参考にさせて頂いた。現在でも，筆者が最も信頼している教科書です。参考書として購入するなら，この本を薦めます。(3) は過渡現象全般について分布定数回路を含め詳しく述べてある。(4) には多くの例題があるので自分の考え方で解いてみることを勧める。(5) は名著で変圧器も参考になる。(6) は是非読んで欲しい物理の入門書で電磁気も詳しい。高校生（予備校生）のために書かれているが，大学で学ぶ内容も含まれている。(7) は電気回路と電磁気学の関係が詳しい。(8) は pdf ファイルで自由にダウンロードできる。

最後に，貴重なご指摘を頂いた竹中隆教授，中野正基教授，石塚洋一准教授に感謝致します。また，本稿の図面作成，原稿入力にご協力頂いた浦憲一郎氏に深謝します。

付録

○ 電磁気学と電気回路の関連

①と②の場合



C の向き単位接線ベクトル
dl：微小長さ

閉路の一部が速度 $\boldsymbol{v}$ で動くこともある。

C と $\boldsymbol{n}$ は右ねじの関係

①の場合 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$ とする。

マクスウェルの方程式

微分形（空間の各点で物質に関係なく、ある時間に成立）

積分形（ある面と閉路で成立）

① $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i} + \underbrace{\dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}}_{\text{変位電流：電波}}$ $\xrightarrow{\text{面積分，ストークスの定理}}$ ① $\displaystyle\int_C \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{t}\,dl = \int_S (\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t})\cdot\boldsymbol{n}\,dS \;(=\sum n_i I_i)$

変位電流を無視のとき

電流が流れる点は回転する磁界（渦）の発生源となる。

アンペアの周回積分の法則

閉路Cに生じる誘導起電力

② $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ ⟶ ② $\displaystyle V_e = \int_C \boldsymbol{E}'\cdot\boldsymbol{t}\,dl = -\frac{d}{dt}\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = -\frac{d\phi}{dt}$ ファラデーの電磁誘導の法則

$$= -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\boldsymbol{n}\,dS + \int_C (\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{t}\,dl$$

磁束密度の時間変化がある点にはそれを打ち消すように誘導電界の渦が生じる。

$\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$

$\boldsymbol{v}$ で動く点で観測される電界

変化する磁束による起電力
変圧器起電力

速度起電力
動く物体に誘起する起電力
↓ 暗示
フレミングの右手の法則
$V_e = l\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$

③ $\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} = \rho$ $\xrightarrow{\text{体積分，ガウスの定理}}$ ③ ガウスの法則 $\displaystyle\int_S \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = \int_v \rho\,dv = Q$ 自由電荷

正電荷がある点は電束の湧き出し口。

閉曲面（球とか）

Sが囲む全体積で集める。

$\displaystyle\int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = \frac{Q}{\varepsilon}$ （ε 一定空間）

クーロンの法則

④ $\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0$ ⟶ ④ $\displaystyle\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = 0$

磁界の湧き出し口（磁荷）は存在しない。

磁束は連続

①，④からビオサバールの法則が導ける。

$$d\boldsymbol{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{r}}{r^3}dl$$

②’ $\boldsymbol{E}_c$：クーロン電界（電荷が作る）（保存場）

$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}_c = \boldsymbol{0}$　　$\displaystyle\int_C \boldsymbol{E}_c\cdot\boldsymbol{t}\,dl = 0$

電位差(電圧) $\displaystyle V_{BA} = -\int_A^B \boldsymbol{E}_c\cdot\boldsymbol{t}\,dl$ は道筋によらず一定

電位 $\displaystyle V = -\int_\infty^P \boldsymbol{E}_c\cdot\boldsymbol{t}\,dl$ ， $\boldsymbol{E}_c = -\mathrm{grad}\,V$

連続の式

ρ は自由電荷密度
例：コンデンサの電荷
導体中では $\rho = 0$
動く電子と対応する陽子の和が0

⑤ $\mathrm{div}\,\boldsymbol{i} = -\dfrac{\partial \rho}{\partial t}$

$\displaystyle\int_S (\boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t})\cdot\boldsymbol{n}\,dS = 0$

キルヒホッフの第１法則

起電力は非クーロン電場の線積分である。一方電位差はクーロン電場の線積分である。けれど内部抵抗を無視すれば $(\kappa = \infty)$ 起電力と電位差は等しくなる。

物質の式

$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}$

$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$ ←（永久磁石の様に成立しない物質もある）

$\boldsymbol{i} = \kappa(\boldsymbol{E}_{ce} + \boldsymbol{E}_e)$

オームの法則（電地の場合）
コイル，動く導体も同様

$\boldsymbol{E}_c = \boldsymbol{E}_{cR} + \boldsymbol{E}_{cC} + \boldsymbol{E}_{cL} + \boldsymbol{E}_{ce} + \boldsymbol{E}_{cv}$　：クーロン電界

$\boldsymbol{E}_s = \boldsymbol{E}_L + \boldsymbol{E}_e + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$　：非クーロン電場

RCLと動く導体からなる回路

$\underbrace{\boldsymbol{E}_{cR}}_{\text{抵抗}} + \underbrace{\boldsymbol{E}_{cC}}_{\text{コンデンサ}} + \overbrace{\boldsymbol{E}_{cL} + \boldsymbol{E}_L}^{\text{コイル}} + \overbrace{\boldsymbol{E}_{ce} + \boldsymbol{E}_e}^{\text{電池}} + \overbrace{\boldsymbol{E}_{cv} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}}^{\text{動く導体}}$ 等価電界

全電界の閉回路に沿って１周積分すると抵抗,コンデンサ，内部抵抗電圧＝起電力の和 ⟶ キルヒホッフの第2法則

電荷に働く力

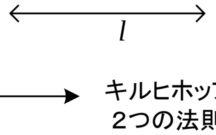
$\boldsymbol{v}$で動く点で見ると $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$の電界が加わる。

$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$ ⟶ $\boldsymbol{F} = l\,q\,N\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = l\,\boldsymbol{I}\times\boldsymbol{B}$

ローレンツ力

電流（動く電荷）に働く力
フレミングの左手の法則

電荷 q が N 個



電荷速度

電流
$\boldsymbol{I} = q\,N\,\boldsymbol{v}$

ヘルムホルツの定理：divAとrotAが与えられると場Aは一義的に決る。
Aは各源だけがあるとして（他方を0とおき）求めた解の和A1+A2になる。 ⟶ キルヒホッフの法則 ２つの法則が対応

前ページの図は“ごちゃごちゃして分かりにくい”と思うであろう。しかし，世界地図を見て日本が分かるように，電磁気学を勉強するとき羅針盤となろう。

記号　$\boldsymbol{D}$：電束密度 [C/m^2]，$\boldsymbol{E}$ ：電界[V/m]，$\boldsymbol{B}$ ：磁束密度 [T]
$\boldsymbol{H}$ ：磁界[A/m]，$\boldsymbol{i}$ ：伝導電流密度 [A/m^2],$\boldsymbol{F}$ ：力 [N]， $\boldsymbol{v}$ ：速度 [m/s]
ρ ：自由電荷密度 [C/m^3]，Q ：閉曲面内の電荷 [C]，ε ：誘電率 [F/m]
μ ：透磁率 [H/m]，κ ：導電率 [S/m]
ベクトルは空間の各点で，大きさだけでなく，向きを持った量である。これに対し，空間の各点で**１つの成分**しかない量は**スカラー**と呼ばれる。

回転(rotation)(うずの発生源)　$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A} = (\dfrac{\partial A_z}{\partial y} - \dfrac{\partial A_y}{\partial z}, \dfrac{\partial A_x}{\partial z} - \dfrac{\partial A_z}{\partial x}, \dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_z}{\partial y})$　ベクトル

rot $\boldsymbol{A}$ は，考える点で $\boldsymbol{A}$ が回転している(うずを作っている)程度を表す。 rot $\boldsymbol{A}$ は考える点にうずで回る極小の水車を入れたときの最も速く回る軸方向を向き，大きさは回す力のイメージ。
電流の周りに磁界 $\boldsymbol{H}$ ができても電流が流れていない点の rot $\boldsymbol{H}$ は0である(変位電流無視の時)。

発散(divergence) （水の湧き出し）　$\mathrm{div}\,\boldsymbol{A} = \dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$　スカラー

div $\boldsymbol{A}$ は，考える点で $\boldsymbol{A}$ が矢として四方八方に飛び出す本数で，入るものは引く。
電荷が存在する点でしか値はなく，たとえ電荷があってもその周りの点は 0 である。

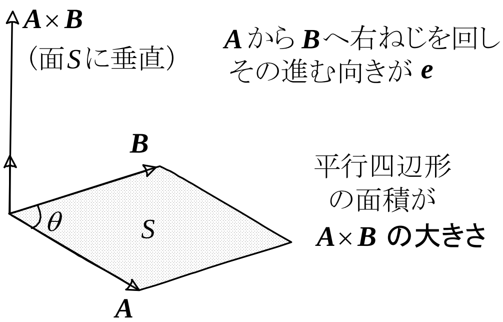
勾配(gradient)　$\mathrm{grad}\,V = (\dfrac{\partial V}{\partial x}, \dfrac{\partial V}{\partial y}, \dfrac{\partial V}{\partial z})$　ベクトル　考える点でスカラ Vの傾き

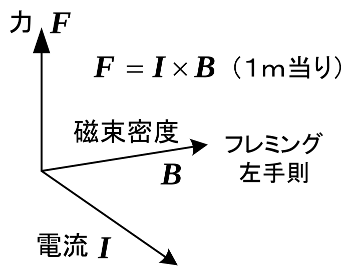
内積　$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta$　スカラー　$\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ が同じ向きのとき最大

大きさ（絶対値）　$|\boldsymbol{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$　スカラー

ベクトル

外積　$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x) = |\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta\,\boldsymbol{e}$





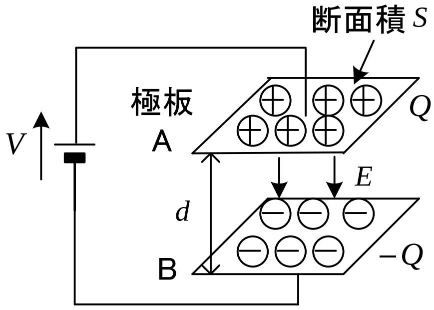
覚え方　①　エッチ（H）な頭の回転(rot)は愛(i)をダメ（D）にすると（ t）。
②　胃（E）の回転（グルグル）は，ビタミン（B）使って（ t）マイナスに(減らす)。
（これは辻が大学生のとき作ったもの）

* 電磁気学は，高校までの物理と比べて新しい記号が多く，誰でも難しく感じるものである。しかし，よく見ると，偏微分（微分するとき他の変数は固定して考える）と線積分（線の上のお金を集める），面積分（面の上のお金を集める），体積分（貯金箱の中のお金を集める）で何とかなる。一様にお金が分布していたら線，面，体積を掛けるだけでよい。高校で習った積分は線（x 軸）上のお金（y の値）を集めた線積分である（違いは dx には正負があるが dl は常に正)。お金は負にもなる（お金が取られるとでも考えよ)。

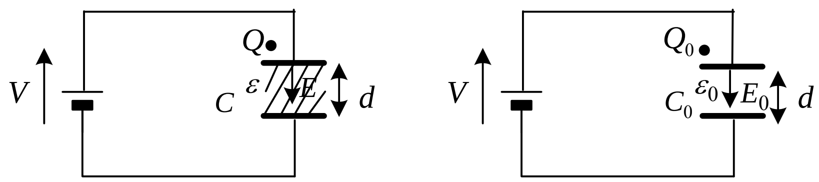
コンデンサの話

○　静電容量

２枚の金属板 A,B に，電圧Vを印加すると，極板に電荷がたまる。電荷がたまるということは，金属の中にある自由電子が，多くなったり（マイナスに帯電），少なくなったり（プラスに帯電）することである。これらの電荷によって，コンデンサの中には，**クーロン電界**(電場)が生じる。この向きは，プラスの電荷からマイナスの電荷の向きである。コンデンサの中にできる電界Eは，極板が広いとどこでも同じであり，極板間の電圧Vと$V = Ed$　の関係がある（この式は，Eがどこでも一定のときしか成り立たない)。コンデンサの容量C[F]は，極板の面積S[m^2]，極板間の距離d[m]，極板間に挿入する絶縁物の**誘電率**(permittivity)ε（イプシロン）で決まり，$C = \varepsilon S / d$　と表せる。真空中の誘電率をε_0で表すと，**比誘電率**(relative permittivity)ε_rは$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$　で定義される。コンデンサの電荷と電圧には，$Q = CV$の関係があるから，以上の式より　$Q = CV = \varepsilon SE$　従って，電界と電荷の関係は$E = Q/(\varepsilon S)$　であたえられる。



問　図の回路で，コンデンサの極板間に誘電率εの絶縁体を挿入したとき，真空中に比べて静電容量は何倍になるか。また，極板間の電界の強さは何倍になるか。

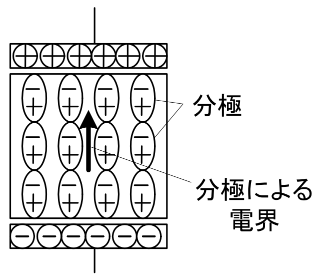


(a)誘電率ε　　　　(b)誘電率ε_0（真空）

(解)極板の断面積をS，極板間の距離をdとすると，

(a)　$C = \varepsilon S / d$　(b)　$C_0 = \varepsilon_0 S / d$

よって，$C = \varepsilon_r C_0$　　すなわち，静電容量は，比誘電率ε_r倍になる。比誘電率は空気で 1.00054, 雲母で 7, 磁器で 6 ～10, セラミック（酸化チタン）で 16～100 である。すなわち，雲母を入れると容量Cが 7 倍になる。電荷は，次式のように比誘電率倍になる。



(a)　$Q = CV$　(b)　$Q_0 = C_0 V$

電界の強さは，この場合電圧が一定に保たれているから，次式のように変わらない。

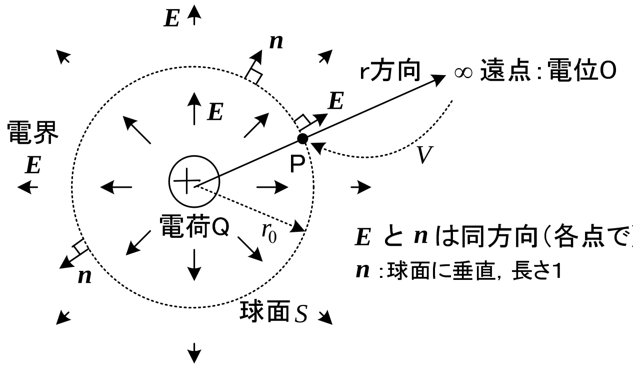
(a)　$E = V / d$　　(b)　$E_0 = V / d$

絶縁体を入れると分極をおこし，電界を妨げる。この問題では電圧が一定であるから，同じ電界にするために，極板の電荷が増える。よって，絶縁体を入れると，電荷が多くたまるので，より強力なコンデンサとなるのである。

○　電界，電位，電圧の関係

図の様に導体球面上（ボールみたいな）に一様に分布した電荷Q（正とする）により，誘電率εの物質中に電界ができている。電界は電荷から遠いほど弱くなり，無限遠点では０である。半径r_0

の球面Sをとると，電界の大きさは，対称性より球面上ではどこでも同じで，向きは球面に垂直で$\boldsymbol{n}$方向と一致すると考えてよかろう。S上の点Pの電界をガウスの法則を使って求めてみよう。ガウスの法則の面積分は単に球の表面積を掛ければよいので，$E=\left|\boldsymbol{E}\right|$とおいて



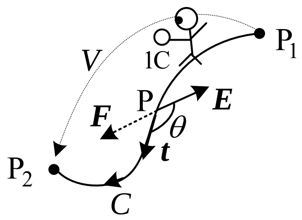
$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\,dS=\int_S\left|\boldsymbol{E}\right|\left|\boldsymbol{n}\right|\cos 0\,dS=\int_S E\,dS=4\pi r_0^2 E=\frac{Q}{\varepsilon} \qquad ①$$

$$\therefore\quad E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon {r_0}^2} \qquad ②$$

となる。もし，P点に電荷qがあれば，それに働く力$F\left[\mathrm{N}\right]$は（このときQは点電荷とする）

$$F=qE=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon r_0^2} \qquad ③$$

であり，これは**クーロンの法則**(Coulomb’s law)と呼ばれる。



次に電圧，電位について考える。

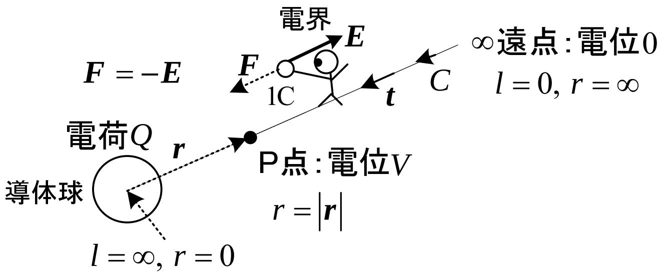
P_1点を基準としたP_2点の電圧Vは，次式で定義される。

$$V=\int_{P_1}^{P_2}\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{t}\,d\,l=-\int_{P_1}^{P_2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}\,d\,l \qquad ④$$

これは，１クーロンの電荷をP_1からP_2点まで運ぶのに必要なエネルギーを表す（このために加える力$\boldsymbol{F}$は，１クーロンの電荷が電界から受ける力の逆方向で$\boldsymbol{F}=-1\times\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{E}$となる）。④式は線積分とよばれ，決められた積分路$C$について$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}$を集めたものである。$\boldsymbol{t}$は$C$の単位接線ベクトルである。$d\,l$は$\mathrm{P}_1$から$\mathrm{P}_2$への積分路$C$で$\mathrm{P}_1$からの距離$l$の微小長さなので常に正のベクトルである。$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}\,d\,l$は，電界の$C$方向成分に$d\,l$を掛けたもので，

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}\,dl=\left|\boldsymbol{E}\right|\left|\boldsymbol{t}\right|\cos\theta\,dl=E\cos\theta\,d\,l \qquad ⑤$$

となり，$d\,l$間の小さな電圧を意味する。仮に，$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}$が路$C$に落ちているお金なら，これを路上で集め，総額いくらになるかを表すのが線積分（せんせきぶん）である。一様にお金が落ちていたら，お金×道のりで総額（線積分）が求まる。一般には，路Cの形が違うと積分値も違ってくる。しかし，電荷が作る電界を考えるときには，路Cの選び方に関係なくP_1点とP_2点だけで積分値が決まる。これは，どんな道を通っても，登った高さだけ位置エネルギーが増えることと似ている。高校で習う積分はx軸に落ちているお金（yの値）を集めた線積分と考えてよい。yが負ならお金を落としたと考える。ただし，$d\,l>0$なのに対し，積分範囲のとり方で$d\,x$は正または負と考えられる点は異なる。



次に**電位**を求める。電位とは，P_1点を無限遠点としたときの電圧である。P_2点をP点にとり，路Cがどんな曲線でも電位は等しいから，これらを結ぶ直線とする。

図より，　$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}\,dl = |\boldsymbol{E}||\boldsymbol{t}|\cos\pi\,dl = -E\,dl$　⑥

P点の電位は，

$$V = -\int_{P_1}^{P_2} \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{t}\,dl = \int_{\mathrm{P}_\infty}^{\mathrm{P}} E\,dl \qquad ⑦$$

$d\,l$の代わりにdrを用いると，$r:\infty \to r_0$へ積分することになり，このとき$dr<0$と考え，$d\,l = -d\,r$とおける。故に，無限遠点を基準としたP点の電位Vは，次式となる。

$$V = -\int_\infty^{r_0} E\,dr = -\int_\infty^{r_0} \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}dr = \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}\right]_\infty^{r_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_0} \qquad ⑧$$

$E\,dr$は，dr間の電圧を意味し，これを集める（積分する）ことによって無限遠点を基準としたP点の電位になる。平行板コンデンサのように電界Eがどこでも一定なら単純に長さを掛ければよいが，Eがrによって違うため積分をしないといけなくなる。

コイルの話

○　**電磁誘導の法則**(law of electromagnetic induction)

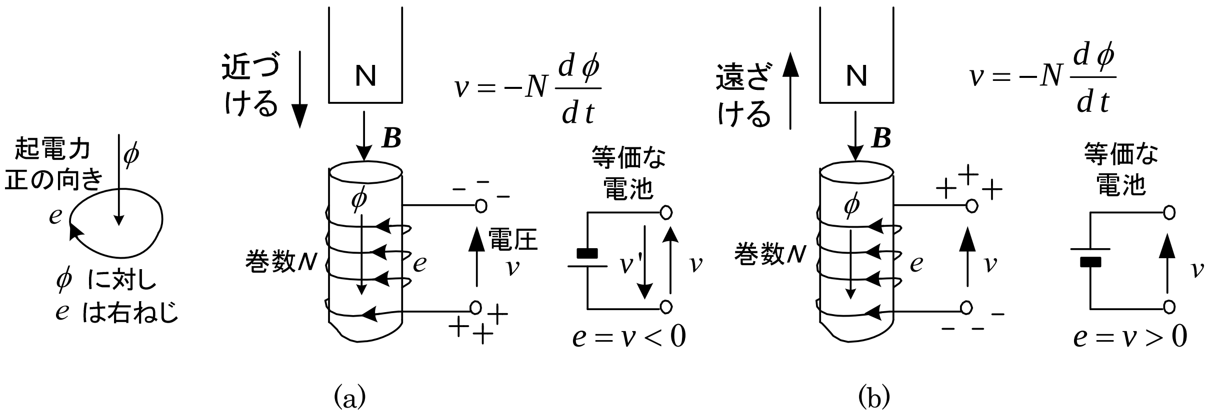
“電気を発生させてください”と言われたら，“そんなことは自分にはできない”と言う人がほとんどだろう。しかし，実は以外に簡単に電気を作れる。磁石と電線を準備し，電線をぐるぐる巻いてコイルを作り，そのコイルに磁石を素早く近づけるだけでよい。立派にコイルに電気（起電力）が発生する。磁石が作る磁束密度$\boldsymbol{B}$（磁界）の向きは，N 極から S 極に向かう向きと決められている（永久磁石の中では$\boldsymbol{B}$の磁束線はS極からN極を向き連続である。$\boldsymbol{H}$の**磁力線**は永久磁石の外は$\boldsymbol{B}$と同方向だが磁石の中では逆を向くので注意)。図 1 に示すように，磁石を近づけたり遠ざけたりすると，磁界がコイルの中で変化し，誘導起電力を発生する。これは，ファラデーにより発見され，**電磁誘導の法則**と呼ばれる。なお，コイルの中の磁界が変化しないといけないので，磁石を静止させた状態では誘導起電力を生じない。**誘導起電力**(electromotive force 略 emf) e [V]は，磁石がコイルを貫く**磁束**ϕ [Wb]（ファイウエーバ）(magnetic flux)の時間変化すなわち微分に比例し，コイルの巻数Nにも比例する。すなわち，

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} \qquad ①$$

で与えられる。この負号には磁束の変化を妨げる向きに起電力が発生するというレンツの法則が込められている。しかしこの式には前提がある。**磁束ϕの矢印（測定の向き**，法線ベクトル$\boldsymbol{n}$の向き，**磁束の定義**参照**）に右ねじを進めるとき，誘導起電力eの矢印（測定する向き，正の向き，正方向ともいう）をねじの回る向きにコイル上にとらないといけない。**図1のように開放した端子の場合，誘導起電力eは，コイル端子での電圧v（磁束ϕの向きに進むねじの回る向きにコイルをなぞり，その出口に矢をとる）と等しくなる（$e=v$）*。図1では，(a)の場合磁束が増えるので$d\phi/dt>0 \quad \therefore e=v<0$，(b)の場合磁束が減るので$d\phi/dt<0 \quad \therefore e=v>0$となる。

*誘導起電力は変化する磁場が作る電界（非クーロン電界）の線積分だが，電圧は電荷が作るクーロン電界の線積分である。図のように端子部分に電荷が生じクーロン電界を作るので電圧が定義できる。電流が流れないとき両電界は打ち消すので$e=v$となる。

起電力は等価な電池として図1のように考えよう。v'の様にvと逆向きに電圧の矢印を定義すると$v'=-v$で$v'=Nd\phi/dt$となる。等価な電池の負極から正極に向けた向きを実際の誘導起電力の向きということがある（実際の起電力は流そうとする電流の向きだが，都合良く正となる電池の電圧の矢印の向きと一致する)。実際のをつけないで単に“起電力の向き”ということもあり，“起電力eの正の向き”と混同しやすい。前者は等価な電池の負極から正極に向けた向き，後者はeの矢印の向きである。(a)の場合eと反対向きが，(b)の場合はeの向きが実際の起電力の向きである。“起電力eの矢印”は，**磁束ϕの矢印（**$\boldsymbol{n}$の向きで自由に選べる）**の取り方で決まり，通常右ねじの関係にとるので，このとき①が成立する。**



(a)　　(b)

図１　電磁誘導の法則

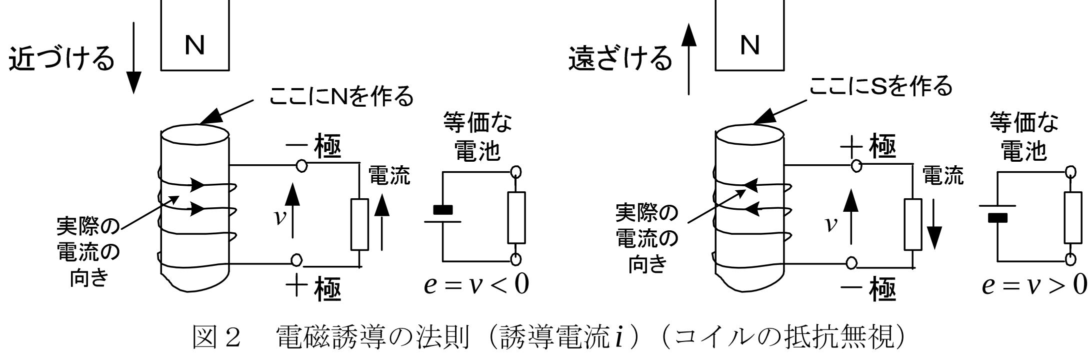


図２　電磁誘導の法則（誘導電流i）（コイルの抵抗無視）

図2に示すように，コイルの端子に抵抗をつなぎ磁石を近づけたり遠ざけたりすると，電流（誘導電流）が流れる。誘導電流の向きは，誘導電流による磁界が，磁石による磁界の変化を妨げる向きである（**レンツの法則**)。図1で説明したように電流が流れなくても誘導起電力は生じているが，

その極性をレンツの法則から求めることも可能である（高校ではそう習う）。このとき，コイルを図 2 に示すように電池に対応させると判りやすい（コイルには，－極から＋極に電流が流れていることに注意）。抵抗をつないだ場合にも①式は成り立つが，磁束ϕとしては，磁石が作る磁束の他に，流れる電流による磁束（後述の自己誘導）も加えたものでなくてはならない（大学受験問題では問題が難しくなるのでよく無視されるが，電流が急変するときこの項は大きい）。電流が流れると①式の誘導起電力と図 2 の端子電圧vは一般に一致しない。これはコイルに**内部抵抗**があるためである。しかし，コイルの内部抵抗を 0 とすると非クーロン電界とクーロン電界の和は 0 なので両者は一致し，$e=v$である。結局，コイルの内部抵抗が無視できるなら，どのような場合でも誘導起電力eは端子電圧v（矢印の向きに注意）に等しくなる。このため図 1 や図 2 の向きに定義されたvを起電力と呼ぶこともある。だから図 1 のϕ, vの矢印とその時の式を覚えておけばよい。

磁束の定義　磁束ϕは，面Sをとり，その面に垂直な法線ベクトル$\boldsymbol{n}$を自分で決めて，磁束密度$\boldsymbol{B}$の$\boldsymbol{n}$方向成分$\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}=B\cos\theta$（内積：スカラー量：お金）を面$S$で集めた面積分（総額）

$$\phi=\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\, dS \qquad ②$$

で定義される。磁束ϕは$\boldsymbol{B}$と違ってスカラーであり，面Sや$\boldsymbol{n}$を決めないと決まらない。$\boldsymbol{n}$のとり方（$\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}'$の 2 通りある）で符号が違ってくる。ただ面$S$や$\boldsymbol{n}$を詳しく定義するのは，回路として考えるには煩雑（はんざつ）である。そこで，面Sはコイルの断面とし，$\boldsymbol{n}$の矢印の代わりにϕに矢印を付けて表わす。$\boldsymbol{n}$の向きがϕの測定の向きである。また図中に$\boldsymbol{B}$のベクトルまたは磁束線が書かれていたら，その向き側に法線ベクトル$\boldsymbol{n}$が選ばれていると考えよう。$\boldsymbol{B}$の磁束線を描いて，ϕとだけ書いている本も多い。**誘導起電力eの測定の向きは，$\boldsymbol{n}$の矢印（磁束ϕの測定の向き）に対して通常右ねじを回す向きに選ぶ。**

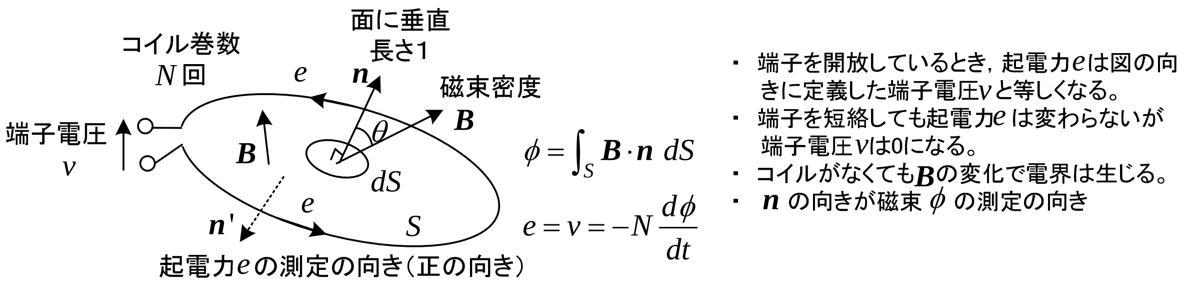


図３　$\boldsymbol{n}$の向きを自分で決め，右ねじの回る向きに起電力eの測定の向きをとる！

○　コイルに成り立つ式（自己誘導 self-induction）

鉄心に巻かれたコイル(coil)に電源を接続し，電流i[A]を流す。この電流により鉄心には磁界ができる。電源電圧を変えて電流を変化させるとコイルの磁束ϕ[Wb]が変化し，電磁誘導の法則によりコイルに誘導起電力が発生する。コイルが作った磁束によって，コイル自身に起電力が発生するので，これは**自己誘導**と呼ばれる。図 4 の(a), (b)はコイルの巻き方が異なる。**コイルでは自分で決める電流iの矢印に対し，右ねじの進む向きに$\boldsymbol{n}$の矢印（磁束ϕの測定の向き）を取る。**つまり(a), (b)の各場合，$\boldsymbol{n}$の向きは図のように選ぶ（このとき後述の③式が成立）。起電力eの測定の向きは$\boldsymbol{n}$の矢印と通常右ねじの関係に選ぶので，このとき**電流iの測定の向きと起電力eの測定の向きは一致す**

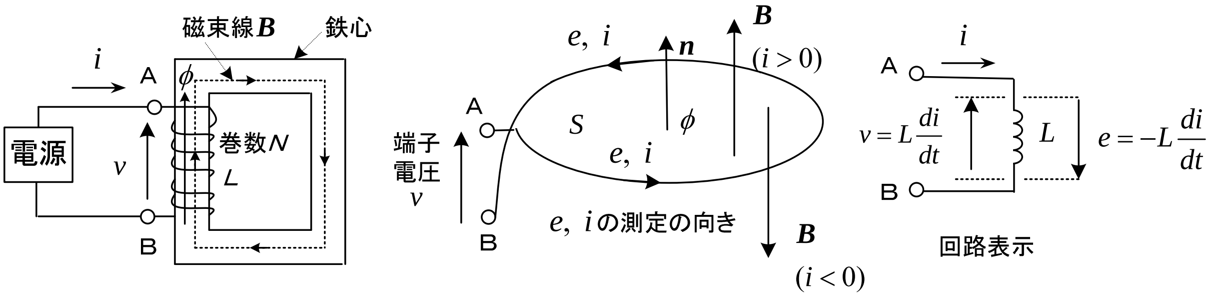
る。図 4 (a)，(b)いずれの場合も電流 i が磁束 ϕ を作るが，$i>0$ なら右ねじの法則より $\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{n}$ の向きが一致するので $\phi>0$（$i<0$ なら $\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{n}$ が逆向きだから $\phi<0$）となることから次式が成り立つ。③は自己インダクタンスの定義式である。

$$N\phi = Li \qquad ③$$

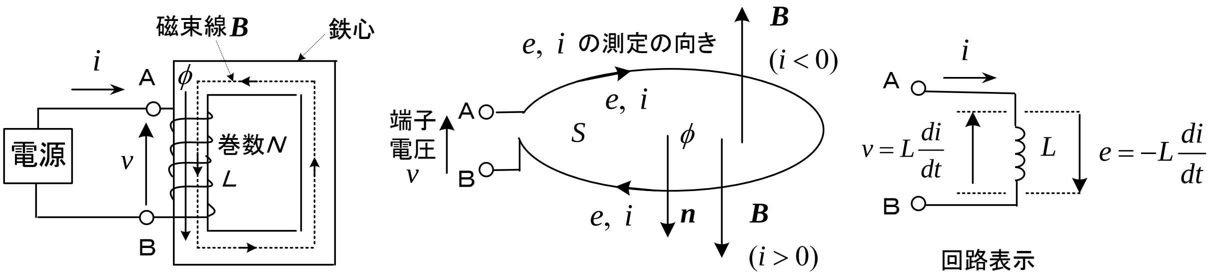
L ：**自己インダクタンス**(self-inductance)[H]（ヘンリー）（常に正）

$N\phi$（巻数×磁束）：**鎖交磁束**（さこうじそく） (linkage flux)，N ：コイルの巻数（常に正）

端子電圧 v の測定の向き (矢印) を図 4 のようにとると (図 1,2,3 とは逆に選んでいることに注意)，(a),(b)いずれの場合でも $v=-e$ だから①より



(a)コイルの巻き方 I



(b)コイルの巻き方 II

図 4　コイルの電流，磁束，起電力

$$v = N\frac{d\phi}{dt} \qquad ④$$

となる。これは磁束の測定の向きに右ねじを進めるとき，ねじの回る方向にコイルをなぞり，その最終端に電圧 v の矢印の根をとっていることからも判る。③，④より，

$$v = L\frac{di}{dt} \qquad ⑤$$

が得られる。この式は，コイルの基本式として大変重要である。注意点として，v と i の矢印（測定の向き）を逆方向にとることを忘れてはいけない。誘導起電力 e は，$e=-v$ の関係から，

$$e = -L\frac{di}{dt} \qquad ⑥$$

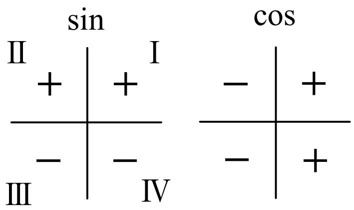
となる。コイルの巻き方が逆だと磁束 ϕ は逆方向になるが，巻き方に関係なく⑤, ⑥式は成立する。

以上の電磁気学に関しては，文献(8)の“電気回路から見た電磁気学”が参考になる。

数学公式

○　三角関数(trigonometric function, trig function)

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1



$\theta \pm \frac{n\pi}{2}$ の三角関数　：$\sin(\theta \pm \frac{n\pi}{2})$ や $\cos(\theta \pm \frac{n\pi}{2})$ は $\pm\sin\theta$，$\pm\cos\theta$ のどれかになる。

- 関数の決定　n 偶数：そのまま　　　n 奇数：$\cos \to \sin$　，$\sin \to \cos$
- 符号の決定　θ を第 I 象限の角と考えて処理する。

例えば，$\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ は，$n = 1$ で奇数　だから cos になり，θ を第 I 象限の角(45 度)と考え $\theta + \frac{\pi}{2}$ がII象限だから，もとの $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ は正と考え，よって，$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos\theta$ になる。同様に $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\theta$，$\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = -\cos\theta$，$\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin\theta$，$\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$ である。

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \ ,\quad \cos(-\theta) = \cos\theta,\quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \ ,\ \cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

和から積

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

積から和

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right\}$$

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\right\}$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right\}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left\{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right\}$$

$$\cos\theta+\cos(\theta-\frac{2}{3}\pi)+\cos(\theta+\frac{2}{3}\pi)=0$$

$$\sin\theta+\sin(\theta-\frac{2}{3}\pi)+\sin(\theta+\frac{2}{3}\pi)=0$$

$$\cos^2\theta+\cos^2(\theta-\frac{2}{3}\pi)+\cos^2(\theta+\frac{2}{3}\pi)=\frac{3}{2}$$

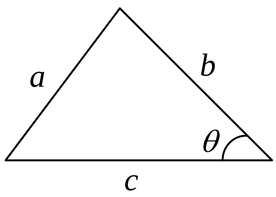
$$\sin^2\theta+\sin^2(\theta-\frac{2}{3}\pi)+\sin^2(\theta+\frac{2}{3}\pi)=\frac{3}{2}$$

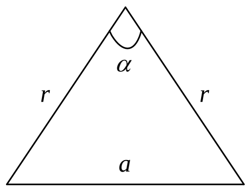
三角関数の合成

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\theta+\alpha) \qquad \tan\alpha=\frac{b}{a}$$

但し，$\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ， $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ， $\alpha=\tan^{-1}\dfrac{b}{a}$ （ｱｰｸﾀﾝｼﾞｪﾝﾄ）

余弦定理





$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\theta \qquad\qquad a=2r\sin(\alpha/2)$$

微分・積分

$$(\sin t)'=\cos t \quad , \quad (\cos t)'=-\sin t \quad , \quad (\tan t)'=\frac{1}{\cos^2 t} \quad , \quad (e^{at})'=a\,e^{at}$$

$$(f\,g)'=f'\,g+f\,g' \quad , \quad (\frac{f}{g})'=\frac{f'\,g-f\,g'}{g^2} \quad , \quad \int f\,g'dx=f\,g-\int f'g\,dx$$

$$(\sin at)'=a\cos at \quad , \quad (\cos at)'=-a\sin at$$

$$\int_a^b\frac{d\,f(t)}{d\,t}d\,t=\left[f(t)\right]_a^b=f(b)-f(a)$$

定数　円周率　π=3.141592653589･･･

自然対数の底　$e=2.718281828459045\cdots$（鮒(ふな)一発二発一発二発しごくとオイシイ）

索　　引