

## 3章 時間と空間

後藤 信行

(教養部物理学教授)

### 1節 慣性系

もし、地球が動いているなら、物をそっと落としたとき、物が落ち続けている間にも地面は水平方向に動き、物は真下の地面に落ちる筈がない。かつて、ガリレイが地動説を唱えたとき、それに反対する人々はこのように反論した。現在では、地球が動いていることに異論を唱える者はまずいない。それでも物は真下に落ちる。

慣性の法則によれば、物体に力が全く働いていなければ物体は静止したままであるか、一定の速さで直線上を運動し続ける。地面が動いていれば、ピサの斜塔の上のガリレイも地面と一緒に動いているから、物体はガリレイの手の中にある時から既に水平方向に地表面と同じ運動をしていて、その水平方向の運動は落下し始めても変わることはない。地表面から見た運動、即ち、地表面に相対的な運動は、静止系から見た物体の速度から地表面の速度を差引いたものである。もし、地表面が、ガリレイが手を放した瞬間と同じ速度で運動を続けるなら、地表に立って物体の運動を見れば、真下への落下運動のみが相対運動として残ることになる。

等速度で運動する座標系から見た質点の運動は、静止座標系での質点の速度から、その運動座標系の速度を差引くことによって得られる。このような二つの座標系の間の変換をガリレイ変換という。真空中での質点の運動では加速度が重要な意味を持ち、ニュートンの運動方程式に速度が現れることはない。このことは運動方程式がガリレイ変換に対して不変で、二つの座標系のうち、どちらを静止系と見なしても構わないことを意味している。即ち、運動座標系を静止系とみなし、静止系を運動座標系とみなしても何も不都合は起こらないのである。これをガリレイの相対性原理という。

ところで、地球は一日に一回自転をし、さらに太陽の回りを公転している。そのため、厳密には、地面の運動は等速度運動ではなく、運動の方向は絶えず変化している。北半球では、敵の船を狙った砲弾が僅かに右にずれることは昔から知られていたことである。また、フーコーは、振り子を長時間振らせ、その振動面が変化することから地球が自転していることを証明した。大砲の砲弾の運動もフーコーの振り子も静止系から見れば、ニュートンの運動方程式に従う筈であるが、地表面に取り付けられた座標系で議論する場合、座標系の回転運動のため、ニュートンの運動方程式はそのままでは成立たず、遠心力やコリオリの力などの見かけの力を運動方程式にとりいれることによって修正しなければならない。

ニュートンの方程式がそのまま成立つ座標系を慣性系という。銀河も回転運動をしているが、その角速度は小さいので、星座にとりつけられた座標系は慣性系とみなして良いだろう。地表の座標系は、厳密には慣性系ではないが、長時間にわたる現象でなければ、また、それほど詳細なことを問題にしなければ、地表も慣性系とみなし、ニュートンの方程式は地表でもそのまま成立つとしてよい。

一つの慣性系が定まると、その慣性系に対して等速度運動している座標系も慣性系である。地表面を慣性系とみなすと、等速度で走っている船や電車の中も慣性系である。それぞれの慣性系から見た運動は、ガリレイ変換で互いに結びつけられている。

等速度で運動している船の中でビリヤードをしても、球の転がり方は地上での場合と違いはない。しかし、船や電車が揺れている場合、またカーブして動いている場合は、船や電車に取り付けられている座標系から見れば、運動方程式は成立っていないように見え、この場合の船や電車は慣性系とみなせなくなる。

## 2 節 絶対静止系とエーテル

いろいろな座標系のなかで、ニュートンの運動方程式が成立つ座標系が慣性系である。慣性系に対して等速度運動する座標系も慣性系であるから、慣性系は無限に存在する。しかし、その中で、動いていない座標系、即ち、絶対静止

系はどのようにして見つければよいのだろうか。

空気などの流体が存在する場合には、その流体に対して静止した座標系を探することは簡単である。もし、座標系が流体に対して動いていれば、その座標系から見た音波の速度は伝播方向によって異なる筈である。音波を発してみても音が等方的に伝わる座標系が、流体に対して静止した座標系である。即ち、速度が関与した現象から、流体に対して静止した座標系を探せることになる。

しかし、真空の宇宙においては、静止した座標系をどのようにして探せばよいだろうか。それに静止系とは何に対して静止した座標系だろうか。宇宙の中心に対して静止している座標系が絶対静止系だろうか。ともかく、ガリレイの相対性原理によれば、あらゆる慣性系はニュートンの運動方程式に関して同等であるため、慣性系のうちの一つの座標系を絶対静止系として特定することは出来ないのである。

方程式の中に速度があらわに出てこない力学からは絶対静止系を特定することはできないが、速度が意味を持つ現象なら絶対静止系が見つからないだろうか。光は真空中でも伝わる。もし、光の速度が有限なら、光の伝播を用いて絶対静止系が見つかりそうに思える。即ち、どちらの方向にも光が同じ速さで伝わるような座標系が絶対静止系であろう。

光の速度を初めて測定したのはレーマーである。木星の衛星の食を調べていたレーマーは、食が予定の時刻より、遅れて起きることを観測した。この遅れは、光の速度が有限であるために生じるということに気づいた彼は、光の速さをその遅れから求めたのである。その後、フィゾーによって光の速さは地上でも正確に求められるようになった。測定の結果、光の速さは秒速30万kmという途方もない速さではあったが、とにかく光は瞬間的に伝わるものではなく、光の伝播にも時間がかかることが解ったのである。

真空中でも伝わることができる光、その本性は粒子だろうか、それとも波であろうか。長い間、光の粒子説と波動説を巡って論争が続けられた。マックスウェルは、ファラデーやアンペールの法則を定式化することにより光が電磁波であることを示した。

一般に、波とは、媒質の振動が媒質中を伝わる現象である。音の場合の媒質は空気である。では、光の波を伝える媒質は何であろうか。当時の人々は、そ

れをエーテルと名づけた。光は宇宙を伝わるので、真空の宇宙もエーテルで満たされていなければならない。また、光は横波で、その伝播速度は非常に高速であるから、エーテルは軽い剛体でなければならない。このようなエーテルの海の中を、地球をはじめ惑星は何の抵抗も受けずに運動していることになる。このように、光の性質を考えると、その媒質として導入されたエーテルにはいろいろと奇妙な性質がなければならないことになる。しかし、当時としてはこのようなエーテルなるものの存在を仮定しなければ、光が真空中でも伝わることを理解出来なかったのである。

宇宙がエーテルで満たされているなら、エーテルに対して静止している座標系が絶対静止系ではないだろうか。絶対静止系の探索、即ち、エーテルの存在の検証が始まったのである。

### 3節 マイケルソン・モーレイの実験

エーテルに対して静止している座標系からみれば、あらゆる方向に対して光の速さは同じである筈である。そして、エーテルに対して動いている座標系では、座標系の速度と逆向きにエーテルの風が絶えず吹いていることになり、その座標系から見た光の速さは“風上”と“風下”とで異なるにちがいない。

地球の自転のため、赤道上の地表面は秒速470mで運動し、さらに地球は太陽の回りを秒速30kmの速さで公転している。そのような地球の表面がエーテルに対していつも静止しているとは考えにくい。マイケルソンとモーレイは干渉計を用いて地上における、進行方向による光速の違いを検出することを試みた。彼等が用いた干渉計は互いに直交する方向に進行した光を干渉させ、そのパターンを見るものであった。もし、光の進行方向で光速に違いがあるなら、干渉計の配置の向きを変えれば、干渉計の干渉パターンが変化する筈であった。結果は干渉計の向きを変えても実験の時期を変えても干渉パターンに変化はなかった。地表面がどちら方向にどう動いていようとも光の速さは方向によらず常に一定であるという思いがけない結果になってしまったのである。

### 4節 光速不変の原理とローレンツ変換

座標系の運動状態を変えても、その座標系から見た光の速さが変わらないと

いうことは、当時の常識からすれば非常に奇妙なことであった。絶対静止系なる座標系はニュートンの運動方程式からも、光の速度の測定からも特定できないのである。

アインシュタインは、いかなる手段を用いても絶対静止系が特定できないこと、即ち、全ての慣性系があらゆる物理法則に対して同等であることが自然の基本的な原理と考えた。二つの慣性系間の座標変換に対して、物理法則は不変でなければならない。勿論、光速も不変でなければならない。そのためには従来のガリレイ変換とは異なる、光速を不変にするような、新しい座標変換を考えなければならない。そして、その新しい座標変換に対して不変であるように、物理法則も書き改めなければならなかったのである。

ニュートン力学では時間は座標系に関係無く、あらゆる慣性系に対して共通に流れるものとした。しかし、座標系に関係なく流れる絶対時間の存在は、光速不変の原理とは相いれないものである。アインシュタインは絶対時間の概念を捨て、時間も座標系によって異なるものとした。空間座標と時間についての1次の変換で、かつ光速不変の原理を満たすような新しい変換が導かれたのである。この新しい座標変換がローレンツ変換であり、二つの座標系間の相対速度が光速に比べ充分小さい時、ローレンツ変換はガリレイ変換によって近似できなければならない。

ガリレイ変換はニュートンの運動方程式を不変にする。即ち、ガリレイ変換は二つの慣性座標系から見た加速度を不変にする。ローレンツ変換は、空間と時間を混合してしまうが、ローレンツ変換に対する不変量は存在するだろうか。

二つの事象  $\alpha$ 、 $\beta$  の時間的な間隔、および空間的な間隔をそれぞれ  $t$  と  $s$  とし、光の速さを  $c$  としよう。異なる座標系から見た時、 $t$ 、 $s$  はどのように変換されるだろうか。ガリレイ変換では  $s$  のみが変わり、 $t$  は変わらない。しかし、ローレンツ変換は一次の変換であるが、 $\alpha$  と  $\beta$  の間の時間的な間隔も空間的な間隔もともに変化してよいものとする。しかし、光速不変の原理を考慮すると、変換の前後で  $c^2 t^2 - s^2$  なる量は変化しない。逆に言えば、ローレンツ変換は二つの事象に対して  $c^2 t^2 - s^2$  なる量を不変にするように導出された変換である。 $c^2 t^2 - s^2 = c^2 \tau^2$  とし、 $\tau$  なる量を事象  $\alpha$  と  $\beta$  の時空間的間

隔と呼ぶことにしよう。ここで、時空間隔 $\tau$ は実数と虚数の場合がある。前者の場合、 $\alpha$ と $\beta$ は時間的であり、後者の場合、 $\alpha$ と $\beta$ は空間的である。二つの事象の時間的間隔と空間的間隔は座標系によってことなるが、時空間隔は座標系によらない。

## 5 節 動く時計の遅れ

相対論では座標変換すると、時間も変わってしまう。時間は各々の慣性系に共通ではないのである。そのため、動く時計は遅れて見える。動く時計が、何故遅れて見えるかを説明するのに都合のよい簡単な時計を考えてみよう。

振り子の等時性を利用して振り子時計が作られるように、時計を作るためには、周期が一定な何かの往復運動を利用すればよい。二つの鏡を一定の距離だけ離して面を平行に向かい合せに置き、その間を光のパルスを往復させる。往復に要する時間は一定の筈である。こうして作った時計を光時計と呼ぶことにしよう。

全く同じに作られた二つの光時計を二つの慣性系に置いてみよう。例えば、時計Aを地表に固定し、時計Bを等速度で動いている電車の中に固定する。普通の電車の速度はせいぜい時速100km程度であるが、ここでの電車の速度は光速に比べても無視できない速さだとしてしよう。この場合、光時計の光軸が電車の進行方向に垂直になるように固定する。それぞれの時計において光のパルスが一往復する時間を考える。全く同じに作られている時計だから、鏡の面の間の距離は二つの時計で等しく、一往復の間に光のパルスが進む光路長も等しいので往復時間にも違いはなさそうに思える。確かに、地表に固定された時計Aを地表に立って見た場合も、電車の中の時計Bを電車に乗って見た場合も、光時計は正しく時を刻む。

しかし、地表に静止して、電車の中の光時計Bを見ると、光のパルスの進行方向は鉛直でなく斜め方向となり、時計Bの光のパルスが鏡の間を往復するのに進む距離は、地表の時計Aの光が往復する距離より長くなる。光速不変の原理より、光のパルスの伝播速度はどちらも同じでなければならないから、電車の中の時計において、光のパルスが往復する時間は地表に静止した時計Aの往復時間より長くなければならない。即ち、地表から見れば、電車の中の光時計

の動きはゆっくり見えることになる。

動いている時計が遅れて見えるのは、静止した観測者から見た場合である。即ち、静止した観測者は、同じく静止している自分の時計と見比べて、動いている時計の遅れを知るのである。観測者も時計と一緒に動いているなら、時計の進みは正常に見える。電車の中の観測者から見れば、電車の中の全ての時計が一致して、正常に時を刻んでいる筈である。この観測者から見れば、地上に置かれた時計は観測者に対して運動しているから、やはり、ゆっくり見えることになる。電車と地表は異なる慣性系であるが、それらは同等だからである。

地表に静止した観測者から電車の中の時計を見ると、その動きがゆっくり見えるのは時計の種類によるものではない。電車に対して静止した観測者から見れば、電車の中の時計は全て一致して同じ時刻を示しているからである。地表から見れば、電車の中での、振り子時計の振り子の運動も、腕時計のテンプの運動も、クォーツ時計の水晶振動子の振動も、さらに時計のみならず、あらゆる運動が地表の運動に比べゆっくりと見えるのである。

電車の速度をさらに大きくすると、地表系から見たとき、電車の中の光時計のパルスが鏡面間を往復するために進まなければならない光路の長さはますます長くなり、往復するのに非常に長い時間がかかることになる。もし、電車の速度を光の速度に極めて近づけることができたなら、光のパルスは何時までとも時計の一方の鏡にへばりついたままの状態になって、電車の中では時間が殆んど経過しなくなってしまうことになる。この場合には、地表から見れば、電車の中の乗客の腕時計も、乗客の仕草も、心臓の動きも、さらには脳細胞の働きも、電車の中の全ての動きが殆んど止まって見えることになる。

#### 6節 双子のパラドックス

異なる慣性系では時間の経過も異なる。地表に立って電車の中の出来事を見れば、電車の中での時間の流れはゆっくりしたものに見え、逆に電車の中から地表をみれば、やはり地表の時間の経過はゆっくり見える。本当は、どちらの慣性系の時間が遅れているのだろうか。そのような疑問を持つのも当然かもしれないが、それは絶対時間の概念から抜け切れないために生じる疑問である。

観測者が地表と電車の中での時間の経過を比較するとき、観測者も、地表か

電車か、あるいは他の慣性系のうち、いずれかの慣性系に立っている。比較した結果は観測者の立場によって異なるのである。地表に対して静止し、かつ走っている電車に対しても静止しているような観測者は存在しない。

異なる慣性系での時間の経過に関して、昔から有名なパラドックスがある。宇宙旅行から久しぶりに帰還した双子の兄が、地上で待っていた双子の弟と再会したとき、どうなるだろうかという問題である。宇宙旅行の間、兄の乗った宇宙船は地球に対して動いていたので、宇宙船の時間はゆっくり経過するので、兄が老化する速さは遅く、まだ青年の兄が年老いた弟と再会するだろうか。それとも、宇宙船から見れば、地球が動いていることになるので、兄のほうが年老いているだろうか。これが双子のパラドックスといわれるものである。

この双子のパラドックスにおいて、地球は慣性系であっても、宇宙船のほうは何時でも慣性系である訳にはいかない。兄が地上に再び戻ってくるためには、宇宙船をどこかで加速度運動させ、折返さなければならぬからである。パラドックスが生じたのは、同等でない二つの座標系を同等だとして考えたためである。

特殊相対論では慣性系のみを取扱い、加速度運動する座標系を取扱うためには一般相対論を適用しなければならない。一般相対性理論によれば、座標系が加速度運動することによるみかけの力と重力との区別はなく（等価原理）、重力が大きいほど、時間はゆっくり進む。双子の兄の座標系は地球に帰還するために、加速度運動をしなければならず、そのとき兄は強い重力をうけることになる。海底の龍宮城で暮した浦島太郎は陸上の知人に比べあまり歳を取らない。海底では、岩石の密度は陸地より大きいため、重力がおおきくなり、時間が遅れるのである。

双子のパラドックスでは、兄弟のどちらが年老いているかを比較するため、二人を再会させた。そのために宇宙船が慣性系でなくなったのである。では、二人を再会させずに比較すればどうなるだろうか。そうすれば二人の座標系は、ともに慣性系で同等な座標系となり得るだろう。兄弟を再会させずに比較するには写真を電送して比較すればよい。

兄は西暦2000年の1月1日の午前0時に光速の半分の速さで宇宙に向け出発



### 3章 時間と空間

した。それから地球から見て20年後、即ち、西暦2020年に、地球にいる弟は自分の顔写真を撮るとすぐに宇宙船の兄に電送した。この時、兄は、すでに地球から10光年の彼方にいるから、弟の写真の信号が兄に追いつくのは、発信してからさらに20年後、即ち、2040年で、その時の兄の位置は、20光年である。以上は地上の弟から見た場合である。では宇宙船の兄から見ると、即ち、兄の宇宙船に取り付けた慣性座標系から見ると、これらの事象の時間と距離はどうなるだろうか。

兄が地球を出発したという事象を $\alpha$ 、弟が自分の写真を写したという事象を $\beta$ 、兄が宇宙船の中で弟の写真を受取ったという事象を $\gamma$ としよう。

まず、 $\alpha$ と $\gamma$ について考えてみよう。弟から見ると $\alpha$ と $\gamma$ の間の、時間的間隔と空間的間隔は、それぞれ、40年、20光年であった。兄から見ると、宇宙船は静止して、地球が光速の半分の速さで遠ざかっていることになるので、 $\alpha$ と $\gamma$ はともに宇宙船での事象ということになるので、 $\alpha$ と $\gamma$ の空間的間隔はゼロである。二つの事象の時空間的間隔は不変であるから、 $\alpha$ と $\gamma$ の兄からみた時間的間隔は $(40^2 - 20^2)$ の平方根であり、約34年である。弟の写真を受取るのは、宇宙船のカレンダーでは2034年ということになる。宇宙船の速度は光速の半分であるから、兄から見れば地球との距離は約17光年ということになる。

次に $\alpha$ と $\beta$ の間隔について考えて見よう。弟から見れば、時間的間隔は20年、空間的間隔は同じ地球上の事象であるから0光年である。事象 $\beta$ が兄のカレンダーで、西暦 $(2000 + t)$ 年であるとする、兄から見た $\alpha$ と $\beta$ の時間的、空間的間隔はそれぞれ $t$ 年、 $t/2$ 光年となる。弟と兄の座標系で、 $\alpha$ と $\beta$ の時空間的間隔は変わらないことから、簡単に $t$ を求めることができ、 $t$ は約23となる。

兄が地球を出発したのは兄弟のカレンダーで同じく、西暦2000年であるが、弟が自分の写真を撮って、西暦2020年の日付入りの写真を発信したのは、兄のカレンダーでは西暦2023年ということになり、そのとき、弟との距離は11.5光年である。そして、兄が弟の写真を受信するのは西暦2034年である。弟が写真を撮った時期が兄弟のカレンダーで異なるのは、弟が兄に対して光速の半分で動いているために、兄から見れば弟の時間が遅れたのである。兄からみれば、弟は西暦2023年においても、まだ西暦2020年における風貌を保っていることに

なる。

相対論では、観測者の立場によって、二つの事象の時間的間隔が異なるとともに、空間的間隔も変わって見える。兄弟の距離も観測者の立場によって変わる。二点間の距離を測るのはその二点の位置を同時にはかる必要があるが、時間は座標系によって変わるため位置を測定したのが同時かどうかも観測者の座標系によって異なるからである。

## 7 節 宇宙旅行と寿命の伸び

地球から発した光が1光年離れた星に到達するには1年かかる。光が星に到達したのが本当に1年後であったかどうかを確かめる方法はないが、光が星で反射され、再び地球に戻ってくるまでの時間は測定できる。光が往復するのに2年を要する距離が1光年の距離ということになる。

ところで、地球から千光年離れた星まで宇宙旅行するには何年かかるだろうか。せいぜい百年程度の寿命しかない人間にとって、光の速さで旅行しても千年かかる距離を一生のうちにたどり着くのは無理なのだろうか。答は原理的には可能なのである！ 一生のうちどころか1時間以内にさえ着くことが可能なのである。それは、地球の時間と宇宙船の中での時間が異なるからである。地球からみれば宇宙船の速度がどんなに速くても到達するまで千年以上はかかる。しかし、宇宙船の速度が速ければ速いほど、地球から見た宇宙船内での時間の経過はゆっくりとなる。当然、宇宙船の中の乗員の老化も遅くなる。

宇宙船が地球を出発したという事象と星に到達したという事象の時間的および空間的間隔を地球の座標系と宇宙船の座標系で見てみよう。宇宙船の速度が光速近くであれば、地球からみた、二つの事象の時間的な隔たりは $(1000 + \epsilon)$ 年である。宇宙船の速度は光速を越えることはできないので $\epsilon > 0$ であるが宇宙船の速度が光速に近づくと $\epsilon$ は限りなく0に近づく。また、地球からみた空間的な間隔は1000光年である。

次に宇宙船から見た時間的な間隔を $t$ 年とする。即ち、宇宙船の時間で $t$ 年後に到達したとする。また二つの事象はともに宇宙船内の事象であるから、空間的な隔たりは0である。

ここで、時空間隔は座標系によらないから $(1000 + \epsilon)^2 - 1000^2 = t^2$ が成

### 3章 時間と空間

立つ。 $\varepsilon > 0$ であるから、 $t > 0$ であるが、宇宙船の速度が光速に近づくと、 $\varepsilon$ は0に近づくから、上の等式から $t$ も0に近づく。宇宙船の速度が光の速さに近いと、宇宙船の中の乗員にとっては1000光年の距離も瞬間に到達できるのである。この場合、宇宙船から見ると、地球と星が、後方向に光速近い速度で動いていることになる。この場合、地球と星が後退する速度に、地球が遠ざかり星が近づくまでの時間を掛けたのが宇宙船から見た地球と星の間の距離である。この距離は勿論1000光年よりずっと短いことはあきらかである。地球と星までの距離は、それらが宇宙船に対して動いているから短く見えるのである。

一方、これを地球から見ると、宇宙船は星に到達するまで1000年以上の時間がかかる。そして、その間、宇宙船のなかの人間は殆ど年をとっていないように見える。地球からみれば、宇宙船の中の人間は寿命が伸びたように見えるのである。

人間を光速近い速度で飛ばすことは実際には不可能なことであるが、素粒子ならそれが可能である。高エネルギーの宇宙線が上空の気体分子と衝突すると、ある種の素粒子が生成される。生成された素粒子は光速に近い速度で地上にふりそそいでいる。一般に、素粒子は、半減期という固有の寿命をもつ。半減期とは素粒子が生成されて別の素粒子や光子に崩壊するまでの時間である。

上空で生成された素粒子が崩壊するまでに飛行した距離、即ち、素粒子がその寿命の間に飛行した距離を測定すると、光速に素粒子の寿命を掛けて計算した長さよりずっと長い。これは、素粒子が光速近くで飛行しているため、地上に静止した我々から見れば、素粒子に固定された時間はゆっくり進み、素粒子の寿命が伸びたように見えるからである。

#### 参 考 書

M. ボルン：「アインシュタインの相対性理論」東京図書

テイラー／ホイラー：「時空の物理学—相対性理論への招待」現代数学社