

## 実斜張橋の支持ケーブルの局部振動特性

### Response Characteristics on Local Vibrations of Stay Cables in the Actual Cable-Stayed Bridge

○吳庆雄\* 高橋 和雄\*\* 岡林 隆敏\*\* 中村 聖三\*\*  
Qingxiong WU, Kazuo TAKAHASHI, Takatoshi OKABAYASHI and Shozo NAKAMURA

**ABSTRACT** Local parametric vibrations of stay cables in the actual cable-stayed bridge are studied in the present paper. Natural frequencies of the global modes are obtained by using the three dimensional FEM model and the global motions under the excitation using the exciter, traffic loading and earthquakes are evaluated by using the method of modal analysis. The local vibrations of the stay cables, which are subjected to time-varying displacement at a support during global motions, are obtained and the properties of the local vibrations are discussed.

**Keywords :** 斜張橋、局部振動、係数励振振動、ケーブル、非線形応答解析  
cable stayed bridge, local vibration, parametric vibration, cable,  
non-linear dynamic response analysis

#### 1. まえがき

風荷重や車の走行荷重による斜張橋全体系の振動によって、支持ケーブル（以下ケーブルと略記する）に振幅の大きな局部振動が発生することが指摘されており<sup>1)</sup>、櫃石島大橋<sup>2)</sup>、用倉大橋<sup>3)</sup>や多々羅大橋<sup>4)</sup>の振動実験で確認されている。この原因は係数励振振動（パラメーター振動）によるものであり、斜張橋全体系の固有振動数がケーブルの局部振動の固有振動数（副不安定領域）もしくはその2倍（主不安定領域）と一致するとき、ケーブルに振幅の大きな振動が発生しうる。斜張橋の長大化に伴って、マルチステイクケーブルが採用されているため、斜張橋全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数が接近しやすくなっているため、係数励振振動についての検討が必要である。

ケーブルの係数励振振動に関して、Kovács<sup>5)</sup>が最初にその可能性を指摘し、その後、各方面で解析が行われている。高橋ら<sup>6)</sup>は日本に建設された斜張橋を対象とした全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を明らかにするとともに係数励振振動の発生可能な振動数範囲および応答特性を明らかにした。しかし、ケーブルの係数励振振動による局部振動の応答を求めるにあたって、ケーブルに周期的支点移動を与えた場合を対象としており、斜張橋の桁や塔の動的な応答に基づく支点移動を受けるケーブルの局部振動の応答を評価したものではない。斜張橋の振動特性を反映した支持ケーブルの係数励振振動の局部振動に関する研究は見受けられないようである。

そこで本論文では、実橋を対象として、斜張橋全体系の振動モデルを用いた固有振動解析を行い、次いで正弦波加振、走行荷重および地震力による斜張橋全体応答をモード解析法によって求める。これらによって得られた支点変位を入力したケーブルの係数励振振動による局部振動解析を実施して、

\*長崎大学 生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

\*\*長崎大学 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

斜張橋振動により支持ケーブルに発生する係数励振振動による局部振動の応答特性を明らかにする。

## 2. 解析方法

本論文では斜張橋全体の応答解析では、まず、斜張橋の3次モデルを用いて固有振動数と固有振動形を求める。次いで、モード解析法によって動的な外力が作用した場合の斜張橋全体の応答解析を行う。これより動的な外力が作用する場合のケーブルを含めた斜張橋の応答が明らかにされる。しかし、ケーブルの係数励振振動による応答は全体の応答解析では評価できないために、係数励振振動の影響を考慮した取扱いによって、別途支点変位を受けるケーブルの振動モデルを用いた解析を行うことにする。

### 2.1 斜張橋の全体振動解析

斜張橋の全体振動の固有振動は、汎用ソフト(TDAPⅢ)による FEM モデルを作って計算する。主桁は、橋軸方向の1本のほりに置き換え、タワーおよび橋脚は3次元モデルを用いる。拘束条件は主桁端部の鉛直方向および橋軸直角成分、回転成分を拘束し、他の自由度はフリーとする。また、上部構造の応答特性を把握するために基礎は剛と仮定し、橋脚基部は全自由度固定とし、ケーブルの端部はピン結合とする。なお、本論文ではケーブルの初期張力の影響を考慮する。斜張橋の固有振動解析から得られた自由振動のデータを用いて、モード解析法により、正弦波加振、走行荷重および地震荷重による斜張橋の応答解析を行う。

### 2.2 係数励振振動を受けるケーブルの局部振動解析

斜張橋の支持ケーブルが図-1に示すように一端固定、他端に任意の支点変位を受けるモデルを考える。2.1で計算したケーブルの定着点の桁および塔の応答を用いてケーブルの局部振動解析を行う。

静止状態のつりあい式と運動状態のつりあい式を考慮すると、サグを考慮した偏平ケーブルの非線形運動方程式が得られる。

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \Delta P \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\Delta P = \frac{EA}{L} \left\{ u|_{x=L} - u|_{x=0} + \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_0}{\partial x} dx \right\} \quad (2)$$

ここに、 $u$ 、 $v$ ：図-1のようなケーブルの軸方向( $x$ 方向)と法線方向( $y$ 方向)の変位、 $m$ ：ケーブルの単位長さ当たり質量、 $P$ ：ケーブルの初期張力、 $\Delta P$ ：ケーブルの振動による付加張力、 $v_0$ ：ケーブルの初期形状  $v_0 = \frac{mg}{2P}(-x^2 + Lx)$ 、 $E$ ：ケーブルのヤング係数、 $A$ ：ケーブルの断面積、 $L$ ：ケーブルのスパン長さ、 $g$ ：重力加速度。

$x$ 方向支点変位  $X(t)$ 、 $y$ 方向支点変位  $Y(t)$  を受ける偏平ケーブルの応答  $y(x,t)$  を次式のように仮定する。

$$v(x,t) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot Y(t) + \sum_{i=1}^{\infty} T_i(t) \cdot \sin \frac{i\pi}{L} x, \quad u(x,t) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot X(t) \quad (3)$$

ここに、 $T_i(t)$ ：ケーブルの  $i$  次振動の時間関数。

式(3)を式(1)、式(2)に代入して、Galerkin法を適用すると、支点変位を受けるケーブルの非線形運動方程式が得られる。ケーブルの1次振動のみに注目すると、減衰を考慮したケーブルの1次振動の運動方程式は次式になる。

$$\begin{aligned} & \ddot{T}_1 + 2\omega_1 h \dot{T}_1 + \omega_1^2 T_1 + \omega_0^2 \left\{ \left( \frac{X(t)}{X_0} + \frac{Y^2(t)}{X_0} - \frac{A_1}{4} \frac{Y(t)}{X_0} \right) \cdot T_1 - \frac{3LA_1}{\pi} \cdot \frac{1}{X_0} \cdot T_1^2 + \frac{\pi^2}{4L} \cdot \frac{1}{X_0} \cdot T_1^3 \right\} \\ & = \omega_0^2 \left\{ -\frac{2}{\pi\omega_0^2} \cdot \ddot{Y}(t) + \frac{4L^2 A_1}{\pi^3} \cdot \frac{X(t)}{X_0} + \frac{2LA_1}{\pi^3} \cdot \frac{X^2(t)}{X_0} - \frac{2L^3 A_1^2}{\pi^3} \cdot \frac{Y(t)}{X_0} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

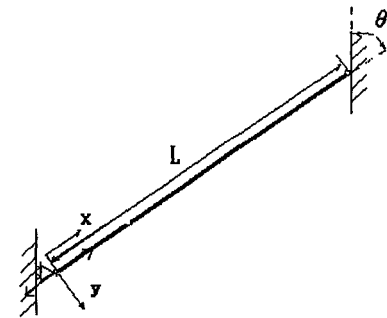


図-1 ケーブルの一般図

ここに、 $X_0 = \frac{PL}{EA}$ 、 $\omega_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{m}}$ 、 $A_1 = \frac{mg \sin \theta}{P}$ 、 $\omega_1 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{m} \left( 1 + \frac{8L^3 A_1^2}{\pi^4} \cdot \frac{1}{X_0} \right)}$ 、 $h$  : ケーブルの減衰定数、 $\theta$  : ケーブルの傾斜角。

Runge-Kutta-Gill 法を適用して式(4)を直接積分すれば、斜張橋の支持ケーブルの時間応答が得られる。

### 3. 斜張橋の全体振動とケーブルの局部振動

#### 3.1 解析モデル

本論文で対象とした斜張橋は平成11年11月に開通した長崎県の大島大橋である。大島大橋の主橋梁は3径間連続鋼斜張橋で、橋長は670m(160m+350m+160m)である。一般図は図-2に示すとおりである。ケーブルの番号は図-2のように側径間から主径間に向かって橋軸方向に順番に付けられている。

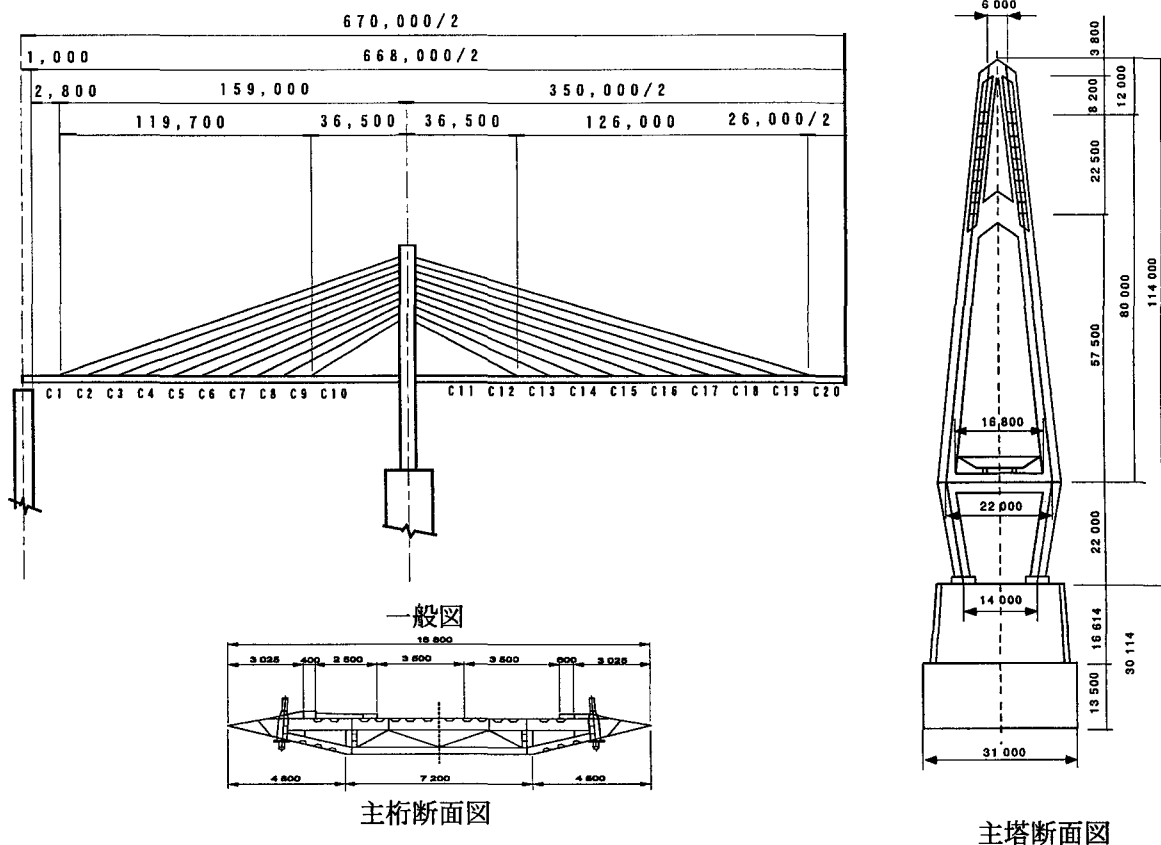


図-2 大島大橋の一般図(単位:mm)

#### 3.2 全体固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係

2.1で示した方法によって得られた斜張橋の全体振動の1次~20次モードの固有振動数を表-1に示す。本橋が対称形であるから、本論文では半分のケーブルを計算する。ケーブルの固有振動数の計算にはサグの影響を考慮した式を用いる。

図-3は斜張橋の全体系の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を示している。ケーブルについては、1次固有振動数(副不安定領域に対応)と1次固有振動数の2倍(主不安定領域に対応)を示す。図より、鉛直3次固有振動数がケーブルC19およびC20の1次固有振動数に、鉛直4次固有振動数がケーブルC3およびC17の1次固有振動数に、鉛直5次固有振動数がケーブルC16の1次固有振動数に、さらに鉛直6次固有振動数がケーブルC6の1次固有振動数に接近し、副不安

定領域に対応しているのがわかる。全体系の鉛直7次固有振動数がケーブルC20の固有振動数の2倍に接近し、主不安定領域に対応している。

表-1 斜張橋の全体固有振動数

次数	固有振動数 (Hz)	特性	刺激係数				次数	固有振動数 (Hz)	特性	刺激係数			
			Tx	Ty	Tz	Rx				Tx	Ty	Tz	Rx
1	0.232	遊動円木	30.34	-0.0057	-0.0006	0.0012	11	1.053	3P塔 面内曲げ	0.0001	-0.0055	9.1220	0.4115
2	0.250	桁水平曲げ 対称1次	0.0008	-0.0001	14.87	1.539	12	1.097	桁水平曲げ 逆対称1次	-0.0045	0.0008	-0.3249	-0.2062
3	0.310	桁鉛直1次 対称1次①	0.0601	7.458	0.0001	0.0020	13	1.124	桁鉛直6次 逆対称2次①	2.94	-0.0103	-0.0038	0.3797
4	0.423	桁鉛直2次 逆対称1次①	-7.558	0.0592	0.0001	-0.0056	14	1.192	桁ねじれ 対称1次	-0.0116	-0.009	-1.226	76.30
5	0.683	桁水平曲げ 逆対称1次	0.0001	-0.0082	-0.1729	-0.0147	15	1.281	桁鉛直7次 対称3次①	0.0037	-1.984	0.0077	-0.3292
6	0.692	桁鉛直3次 対称2次①	-0.0048	-16.39	-0.0006	0.0139	16	1.402	桁鉛直8次 逆対称2次②	-0.9503	0.0485	-0.0026	0.0915
7	0.815	桁鉛直4次 逆対称1次②	1.093	-0.0117	-0.0005	0.0090	17	1.566	桁鉛直9次 対称3次②	-0.0178	-8.023	-0.0036	0.0642
8	0.931	桁鉛直5次 対称2次②	-0.0237	-15.63	0.0089	-0.0315	18	1.665	桁水平曲げ 対称2次	-0.0015	0.0028	-11.72	-3.823
9	0.941	桁水平曲げ 対称2次	-0.00055	0.0078	16.3700	2.315	19	1.849	桁鉛直10次 逆対称3次①	0.7456	-0.1145	-0.00281	-0.1498
10	1.040	2P塔 面内曲げ	0.0002	0.0000	9.2360	0.2231	20	1.979	桁ねじれ 対称2次	0.0345	-0.1220	0.0030	0.5565

注：①は塔位置回転自由、②は塔位置回転拘束。

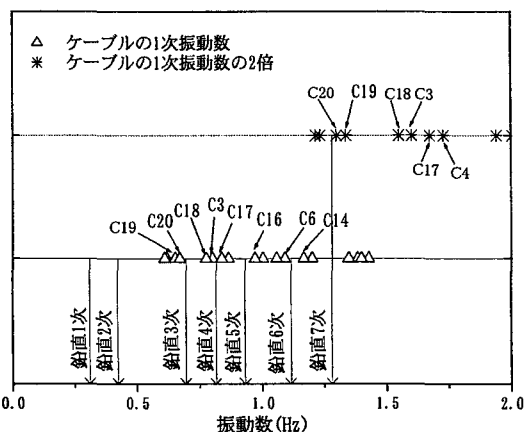


図-3 斜張橋の全体系の固有振動数とケーブルの固有振動数の関係

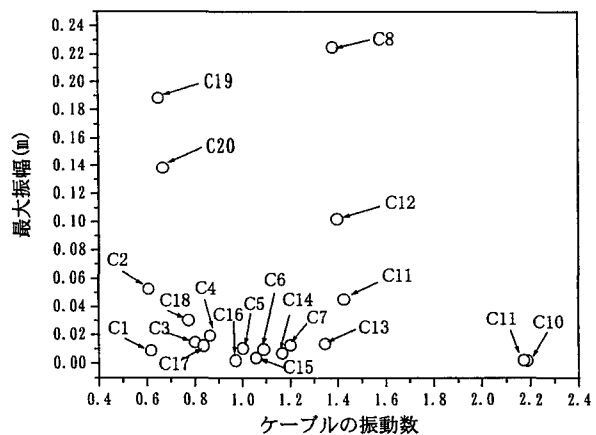


図-4 正弦波加振によるケーブルの最大振幅 (加振力=5tf、加振振動数 f=0.692Hz)

#### 4. 正弦波加振によるケーブルの局部振動特性

起振機実験を想定して斜張橋を正弦波加振する場合の応答を求める。加振力の振幅は 5tf である。斜張橋とケーブルの減衰定数はそれぞれ 0.02、0.001 と仮定する。

3章に示したように、全体鉛直3次振動によってケーブル C19 および C20 に係数励振振動が発生する可能性がある。したがって、本論文では鉛直3次固有振動数と同一の加振振動数 0.692Hz で正弦波加振を行い、作用点を中央スパンの中央点とする。

図-4 は各ケーブルの最大振幅を示す。図-5 はケーブルの定着点の桁の応答とケーブル C20 の応答とスペクトルを示す。参考のため、ケーブル C20 の強制振動時の応答波形を示している。

図-4 より、全体振動の鉛直3次固有振動数とケーブル C19 および C20 の1次固有振動数が接近しているため、ケーブル C19 および C20 の振幅が大きい。副不安定領域の応答であるため、斜張橋の桁とケーブルの振動数の比はスペクトルに示すように 1:1 である。ただし、図-4 のようにケーブル C8 および C12 の振幅も大きくなっている。これは全体振動数とケーブルの局部固有振動数の比が 1:2 の時に発生する非線形振動に基づく 2 倍の高調和共振である。本論文では高調和共振は検討しない。

図-5 に示すようにケーブル C20 の係数励振振動と強制振動の応答波形を比較すると、振幅は係数励振振動を考慮した場合がやや大きい。また、係数励振振動の波形はうなりを伴っていることが指摘できる。

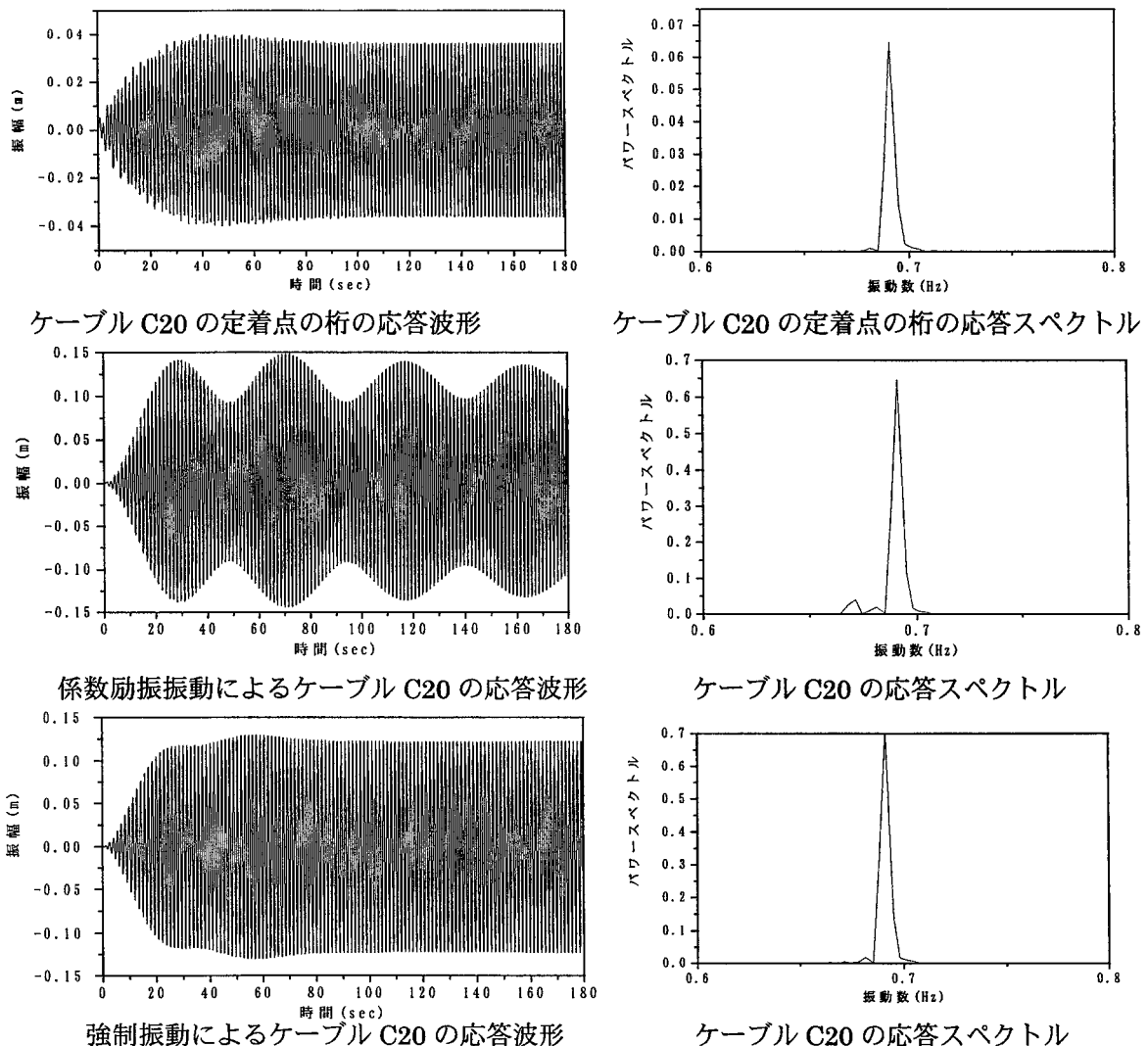


図-5 正弦波加振によるケーブル C20 の定着点の桁とケーブル C20 の応答  
(加振力=5tf、加振振動数  $f=0.692\text{Hz}$ )

## 5. 走行荷重によるケーブルの局部振動特性

### 5.1 橋梁-車両-路面系のモデル化<sup>7)</sup>

本章では、走行荷重が作用した場合の斜張橋の応答によるケーブルの係数励振振動を調べる。車両のパラメータには表-2 に示す諸値を用いる。斜張橋の全体振動の固有振動モード(0.310~2.843Hz)を考慮しており、車両を1自由度系にモデル化し、斜張橋と車両の減衰定数をそれぞれ0.02、0.03とする。路面凹凸については路面上のパワースペクトル密度 $S_r(\omega)=S_0/(\omega^2+\beta^2)$ として、路面状態が最良の場合を用いる<sup>8)</sup>。

表-2 1自由度系車両の諸値

重量	$w$ (tf)	20
振動数	$f_0$ (Hz)	2.60
減衰定数	$h_0$	0.03

### 5.2 車両荷重によるケーブルの局部振動

橋梁-車両-路面系モデルを用いて計算して得られるケーブル定着点の主桁変位をケーブルの支点変位として、ケーブルの非線形運動方程式(4)により、ケーブルの局部振動解析を行う。なお、車両の速度は $V=30\text{km/h}$ で走行する場合について計算する。ケーブルの最大応答を求めると図-6 に示す結果が得られる。

図-6 に示すように、ケーブルC12 およびC9の振幅が卓越している。これらのケーブルの固有振動数は約1.4Hzである。図-7 にケーブルC12の定着点の桁の応答とケーブルC12の応答を示す。桁の応答に注目すると、車両の固有振動数2.6Hz付近の振動数が卓越している。一方、ケーブルC12は固有振動数で振動している。つまり、桁の応答振動数とケーブルの固有振動数の比が約2:1であることから、ケーブルに主不安定領域の係数励振振動が発生していることが確認できる。ケーブルには主桁の3倍程度の応答が発生することがわかる

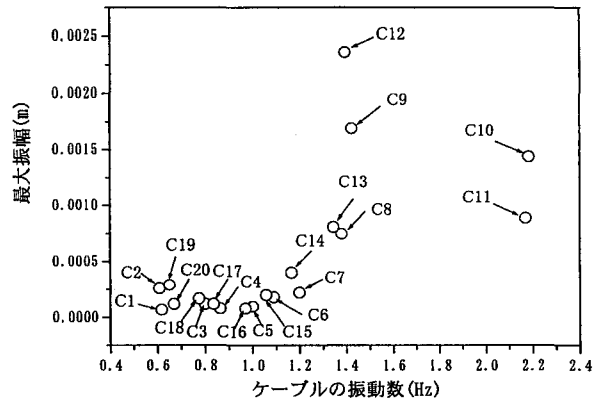
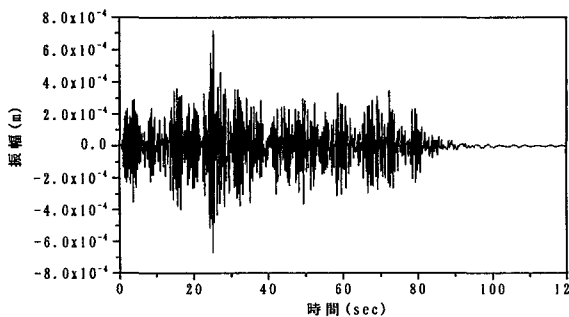
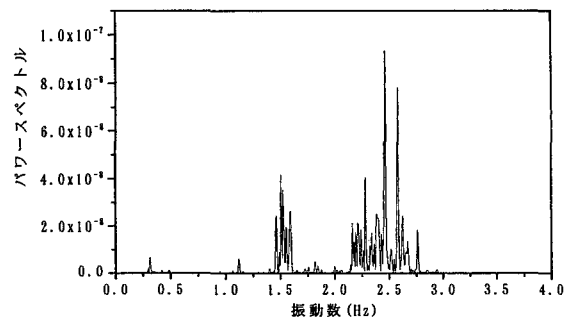


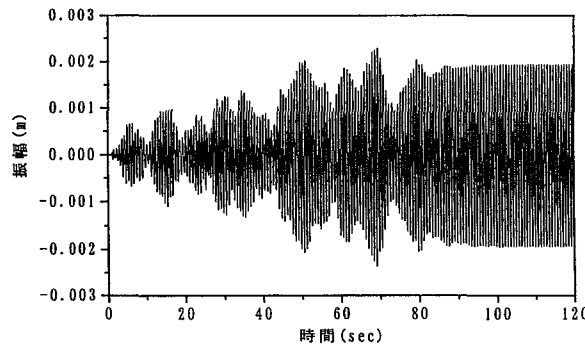
図-6 走行荷重によるケーブル最大振幅



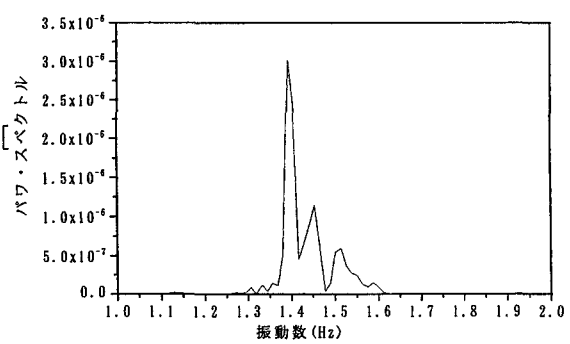
ケーブルC12の定着点の桁の応答波形



ケーブルC12の定着点の桁の応答スペクトル



ケーブルC12の応答波形



ケーブルC12の応答スペクトル

図-7 走行荷重によるケーブルC12の定着点の桁とケーブルC12の応答

## 6. 地震荷重によるケーブルの局部振動特性

本章では、地震が作用した場合の斜張橋の振動に伴うケーブルの係数励振振動の発生を調べる。地震荷重の解析条件のうち入力地震動は平成8年版の道路橋示方書(耐震設計編)<sup>9)</sup>に準じて、レベルIの地盤種別I種の地震波形(L1S1と略記)を用いて計算する。入力地震動波形を図-8に示す。地震応答解析にあたって、加速度波形を橋軸方向に作用させ、Newmarkの $\beta$ 法( $\beta=0.25$ )を用い、時間間隔 $\Delta T=0.01\text{sec}$ 、継続時間 $T=25\text{sec}$ として数値解析を行う。

地震荷重による各ケーブルの最大振幅を図-9に示す。図-9より、ケーブルの応答に大差がないといえる。図-10に比較的応答が大きいケーブルC20の定着点における桁の応答とケーブルC20の応答を示す。図-10に示すように、ケーブルに地震力が作用した地震応答の場合には、ケーブルは全体系の固有振動数で振動するが、係数励振振動を考慮するとケーブルの固有振動が発生していることがわかる。しかし、うなりを伴う係数励振振動は発生していない。

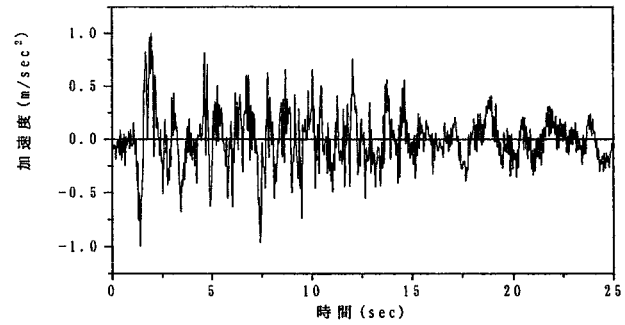


図-8 入力地震の加速度波形

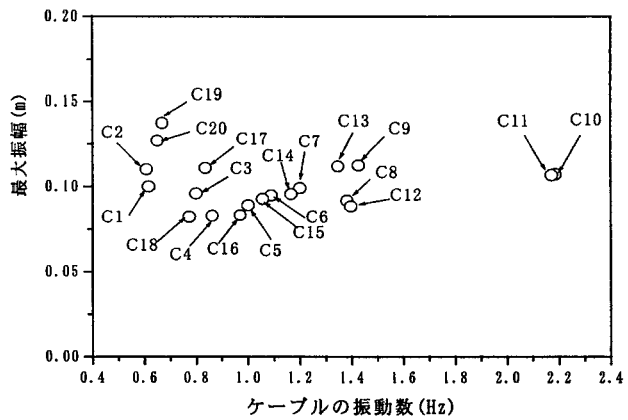
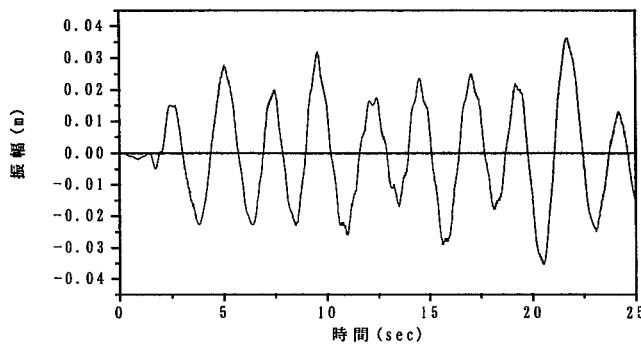
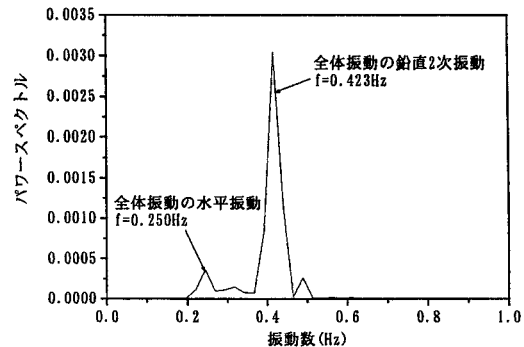


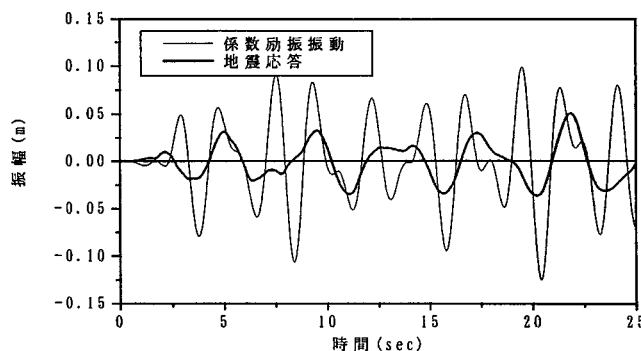
図-9 地震荷重によるケーブルの最大振幅



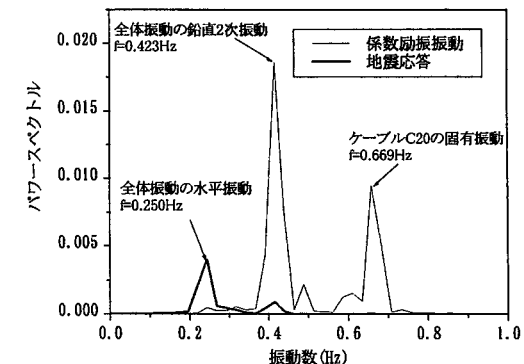
ケーブルC20の定着点の桁の応答波形



ケーブルC20の定着点の桁の応答スペクトル



ケーブルC20の応答波形



ケーブルC20の応答スペクトル

図-10 地震荷重によるケーブルC20の定着点の桁とケーブルC20の応答

## 7.まとめ

本論文では、動的外力による実斜張橋の全体振動によるケーブルの係数励振振動の特性を明らかにするため、実橋の全体振動の固有振動数とケーブルの局部振動の固有振動数の関係を整理し、解析を行った。動的外力として、正弦波加振、走行荷重および地震荷重による支持ケーブルの応答特性を明らかにした。本論文によって得られた結論を以下に示す。

(1) 正弦波加振で計算したところ、本橋では全体振動数とケーブルの固有振動数の比が1:1の副不安定領域において、係数励振振動が発生する。係数励振振動はうなりを伴った振動波形をもっている。係数励振振動の振幅は強制振動の振幅より大きくなっている。

(2) 走行荷重によって、本橋ではケーブルには全体振動数とケーブルの固有振動数の比が2:1の主不安定領域の係数励振振動が発生する。

(3) 地震による過渡振動の場合、係数励振振動は発生しない。

以上によって、斜張橋の全体振動の応答によって、係数励振振動によるケーブルの局部振動が発生することが確認された。なお、風荷重を受ける場合については、本論文では取り扱わなかったが、別途検討する予定である。

## 謝辞

本研究を行うにあたって、長崎県道路公社より大島大橋の資料を提供と活用の許可を頂いたことに感謝いたします。

## 【参考文献】

- 1) Technical Committee on Cable Structures and Wind, Japan Association for Wind Engineer, Proceedings of International Seminar on Cable Dynamics, pp.1~11,1997.10.
- 2) 岡内、宮田、辰巳、佐々木：大振幅加振による長大斜張橋の実橋振動実験，土木学会論文集，第455号，pp.75~84,1992.10.
- 3) 藤野、岩本、加藤、岡林、本田、平本、志水、飯村：木製斜張橋（用倉大橋）の振動実験，土木学会第48回年次学術講演会講演概要集，第I部，pp.752~753,1993.9.
- 4) 真辺、佐々木、山口：多々羅大橋の実橋振動実験，橋梁と基礎，Vol.33,pp.27~30,1999.5.
- 5) Kovács, I. : Zur frage der seilschwingdngen und der seildampfung, Die Bautechnik, 10, pp.325~332,1982.
- 6) 高橋、吳、中村、久保田、伊田：斜張橋の支持ケーブルの局部振動の解析，構造工学論文集，Vol.46A,pp.501~510,2000.3.
- 7) 岡林：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第286号，pp.15~27,1979.6.
- 8) 串山、岡林、原、岡谷：斜張橋の交通振動解析と走行車両実験による検討，平成11年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，第一分冊，pp.58~59,2000.3.
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説V耐震設計編，丸善，1996.12.