高精度構造同定手法による橋梁振動特性の変化検出に関する基礎的研究

Fundamental Study on Fluctuation Detection of Bridge Vibration Characteristics by Highly Accurate Structural Identification Method

2013 年 7 月

長崎大学大学院　生産科学研究科

小松　正貴

目　次

第１章　序論

1-1.　研究の背景

1-1-1. 橋梁維持管理を取り巻く社会状況

我が国では，現在，1960 年代の高度経済成長期における建設の時代にストックされたインフラが急速に老朽化し，維持管理の時代に移行しつつある．今後，国民が安心して既存のインフラを利用するためには，適切な点検による現状把握と，点検結果を踏まえた的確な修繕の実施が不可欠である[1,2]．

我が国のインフラ施設の内，道路橋（橋長２m 以上）については，今後 20 年で，建設後 50 年以上を経過する割合が約 65%と言われる[3]．こうした中，2007 年 6 月に木曽川大橋（三重河川国道事務所），8 月に本荘大橋（秋田河川国道事務所）で鋼トラスの斜材が腐食により破断し，木曽川大橋では，補修のため，4 ヶ月程の通行規制を余儀なくされ，維持管理の重要性が国民に認識された．その他，近年の主な橋梁の損傷事例としては，2008 年 6 月には，出雲郷大橋（松江国道事務所）の側道橋の鋼製パイルベントの断面欠損，同年 6 月に見晴橋（横浜市）で鋼製支柱に断面欠損，同年 10 月に君津新橋（君津市）で PC 鋼棒の 1 本が破断する事故が発生，同年 11 月に磯子橋（横浜市）で鋼製橋脚に腐食損傷の発見などがあり，橋梁の老朽化が顕著化し始めていることがわかる．幸いにも国内の橋梁においては，被害者を出す事故にまで至ってないが，海外の橋梁では，2007 年の 8 月に米国ミネソタ州のトラス橋が崩落し，多くの犠牲者を出した．橋梁以外では，我が国においても 2012 年 12 月に笹子トンネル天井板落下事故が発生し 9 名もの犠牲者を出した．このような背景から，現在では日本のインフラ設備の老朽化に対する危機感がかつてないほどに高まっている．今後，我が国が“荒廃するアメリカ”の事例を繰り返さないためにも，インフラ設備の維持管理に関して，適切な対応が望まれる[1]．

一方，我が国は，少子高齢化による人口の減少傾向，公共事業費の削減傾向が予測されており，将来的には，インフラを支える土木技術者数の減少と維持管理費削減は避けられない状況となりつつある．そのため，今後は，技術者の減少，維持管理費削減に相反して増大する老朽化インフラの維持管理について，適切な対応をとるための効率的な手法[4~6]が求められている．

このような状況の中，2013 年 3 月に国土交通省から出された「社会資本の維持管理・更新に関し当面講ずべき措置」においては，既存技術の活用や新技術の導入に関する課題として，“既存技術の分野横断的な活用，新技術の導入，IT 等を活用したインフラ維持管理のイノベーション推進”等が挙げられている[7]．近年の ICT やパーソナル情報端末機器の

発達は目覚ましく，これらの技術・機器を利用したイノベーションとして，橋梁の維持管理への適用を考え，効率化を図ることは有効な手段と考える．

1-1-2. 橋梁維持管理技術としての振動モニタリング技術

構造物には常時，様々な外力が作用する．そのため供用とともに疲労亀裂や支承部に損傷が発生するなど健全度は経時的に低下していく．損傷や劣化の状況によっては構造物に致命的な欠陥を与える可能性があるため，可能な限り早期に検出することが望ましい．

社会資本の品質低下や機能上の欠陥に対し，過去において先進的なセンシング技術や計測技術，また維持管理のための要素技術が開発されてきた．特に，非破壊検査技術やモニタリング技術は，橋梁維持管理を行う上で非常に重要なものとして位置づけられている．非破壊検査技術は対象が局所的なものと全体系を対象としたものの 2 つに大別できる．局所的な損傷を検出するための手段としては，レーダ，衝撃波，赤外線，X 線あるいは超音波などを利用した計測機器があり,構造部材の疲労亀裂等の発見に利用されている.他方，構造全体系の劣化損傷状態を把握するための方法としては，例えば，橋梁振動特性の変化に着目した振動モニタリング事例[8)]がある．

損傷が発生した構造物には剛性低下が生じ，その結果，固有振動数や減衰定数，また固有振動モードなどの振動特性に変化が生じることは周知のとおりである．これらの因果関係を利用した健全度診断方法として有効と考えられているのが振動モニタリング技術である．特に常時微動による振動モニタリングは，その簡便さから，効率的な健全度診断法として注目されており，国内外において多くの計測事例[9~10)]を有する．

常時微動には対象構造物以外の様々な外乱や計測ノイズなどが混入しているため，常時微動から構造物の振動特性を推定するためには,数値モデルによる構造同定が必要となる．その際，損傷による構造物の振動特性の変化は非常に微小であること，温湿度などの環境条件によっても振動特性は変化することから，損傷以外の要因の影響を排除できる高精度な構造同定理論に基づく振動特性推定手法を確立しなければならない．こうした課題を克服することにより，従来目視で行われてきた維持管理業務の革新が実現できると考えられる．

1-1-3. 健全度診断のための振動モニタリング技術の課題

振動モニタリング手法は，各種構造同定理論および高度センシング技術の発展に伴い，橋梁健全度評価技術の一つとして確立されつつあり，現在，様々な橋梁構造物の健全度診断あるいはモニタリングに適用されている．しかし，一般に，振動数の変化は微細であること，さらには観測対象となる常時微動の中には架設位置における様々な外乱が含まれて

いると考えられており，振動モニタリングによる健全度診断技術を確立するために解決すべき課題はいまだ残る．以下に，検討すべき課題を示す．

(1) 構造系が複雑化することによる近接固有値の存在

現在，維持管理が必要と考えられている橋梁構造物は，構造系が複雑化し始めた近代以前に建設されたものである．多くの部材から構成される橋梁は，複雑な構造系を構成しており，そのため，振動モードも複雑化する傾向にある．また，着目すべき振動数範囲内に多くの振動モードが存在することになり，それらの近接固有値を明確に分離することが今後の橋梁健全度診断にとって重要なポイントとなる．

(2) 構造同定技術の課題

近年のセンシング技術の進歩は目覚ましく，橋梁維持管理のための計測技術として応用されはじめている．特に，オブジェクト指向型の仮想計測器ソフトウェアの普及，リアルタイム計測を行うための情報ネットワーク技術，また高精度センシングを実現する各種センシング技術などにより，近い将来において，分散する多くの橋梁を一括し，維持管理することも可能と考えられる．ここで，橋梁の健全度診断を実現するために必要とされる振動数分解能は，上述した複雑化した構造系を有する橋梁を対象とした場合，1/10～1/100Hzと考えられる．このような微細な振動数の変化を検出し構造同定することが，今後の橋梁維持管理において求められる．

(3) 環境変動による構造系振動特性への影響

橋梁の健全度を振動モニタリング結果より評価する場合，温度などの環境変動を含めて議論することが必要である．しかしながら既往の研究において，環境変動が振動特性の変化にもたらす影響を詳細に検討した事例は少なく，同時に定量的評価を行うための実測データも乏しいのが現状である．奥松ら[11)]は，年間を通じたモニタリング計測により温度変化に伴う振動特性の変化を検出している．温度変化等の環境変動が構造物の振動特性に与えるこのような影響も把握しておく必要がある．

(4) 橋梁建設方向が振動特性の変化に与える影響

振動モニタリングを橋梁健全度診断技術として確立するためには上記(3)のような環境変動による評価が必要であり，そのためには，予め季節の推移に伴って生じる温度変化を定量化しておく必要である．一方，橋梁構造物は建設時にその架橋方向が定まるため，日射面と非日射面が固定される．橋軸方向の両側面に日射面と非日射面が存在する場合，橋軸直角方向には温度勾配が生じることになる．つまり 3 次元的な橋体の温度変化に伴う橋梁振動特性の変化について検討する必要がある．

1-2. 既往の研究

1-2-1. 強制加振による振動モニタリングに関する研究

橋梁構造物の振動特性を定量的に評価するための先駆け的な技術として，起振機を用いた橋梁の振動実験[12)], 衝撃加振法[13~15)]や大型車両[16,17)]など機械的外力で強制加振した振動モニタリングが挙げられる．構造物の竣工検査や補強時の振動特性の把握等に利用されてきた．本手法の原理は，重錘などの比較的大きな外力で加振された構造物の動的挙動を設置した加速度計等のセンサーで検知した後，加振力情報と構造物の振動情報より振動特性を求めるものである．この技術は，鉄道橋脚の健全度診断法として確立されるなど実用的な研究開発が重ねられてきた．衝撃加振法は入出力情報がいずれも既知であるため，振動特性は比較的精度よく得られるというメリットを有する．その一方で，加振装置や付随する設備が比較的大きいため, 現場搬入時の準備作業や運用上の課題が残った. これに対し，マイクロ起振器[18)]の開発により，簡便な加振を実用化した例もある.

1-2-2. 常時微動による振動特性推定および構造同定法に関する研究

振動モニタリングの対象構造物は一般に大規模であることから，機械的あるいは人為的外力を作用させることなしに，構造物の振動特性を高精度に得るための研究および開発が進められた.

常時微動を用いた振動計測は，強制加振することなく，構造物にセンサー（および収録装置）を設置するだけで, 安価にかつ安全に振動特性を把握することが可能となる. 反面，外力情報が未知であるために, 振動特性を同定するための各種理論を導入する必要があり，外力のモデル化，処理方法を新たに開発する必要があった.

Ghanem ら[19)]は，このような問題に対し，構造同定手法の分類およびそれらの有効性について論じている．一方，千葉[20)]，丸山ら[21)]は，状態方程式を可観測変換して誘導される ARMA(Autoregressive Moving Average)モデルのパラメータより振動特性を推定する方法を，振動特性推定手法として確立した．また，ランダム応答より自由減衰波形を得る RD(Random Decrement)法を用いた同定手法は, 長大橋の振動特性推定に適用され,勝地ら[22)]による明石海峡大橋での計測，また阿部[23,24)]らによる白鳥大橋での計測により常時微動計測の効果が検証されている.

岡林ら[25~27)]は，AR(Autoregressive)モデルで同定した振動特性推定結果から，対象の振動特性を考慮してフィルタリングし外力およびノイズ成分を除去することで，構造物のみの情報を自動抽出する方法を開発し，現場に適用した．これによって，自動計測への展開が可能となった.

近年，制御工学分野から発展してきた実現理論[28,29]を振動特性推定分野に適用したERA(Eigensystem Realization Algorithm)手法[30~32]が普及し，衝撃応答による確定的手法や常時微動による確率的手法[33,34]が確立してきた．岡林らは，遠隔モニタリングによる自動振動計測の分野に，実現理論を適用し，その有効性を検証した[35~37]．これらの手法を適用した損傷診断の分野の研究は，近年，数多く報告されている[38~39]．

実現理論による振動特性推定法はコンピュータの高性能化により可能になった手法であり，特異値分解を核とする代数学的線形演算に基づいて推定を実現している．そのために，モード解析のように初期値を仮定することなく演算が可能であり，測定データから構造モデルを実現する理論構成になっているので，計測データを自動的に処理することが可能で，精度の高い振動特性推定が可能となる．

1-2-3. 近接固有値に関する研究

現在，維持管理が必要と考えられている橋梁構造物の多くは一般に構造系そのものが複雑化しているため，振動モニタリングより健全度診断を行うためには，近接固有値を明確に分離することが必要となる．近接固有値問題は，うなり現象が生じるような，斜張橋の桁とケーブルの連成振動，吊床版橋やキャットウォークなど吊り形式の構造物の振動実験において確認されている[40~44]．振動実験においてうなり現象が発生すると，慣用的な 1 自由度系を仮定した振動特性推定法は適用できなくなる．また，周波数領域における方法では，周波数応答関数の共振点のピークが分離できなくなるという問題を有する．このように近接固有値問題では古典的手法の適用が困難なために，様々な振動特性推定法が提案されてきた．讃岐ら[45]は，うなりを伴う自由振動波形を 2 自由度系の時刻歴応答波形と考え，うなりの周期および振幅と 2 自由度系の固有振動数と減衰定数の関係より，2 自由度系の固有振動数と減衰定数を推定する方法を提案している．この手法によって，2 自由度系の振動数と減衰定数の概算値は計算できるが，推定値の誤差の厳密な評価はできない．岩本ら[46]は，近接固有値問題に拡張カルマンフィルタ[47]による同定方法を適用し，観測波形に雑音が含まれている場合の同定を行っている．この手法は振動系をモード分解することなく，振動特性を推定できる利点があるが，非線形推定法であるために，初期条件の選定や，測定データの量，繰り返し回数などにより，推定の演算時間が長くなる欠点がある．

振動計測の分野では，高精度な振動特性推定法として，モード解析法が確立[48,49]されてきた．岡林ら[50]は，うなりを伴う振動波形に対してモード解析法を適用し，近接した固有値を有する 2 自由度系の構造モデルの単位衝撃応答関数と周波数伝達関数を仮定し，これらの関数を構成するパラメータを非線形最小二乗法により曲線適合させて振動数と減衰定数を推定する手法を提案した．また，米田ら[51]は GA による推定法を提案している．これ

らの手法は，高い精度の推定は実現できたが，初期条件を設定して，繰り返し計算をする必要があり，遠隔計測など無人化を基本とする自動計測に適していない．モード解析法に時間領域推定法があり，この手法と関係するものに，上述した ARMA モデル推定法があるが演算が直接的ではない．

1-2-4. 環境変動と構造系振動特性の相関に関する研究

橋梁構造物の振動特性の変動の要因は，健全度のみではなく，走行車両や風などの様々な外乱や環境変動によっても生じると考えられる．振動モニタリングの結果から構造物の健全度を評価する場合，温度などの環境変動を含めて議論することが肝要となる．しかし既往の研究において,環境変動が振動特性の変化にもたらす影響を詳細に検討した事例は,国内では少ない．大島ら[52)]は，免震ゴム支承材の内部温度上昇による支承材のせん断特性や耐熱劣化性等を評価している．また，町口ら[53)]は鋼コンクリート合成床板に対する温度変動がひずみに与える影響について長期的観測から論じている．温度変化と健全度評価に関する研究として，小林ら[54)]による，橋梁部材の温度変化と変形挙動の相関に関する研究がある．長期の観測結果から，両者には高い相関性があることを明らかにし，さらに温度変化は変形挙動に対して支配的であることを確認している．

以上の研究は健全度評価を視野に入れたものではあるが，振動モニタリングの見地に立ったものではない．社会資本の長期的な維持管理が求められる中，国内では振動モニタリングに関する研究が注目されているが，より精緻な評価を実現するために，温度変化に伴う振動特性の影響を明らかにする必要がある．

国外においては，道路橋の長期モニタリングに基づいて，振動数の変化を指標とする損傷検出を行うための研究例がある．温度変化等の環境因子が橋梁の動的特性に与える影響を評価したものとして，Peeters & Roeck[55)]，Wahab & Roeck[56)]，Teughels & Roeck[57)]らの一連の研究がある．そこでは，橋梁の固有振動数の変化を，温度，湿度，風などの通常の環境変化によるものと，部材損傷などによる構造上の異常が原因であるものに分け，PC 橋を対象とした常時微動観測を行い，環境変化による振動数変化を定量的に評価している．しかし, 対象橋は PC 橋に限られたものであるため, 一般化できるようなデータには乏しい．また，Sohn[58)]らも，温度変化に伴う橋梁の振動数の変化を検出するために，コンクリート床版橋を対象とした常時微動計測を行っている．その結果，適切なフィルタリングを行うことで，温度変化の影響を除去することができると結論付けている．しかし計測期間が日単位であり，長期的な変動による影響が明らかにされていないなど，現象解明という点では課題が残されている．これらの研究は，健全度診断を行う上で参考となる長期的データを蓄積しているが，対象は PC 橋やコンクリート床板橋に限定されたものであるため，近

年，落橋事故や損傷発見事例が多い，吊り構造やトラス構造を有する鋼橋での検討が必要と考えられる．

Liu ら[59]は，コンクリート曲線橋に対して同様に温度変化に伴う振動数の変動を確認することを目的として年間モニタリングを実施している．その結果，温度が上昇するに従い振動数が低下することを明らかにしている．一方，Mosavi ら[60]は鋼コンクリート合成桁橋を対象とした日単位の計測実験により，温度が上昇する日中のほうが夜間と比較して振動数が僅かではあるが上昇するという結果を得ている．またその原因を，床板と桁との温度差によって生じる変形が，P-δ 効果と大変形効果によって橋梁の剛性を変化させたことであると類推している．このように，橋梁構造物の振動特性の温度依存特性は，橋梁形式によっても異なるため，健全度評価のための振動モニタリングを目的とする場合，予め数値解析による事前解析結果で評価した上で環境変動に伴う振動特性の変動を明らかにしておく必要があると考えられる．

以上の国内外の研究事例は，主として桁橋を対象としたものである．奥松ら[11]は鋼ランガー橋（支間長約 150m）の年間計測により，振動数が微細ではあるが周期的に変動することを明らかにしている．この要因は温度変化によるものと推定しているが，振動数が温度変化によって変化する原因については十分解明されていない．よって，温度変化が振動特性に与える影響を定量化し，構造物の振動同定への影響を把握することが有用と考えられる．

1-3. 研究の目的

橋梁の健全度を振動モニタリング結果より評価する場合，温度などの環境変動を含めて議論することが必要となる．橋梁の固有振動数は温度の増減に連動し，それとは対象的にほぼ周期的に変動することが確認されているが，振動モニタリングを用いた健全度評価技術を確立するためには，計測結果と数値解析の両面から振動特性の変化を定量的に評価する必要がある．

よって，振動モニタリングによる健全度診断技術の精度向上と複雑な振動特性を有する構造物の高精度な構造同定のために，a) 有限要素モデルのモデル化の違いによる振動特性の変化を明らかにすること，b)温度変化による振動数変動を実験的に明らかにし， 実験で確認された振動数変動幅の妥当性と温度変化が振動数推定に与える影響度を解析的に検証すること，さらに，c) 振動特性推定法の精緻化を行い実橋梁で検証すること，に着眼し，評価することを本研究の目的とした．

本論文では，振動モニタリングによる健全度診断を行う上での課題を，以下の 3 項目に設定し，橋梁構造物の振動特性推定理論の開発，実橋梁における計測，評価を行う．

①3D-FE モデルのモデル化の違いによる振動解析結果への影響の評価

有限要素解析に用いるはり要素で作成されたモデルの要素分割及びせん断変形の考慮の有無等のモデル化の違いが，維持管理分野に利用されると考えられる比較的高い振動数領域での動的特性に及ぼす影響に着目し，解析・検討を行う．

②温度変化に伴う橋梁振動数の変化の定量的把握

橋梁の固有振動数が温度変化によって変動することを，実橋梁の常時微動計測結果から明らかにする．次に 3D-FE モデルを用いた温度変化を考慮した固有値解析を実施し，計測で得られた現象を解析で再現可能であるかを確認する．さらに，橋体への日射の影響を解析的に検討する．具体的には，一方向からの日射を仮定した橋軸直角方向の温度勾配を設定し，その場合の 3D-FE 解析より，振動特性に与える影響について検討を行う．

③近接固有値を有する構造系の振動特性の高精度検出

実現理論による振動特性推定法を，近接固有値を有する構造系の振動特性推定問題に適用し，その有効性と推定精度の評価を行う．まず，実現理論による振動特性推定法について，近接固有値の分解能を評価するための数値解析を実施する．近接固有値を有する 2 自由度系の衝撃応答と常時微動応答より振動数と減衰定数の推定を行い，確定論と確率論から近接固有値の推定分解能の評価を行う．また，実用的な視点から本手法を吊床版橋 3 橋の衝撃加振試験の実験結果に適用し，実構造物に対する本手法の有効性を検証する．

1-4. 本論文の構成

本論文は，5 章より構成されている．

第 1 章では，社会資本の維持管理に関する背景と近年の損傷事例をもとに，我が国における革新的な維持管理技術導入の必要性について述べる．また振動特性の変化に着目した健全度診断に関する既往の研究をレビューし,本研究の位置付けおよび目的を明確にする．

第 2 章では，下路式鋼ランガートラス桁橋を対象に，はり要素で作成された有限要素モデルの要素分割及びせん断変形の考慮の有無等が，維持管理分野で利用されると考えられる比較的高い振動数領域での動的特性に及ぼす影響に着目し，解析的な検討を行う．

第 3 章では，実橋梁における常時微動および温度の長期観測により，固有振動数の同定結果と温度との相関について評価する．次に固有振動数が温度に応じて変動する原因を調査するため，年間の温度変化を考慮して 3D-FE 解析を実施し，温度変化によって生じる軸

力の影響を評価する．また橋体への日射による影響を検討するため，橋軸直角方向に温度勾配が生じた場合の検討を行う.

4 章では，近接固有値の精緻な抽出を行うため，実現理論のひとつであるERA(Eigensystem Realization Algorithm)による振動特性推定法の有効性について検証する．まず近接固有値を有する 2 自由度系を検証モデルとし，自由振動および常時微動が作用する場合の検出性能を明らかにする．さらに近接固有値を有する複数の吊床版橋を対象橋梁とし衝撃加振動計測結果に適用する. 振動数, 減衰定数および振動モードの推定結果から，近接固有値を有する構造物の適用性について定量的に評価し，実現理論による振動特性推定法の有効性についてまとめる.

5 章では，全体を総括するとともに，得られた成果に対する課題を抽出し，今後の展望について述べる.

参考文献

1) 池田一壽：道路構造物のストックマネジメントのための技術動向，科学技術動向研究 No.74， 文部科学省　科学技術政策研究所　科学技術動向研究センター，2007.（http://www.nistep.go.jp/index-j.html）

2) 国土交通省：「道路橋の予防保全に向けた有識者会議」(http://www.mlit.go.jp/road/ir/ir-council/maintenance/index.html)

3) 国土交通省：社会資本整備審議会 道路分科会第１回 道路メンテナンス技術小委員会，資料３,2013.(http://www.mlit.go.jp/common/000986133.pdf)

4) 大島俊之，三上修一，山崎智之，丹波郁恵：橋梁健全度評価に用いる評価方法の検討と影響要因の解析，土木学会論文集, No.675/I-55, pp.201-217, 2001.

5)土木学会メインテナンス工学連合小委員会：社会基盤メインテナンス工学， 東京大学出版会，2004

6).Fujino, Y., Abe, M.: Vibration-based monitoring of infrastructures -R&D of sensors and analysis at University of Tokyo-, *Proceeding of the International Workshop on Structural Health Monitoring of Bridges / Colloquium on Bridge Vibration '03*, pp.37-54, 2003.

7) 国土交通省：「社会資本の維持管理・更新に関し当面講ずべき措置」(http://www.mlit.go.jp/common/000991905.pdf)

8) 土木学会構造工学委員会橋梁振動モニタリング研究小委員会：橋梁振動モニタリングガイドライン，構造工学シリーズ10，土木学会，2000.

9) Soyoz, S., and Feng, M.: Long–term monitoring and identification of bridge structural parameters, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 24, pp.82-92, 2009.

10) Kangas, S., et al: Cable stayed bridges: Case study for ambient vibration-based cable tension estimation, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol.17, No.6, pp.839-846, 2012.

11) 奥松俊博，岡林隆敏，田代大樹，要谷貴則，Jawaid，B.A.:橋梁遠隔モニタリングシステムによる鋼ランガートラス橋の固有振動数の推移観測，構造工学論文集，土木学会，Vol.53A, pp.844-852, 2007.

12) 麓興一郎，村越 潤，鈴木五月，出井貴士，五島浩一，宮崎正男，清田 錬次：起振機を用いた橋梁の現地振動試験，土木学会第59回学術講演会,1-673, pp.1343-1344.

13) 関雅樹，西村昭彦，佐野弘幸，中野 聡：RCラーメン高架橋の地震時損傷レベルの評価に関する研究，土木学会論文集，No.731/I-63, pp.51-64, 2003.

14) 岡林隆敏，原忠彦：道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A, pp.731-738, 1988.

15) 西村昭彦，羽矢洋：衝撃振動試験による山陽新幹線構造物の健全度判定，基礎工，pp.73-79, 1996.

16) 林秀侃，梶川康男，深田宰史，杁本正信，浜博和：19 径間連続立体免震橋の振動実験に基づく動的解析，土木学会論文集, No.605/ I-45, pp.49-60, 1998.

17) 梶川康男，深田宰史，林下貴彦，山田健太郎，小塩達也：サスペンション構造が異な

った車両による高架橋の振動特性，構造工学論文集，Vol.50A，pp.413-420, 2004.
18) 古川愛子，大塚久哲，梅林福太郎：構造物の損傷に伴う振動特性の変化に関する実験的考察，土木学会地震工学論文集，Vol.28, pp.1-9, 2005.
19) Ghanem, R., Shinozuka, M.: Structural-system identification I: theory, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol.121, No.2, pp.225-264, 1995.
20) 千葉利晃：多次元非定常 ARMA モデルの同定とスペクトル解析，土木学会論文集，No.338, pp.11-19, 1983.
21) 丸山収，相沢旬，星谷勝：ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定，土木学会論文集，第 416 号/ I-13, pp.439-447, 1990.
22) 勝地弘，宮田利雄，山田均，秦健作，楠原栄樹：常時微動データによる明石海峡大橋の固有振動特性，構造工学論文集 Vol.50A，pp.637-646，2004.
23) 阿部雅人，藤野陽三，長山智則，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例，土木学会論文集，No.689/I-57, pp.261-274, 2001.
24) Nagayama, T., Abe, M., Fujino, Y., and Ikeda, K.: Structural identification of a nonproportionally damped system and its application to a full-scale suspension bridge, Journal of Structural Engineering, pp.1536-1545, 2005.
25) 岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：常時微動に基づく AR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定，土木学会論文集 No.759/I-67, pp.271-282, 2004.
26) 岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.51A, pp.479-490, 2005.
27) 奥松俊博，岡林隆敏，房前慎一，舩原祐樹，大岩根健吾：2 段階推定法による橋梁振動特性の高精度自動推定，構造工学論文集 Vol.52A, pp.227-236, 2006.
28) Ho, B.L. and Kalman, R.E.: Effective Construction of linear state-variable models from input/output functions, Regelungstechnik, Vol.14, No.12, pp.545-548, 1966.
29) Ljung, L.: System Identification -Theory for the User (2nd ed.), Prentice-Hall, 1999.
30) Juang, J.N. and Pappa, R.S.: An eigen system realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.8, No.5, pp.620-627, 1985.
31) Juang, J.N.: Mathematical correlation of modal Parameter identification methods via system realization theory, International Identification of Analytical and Experimental Modal analysis, Vol.2, No.1, pp.1-18, 1987
32) Juang, J.N.: Applied System Identification, Prentice Hall PTR, 1994.
33) 片山徹：システム同定，朝倉書店, 2004.

34) Wenzel, H. and Pichler, D.: Ambient vibration monitoring, John Willey & Sons, Ltd., 2005.
35) Ali, M.R., Okumatsu, T. Okabayashi, T. and Jawaid B.A.: Dynamic characteristics estimation from the ambient vibration of existing bridge by realization theories, 構造工学論文集，土木学会, Vol.55A, pp.284-294, 2009.
36) Ali, M.R., Okabayashi, T.: System identification of highway bridges from ambient vibration using subspace stochastic realization theories, An International Journal of Earthquake Engineering and Earthquake Effects on Structures, Vol.2, No.2, 2011
37) Ali, M.R., Okabayashi, T and Okumatsu, T.: Ambient vibration data re-sampling by cubic spline interpolation for high accurate estimation of bridge dynamic characteristics using realization theory, Journal of Structural Engineering, JSCE, Vol.57A, 2011.
38) Zhang, Q.W.: Statistical damage identification for bridges using ambient vibration data, Computers and Structures, No.85, pp.476-458, 2007.
39) 吉岡勉，原田政彦，山口宏樹，伊藤信：斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討，構造工学論文集, Vol.54A, pp.119-208, 2008.
40) 角本周，梶川康男：PC吊床版橋の減衰定数の評価と振動使用性照査における影響，土木学会論文集No.612/I-46, pp.337-348,1999.
41) 山口宏樹，高野晴夫，小笠原政文，下里哲弘，加藤真志，岡田淳：鶴見つばさ橋の振動実験による動的特性の同定，土木学会論文集, No.543/I-36, pp.247-258, 1996.
42) 米田昌弘：歩行者によって誘起される吊床版橋の動的応答特性とその設計用使用性評価式,構造工学論文集, Vol.47A, pp.351-362, 2001.
43) 権映録，畑中章秀：高欄設置用の薄型TMDを用いた既設歩道橋の制振対策，橋梁と基礎, 36巻12号, pp.23-27, 2002.
44) 森尾敏，平川良浩，島田昌樹，三木英通：鉄道高架橋から伝播する地盤振動に見られる「うなり」現象，土木学会論文集, No.701/Ⅲ-58, pp.421-432, 2002.
45) 讃岐康博，大塚良隆，大艸孝美，金子鉄男：Beating波形からの各単振動の対数減衰率算出法，第２回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集, pp.109-114, 1989.
46) 岩本政巳，藤野陽三：自由振動減衰波形からの固有振動数の近接した２自由度線形系のパラメータ同定，土木学会論文集, No.450 / I-20, pp.141-149, 1992.
47) 長山智則，阿部雅人，藤野陽三，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の非反復構造逆解析と長大吊橋の動特性の理解，土木学会論文集，No.745 / I-65, pp. 155-169, 2003.
48) 長松昭男：モード解析，培風館, 1985.
49) 岡林隆敏，原忠彦，龍博志：周波数領域多自由度曲線適合法による道路橋の振動特性同定，構造工学における数値解法シンポジウム論文集，第19巻, pp.43-48, 1995.
50) 岡林隆敏，山森和博，讃岐康博，田村太一郎：近接固有値を有する構造物の振動特性推定，土木学会論文集, No.633/I-49, pp.93-102, 1999.

51) 米田昌弘，真本卓充：GAを適用したうなり波形の減衰定数推定法，土木学会第60回年次学術講演会, pp.1093-1094, 2005.

52) 大島俊之，中村昌弘，山崎智之，潤田久也：低温環境下で加振される高減衰ゴム支承内部温度分布の解析，土木学会論文集Ａ，64巻，No.2, pp.408-420, 2008.

53) 町口敦志，横山功一，原田隆郎，高木優任：構造ヘルスモニタリングにおけるひずみ測定の温度影響の補正に関する研究，構造工学論文集, Vol.53A, pp.718-726, 2007.

54) 小林裕介,三木千壽,田辺篤史:鋼床版箱桁橋梁の温度変形挙動を利用した健全度評価モニタリング，土木学会論文集Ａ，62巻，pp.794-807, 2006.

55) Peeters, B., and De Roeck, G.: One-year monitoring of the Z24-Brige: environmental effects versus damage events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 30, pp.149-171, 2001.

56) Wahab, M., and Roeck, G.: Effect of temperature on dynamic system parameters of a highway bridge, Proc. of Struct Eng.Int., Vol.7, IABSE, Zurich, Switzerland, pp.266-270, 1997.

57) Teughels, A., and De Roeck, G.: Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating, Journal of Sound and Vibration, 278, pp.589-610, 2004.

58) Sohn., H., et al: An Experimental study of temperature effect on modal parameters of the Alamosa Canyon Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, pp.879-897, 1999.

59) Mosavi, A.A., Seracino, R., and Rizkalla, S: Effect of Temperature on daily modal variability of a steel-concrete composite bridge, Journal of Bridge Engineering, ASCE, Vol.17, Number 6, pp.979-983, 2012.

60) Liu,C., et al: Effect of temperature on modal variability for a curved concrete bridge under ambient loads, Journal of Struct., ASCE, pp. 1742-1751, 2007.

第 2 章　鋼ランガートラス桁橋のモデル化と固有振動特性の推定精度への影響

2-1. はじめに

近年，構造物に対する維持管理の重要性が高まり，維持管理に関する研究が数多く行われている[1~3]．そうした研究のひとつに，対象構造物の動的特性（固有振動数，振動モード，減衰）を利用し，損傷を特定するというものがある．例えば岡林ら[4)]は，5 層骨組構造物（健全な状態：ブレースを全層にタスキ上に配置した状態，損傷した状態：ある層のブレースを切断した状態）に対して常時微動シミュレーションを行い，それぞれ推定される固有振動数の変化から損傷を確認できるかを検討している．こうした研究の基本となる考えは，対象となる構造物の動的特性が一部の損傷により変化するというものである．その変化を検出するためには有限要素解析や振動計測を行い，基本となる状態を把握しておく必要がある．

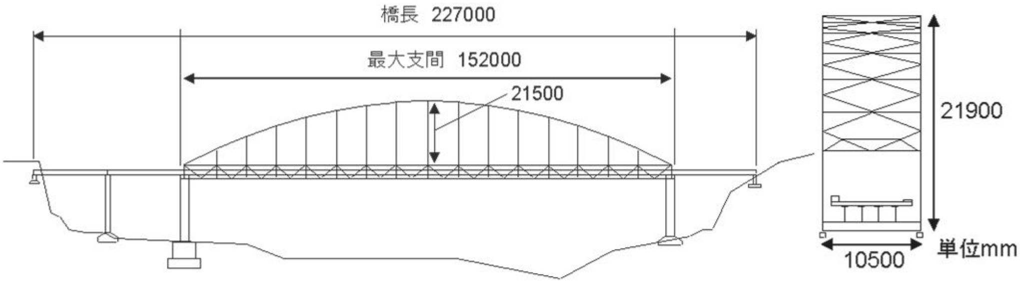
有限要素解析においては，対象とする構造物の動的特性に対してモデル化の影響があり，耐震分野ではその影響に関する研究が行われている．例えば柳ら[5)]は上路式アーチ橋の面内挙動に着目し，コンクリート床版を含む補剛桁のモデル化，せん断変形の影響等について検討している．しかしながら，その研究成果は必ずしも維持管理を目的とする構造物の動的特性の推定に直接的に利用できるとは限らない．なぜなら耐震分野において着目するのは低次モードであるのに対し，維持管理分野では比較的高次モードに着目する必要があるからである．そこで本研究では，有限要素解析に用いるはり要素で作成されたモデルの要素分割及びせん断変形の考慮の有無等のモデル化の違いが維持管理分野に利用されると考えられる比較的高い振動数領域での動的特性に及ぼす影響に着目し，解析・検討を行った．

構造物の動的特性を特定するための振動計測法には大きく分けて，起振機や人力加振等による規則振動加振法と常時微動や衝撃加振等の不規則振動加振法の 2 つがある．また，振動計測結果から対象構造物の固有振動特性を推定する様々な手法が提案されている．本研究ではその中で加振手段を必要とせず，供用中の橋梁でも簡便に応用できる常時微動の応答からパワースペクトルを算出し，固有振動特性を推定するという最も基礎的な手法に着目し，その推定精度についても検討を行った．

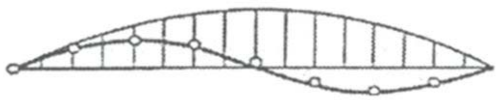
2-2. 対象橋梁

本研究では長崎半島先端部の樺島と脇岬をつなぐ樺島大橋を対象とした．樺島大橋は，昭和 53 年に着工し昭和 61 年に完成した橋長 227m（最大支間 152m），幅員 7.5m の下路ランガートラス式の橋梁である．**写真－2.1** に全景写真，**図－2.1** に一般図を示す．本橋を対象とした理由として，長崎大学で行った振動計測から得られたデータ [6,7] より，解析モデルの妥当性を確認できるという点が挙げられる．その振動計測により得られた面内 1～5 次モードの固有振動数及び振動モードをそれぞれ**表－2.1**，**図－2.2(a)～(e)**に示す．**表-2.1** では，振動特性推定法（AR 法，曲線適合法，ARMA 法）の違いによる結果を示す．

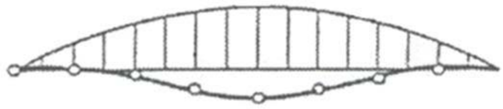
写真－2.1　全景写真



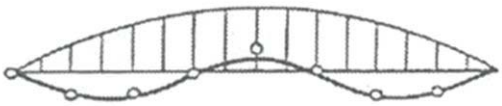
図－2.1　一般図



(a) 1 次モード

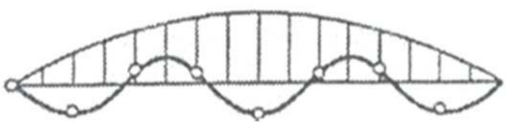


(b) 2 次モード



(c) 3 次モード

(d) 4 次モード



(e) 5 次モード

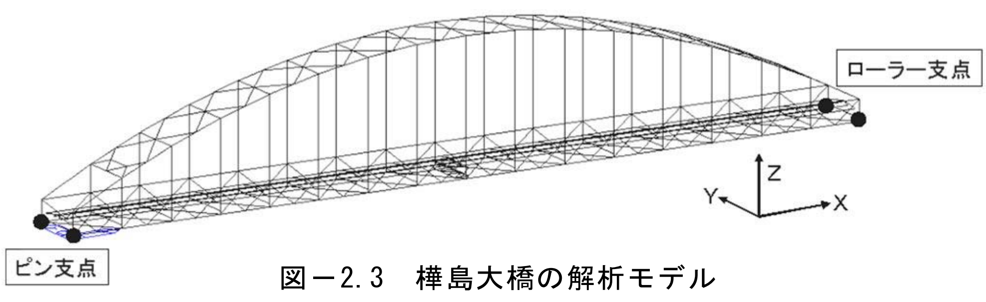
図－2.2　振動モード

表－2.1　樺島大橋固有振動数推定結果（実測）

次数	推定法	推定振動数		
		平均値(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数（%）
1	AR	0.802	0.007	0.825
	曲線適合	0.804	0.004	0.540
	ARMA	0.804	0.004	0.542
2	AR	1.093	0.010	0.936
	曲線適合	1.106	0.006	0.564
	ARMA	1.107	0.006	0.576
3	AR	1.881	0.017	0.926
	曲線適合	1.898	0.012	0.636
	ARMA	1.897	0.012	0.642
4	AR	2.431	0.010	0.396
	曲線適合	2.426	0.008	0.318
	ARMA	2.426	0.008	0.322
5	AR	3.867	0.053	1.368
	曲線適合	3.944	0.018	0.465
	ARMA	3.928	0.080	2.040

2-3. 解析モデル

土木専用構造解析・最適設計システム MIDAS Civil を用い, 樺島大橋の上部工を図－2.3 に示すように 3 次元弾性はり要素でモデル化し，解析を実施した.

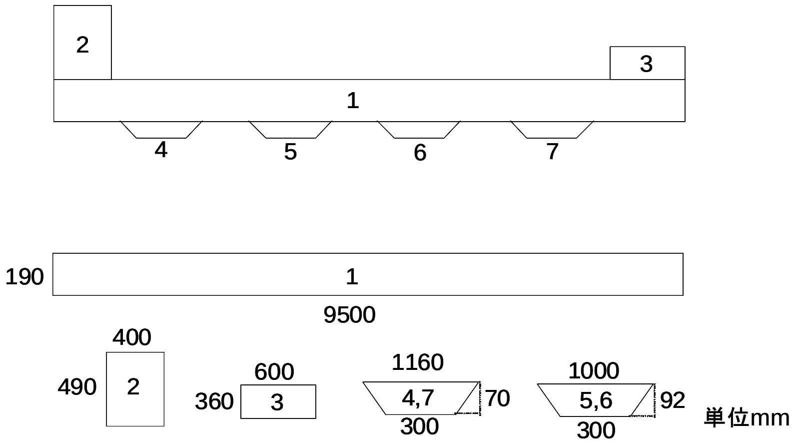


図－2.3　樺島大橋の解析モデル

各支点の支持条件は図－2.3 に示すように一端をピン支点とし，もう一端をローラー支点とした.

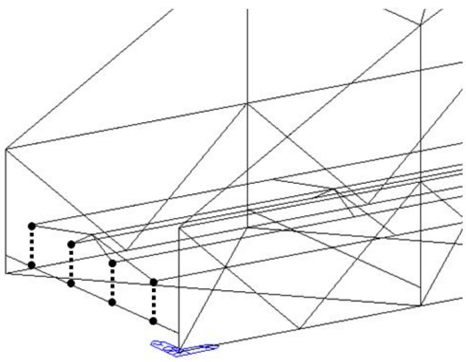
床版については，鉄筋コンクリート部分のみの剛性を考慮し，ひとつのはり要素でモデ

ル化した．アスファルト舗装や歩道部（クラッシャーラン：質量密度 2t/m^3）については質量のみを考慮するものとし，高欄や検査路といった付属物については質量等も無視した．床版の剛性を計算する際に用いた鉄筋コンクリート床版の断面図を**図－2.4** に示す．



図－2.4　床版の断面図

縦桁と横桁の中立軸位置の違いを考慮するため，両者を**図－2.5** の点線で示すように剛体的に連結させ，独立節点と従属節点の相互移動を拘束し，両節点間の距離を一定に保つようにした．



図－2.5　剛体連結図

その拘束条件の連立方程式を式(2.1)に示す．

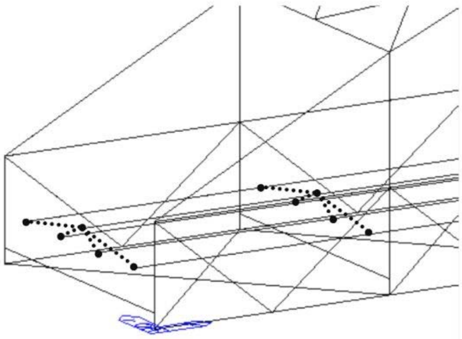
$$\begin{cases} U_{Xs} = U_{Xm} + R_{Ym}\Delta Z - R_{Zm}\Delta Y \\ U_{Ys} = U_{Ym} + R_{Zm}\Delta X - R_{Xm}\Delta Z \\ U_{Zs} = U_{Zm} + R_{Xm}\Delta Y - R_{Ym}\Delta X \\ R_{Xs} = R_{Xm} \\ R_{Ys} = R_{Ym} \\ R_{Zs} = R_{Zm} \end{cases} \tag{2.1}$$

ここで，であり，添字 m と s は，それぞれ独立節点及び従属節点を意味

し，U は，全体座標系それぞれの方向の変位を表し，R は全体座標系それぞれの軸回りの回転変位を表す．X, Y, Z は節点の座標を表す．

また，縦桁と床版については図－2.6の点線で示すように質量を持たない剛な部材（オフセット部材）で繋いだ．

..



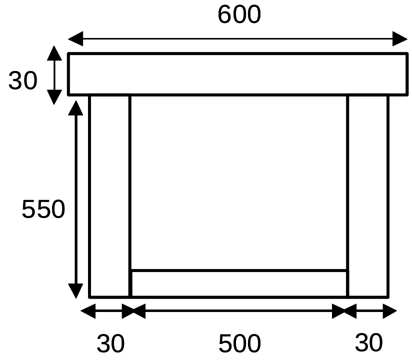
図－2.6　オフセット部材

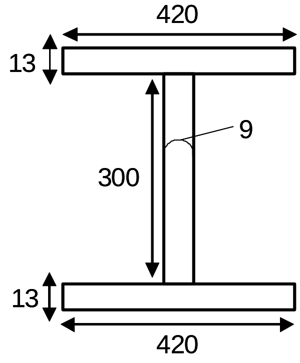
各要素の材料特性を表－2.2 に示す．

表－2.2　材料特性

	主桁・主構	床版	オフセット部材
ヤング率(kN/mm^2)	200.0	28.0	200.0
ポアソン比	0.3	0.2	0.3
質量密度(kg/m^3)	7852.3	3343.8	0

本橋梁の構造で主に使用されているアーチリブ及びトラスの上・下弦材は図－2.7 に示すような上下非対称な箱形断面，その他の部材については図－2.8 に示すような 2 軸対称 I 形断面となっている．





図－2.7 箱型断面図（アーチリブ両端の部材）　図－2.8　I 型断面図（スパン中央部の吊材）

2-4. 固有振動特性および不規則振動特性に及ぼすモデル化の影響

2-4-1 固有振動解析

本研究では全ての解析を図-2-3 でモデル化に用いた MIDAS Civil で行う.

本項では図-2-3 に示す解析モデルを基準とし，表－2.3 に示すように吊材の分割数，せん断変形の考慮の有無を変更した 6 ケースのモデルで固有振動解析を行う.

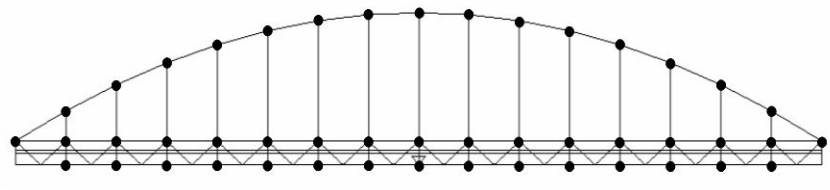
表－2.3　解析モデル

	吊材の分割数	せん断変形の考慮
Case 1	分割無し	無
Case 2	分割無し	有
Case 3	2	無
Case 4	2	有
Case 5	4	無
Case 6	4	有

吊材を分割する場合，それぞれの要素を均等に分割し，全ての吊材で同じ分割数となるようにモデル化を行い，せん断変形を考慮する場合においては全要素に対し考慮するものする.

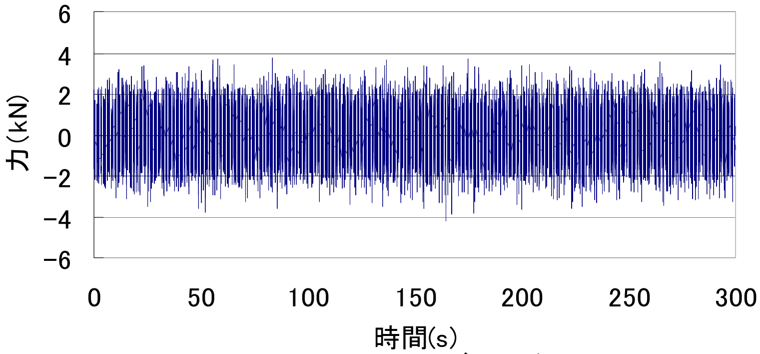
2-4-2　常時微動シミュレーション

本解析では常時微動を表現するため図－2.9 に示す節点に対し（逆面のアーチに対しても同様），鉛直方向及び橋軸直角方向に全て独立なホワイトノイズを外力として作用させ，線形動的応答解析を行う.



図－2.9　ホワイトノイズを入力する節点

また外力として入力するホワイトノイズは，各節点の応答変位が概ね 1mm 程度になるような振幅とし，MATLAB を用い 0.01 秒刻みの波形として作成する．作成したホワイトノイズ（0～300s）の一例を図－2.10 に示す.



図－2.10　ホワイトノイズの一例

解析手法は Newmarkβ 法で加速度一定（$\beta = 0.25$）とし，常時微動シミュレーションの総時間は 10 分間，時間刻みを 0.01s とする．減衰については式(2.2)に示すレーリー減衰を用い，固有振動解析から得られた各モードの有効質量比を参考に，面内 2，3 次モード（鉛直方向の有効質量比が大きいモード）での減衰定数を 0.01 と仮定し，a_1 及び a_2 を決定する．

$$[C] = a_1[M] + a_2[K] \tag{2.2}$$

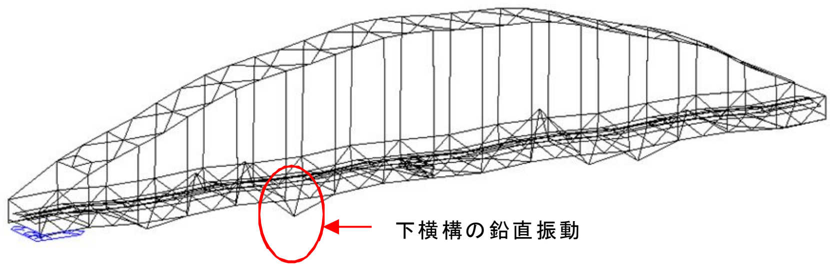
なお，このシミュレーションも固有振動解析と同様に 2-4-1 に示す Case 1～6 のモデルで行う．

2-4-3　解析結果と考察

固有値解析及び常時微動シミュレーションから得られた結果及び考察を以下に示す．

(1)　固有振動特性

Case 1 の 9～10Hz（25～39 次モード）において，図－2.11 に示すような下横構が局部的に鉛直方向に振動するモードが複数出現する．今回はこのような局部的な振動ではなく，構造全体が振動するモードに対するモデル化の影響に着目しているため，Case 1 における 24 次モードまでについて結果を示し，考察を行う．



図－2.11　Case 1 の 25 次モード

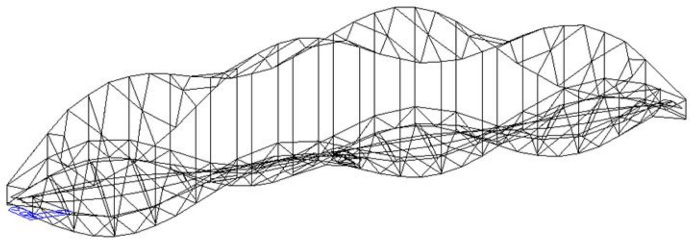
Case 1 における 24 次モードまで（Case 2～6 については Case 1 における 24 次モードに対応するモードまで）の固有振動数を表－2.4 に示す．

表－2.4　Case 1～6 における各モードの固有振動数

Case 1		Case 2		Case 3		Case 4		Case 5		Case 6	
次数	Freq. (Hz)	次数	Freq. (Hz)	次数	Freq. (Hz)	次数	Freq. (Hz)	次数	Freq. (Hz)	次数	Freq. (Hz)
1	0.765	1	0.762	1	0.765	1	0.762	1	0.765	1	0.762
2	0.836	2	0.827	2	0.836	2	0.827	2	0.836	2	0.827
3	1.079	3	1.074	3	1.079	3	1.074	3	1.078	3	1.074
4	1.324	4	1.316	4	1.347	4	1.338	4	1.351	4	1.342
5	1.684	5	1.671	5	1.684	5	1.671	5	1.684	5	1.671
6	1.93	6	1.893	6	1.939	6	1.901	6	1.941	6	1.903
7	2.411	7	2.384	7	2.41	7	2.383	7	2.41	7	2.383
8	2.929	9	2.91	8	2.932	9	2.915	8	2.926	9	2.912
9	2.953	8	2.877	9	2.967	8	2.89	9	2.967	8	2.888
10	2.985	10	2.944	10	2.984	10	2.943	10	2.984	10	2.943
11	3.998	12	3.963	17	3.929	17	3.896	11	3.949	11	3.913
12	4.022	11	3.961	18	4.022	18	3.962	12	4.019	12	3.96
13	4.15	13	4.123	24	4.149	24	4.121	15	4.141	15	4.112
14	5.1	14	4.999	38	5.105	38	5.004	34	5.107	34	5.008
15	5.538	15	5.347	43	5.561	39	5.382	39	5.561	39	5.388
16	6.139	16	6	48	6.163	48	6.025	43	6.17	43	6.027
17	6.239	18	6.169	50	6.444	50	6.375	50	6.582	50	6.516
18	6.349	17	6.168	49	6.352	49	6.171	49	6.353	48	6.195
19	7.496	19	7.237	55	7.508	55	7.246	53	7.506	51	7.239
20	7.799	20	7.711	56	7.924	56	7.851	56	7.939	56	7.864
21	8.34	21	8.092	61	8.553	58	8.198	57	8.462	57	8.147
22	8.599	22	8.272	62	8.773	62	8.577	58	8.638	58	8.392
23	8.713	23	8.593	63	8.883	63	8.759	59	8.902	59	8.783
24	9.279	24	8.668	66	9.283	64	8.795	62	9.323	60	8.817

a)　吊材分割の影響（Case 1，3，5 の結果の比較）

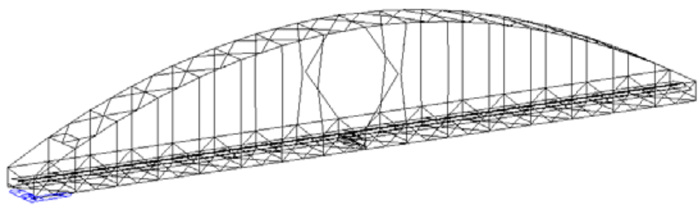
表－2.4 から Case 1 と Case 3, 5 について対応するモードでの振動数の変化に着目する．まず 5Hz 程度までのモードにおいては，吊材を分割することにより対応する振動数が高低することはあるがその変化は小さい．しかし，5Hz 以上においては全てのモードにおいて振動数が高くなり，変化する割合も低次と比較すると大きい．その中で最も変化する割合が大きいものは Case 1 の 17 次モードに対応するモードであり，振動数の変化率はそれぞれ Case 3 で 3.3%，Case 5 で 5.5%程度である．また，図－2.12 に Case 1 の 17 次モードの図を示す．



図－2.12　Case 1 の 17 次モード

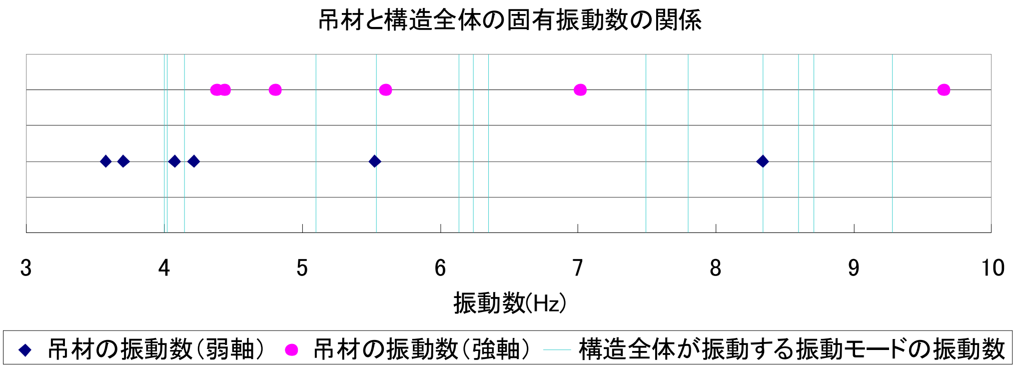
表－2.4 の網掛部分に示すモードでは，上記したモードの振動数の変化が他のモードの振動数の変化より大きいためにモードの順番が逆となって出現するという特徴がある．

また，吊材の振動が卓越しているモードが Case 1 に対応する各モード間に数多く出現する．その一例として Case 3 の 11 次モードを図－2.13 に示す．



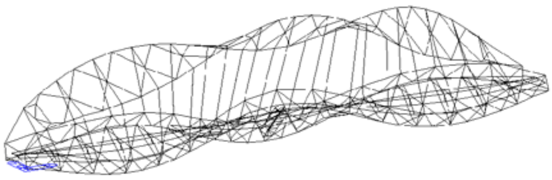
図－2.13　Case 3 の 11 次モード

図－2.14 に吊材の固有振動数と構造全体が振動するモードの固有振動数の関係を示す．なお,この図における吊材の固有振動数は，今回行った固有値解析で図－2.13 のように吊材の振動が卓越しているモードの振動数であり，全て 1 次モードとなる．

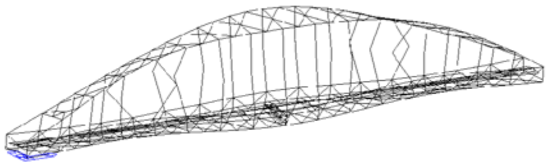


図－2.14　吊材と構造全体の固有振動数の関係

図－2.14 から 5.5, 8.3Hz で吊材の固有振動数と構造全体が振動するモードの固有振動数が非常に近くなっていることがわかる．このように吊材の固有振動数と構造全体が振動するモードの固有振動数が近い場合，吊材と主構の振動が連成するものがある．そのうち Case 1 の 15 次モード（振動数：5.538Hz）とそれに対応する Case 3 のモード図をそれぞれ図－2.15，2.16 に示す．



図－2.15　Case 1 の 15 次モード

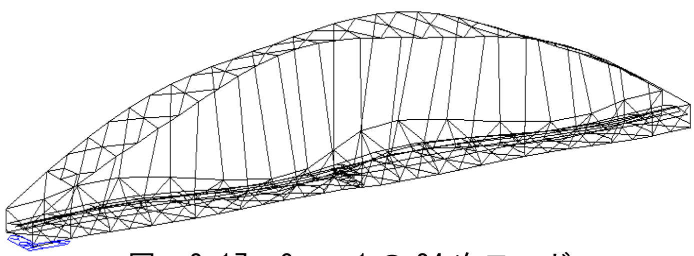


図－2.16 Case 3 の 43 次モード

以上のように，吊材の分割は主に高次モードにおいて振動数・振動モードに対して影響を及ぼし，その影響は特に振動モードに対して大きいことがわかった．

b)　せん断変形の影響（Case 1，2 の比較）

はりの変形において，はりの長さに対し断面高が小さい場合にはせん断変形の影響を無視できるが，はりの長さに対し断面高が大きくなるとその影響を考慮する必要がある．基本的に高次モードにおいては振動形の一波あたりの長さが短くなり，結果的に見かけ上のはりの長さに対する断面高が大きくなるためせん断変形の影響は大きくなるものと考えられる．今回の解析結果においても，5Hz 程度（14 次モード）からその傾向が顕著に現れていることが，表－2.4(Case1, 2)から見て取れる．最も大きな変化が見られたのは Case 1 の 24 次モードに対応するモードで，6.6%の振動数低下が生じている．図－2.17 に Case 1 の 24 次モードの図を示す．



図－2.17　Case 1 の 24 次モード

また 2-4-3(1)a)に示した吊材分割の影響と同様に，あるモードの振動数の変化が他と比べて大きい場合にモードの順番が逆となり出現するという特徴がある（表－2.4，Case2 網掛け部分）．この場合においては，吊材分割の影響で示した場合のようにあるモードの振動数が高くなることで生じるのではなく，振動数が低下することで生じる．

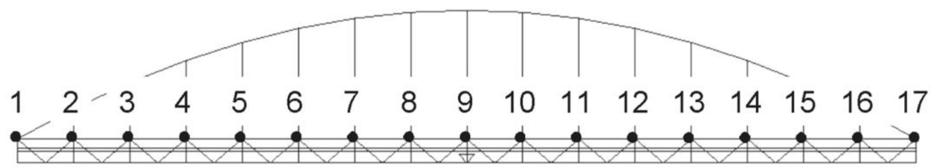
c)　吊材を分割しせん断変形も考慮した場合の影響

吊材を分割し，せん断変形を考慮した場合は，**表－2.4**（Case4,6）から見て取れるように，全体的に振動数が低くなる傾向にあるが，一部に振動数が高くなるモードがある．これは吊材分割の影響とせん断変形の影響の大小関係によって生じるものと考えられる．

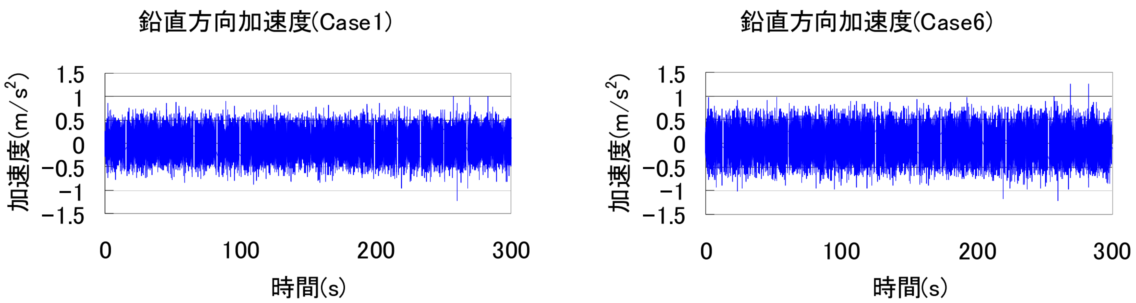
全体的に振動数が低くなる傾向があることから，本橋において固有振動数に及ぼす影響は，吊材の分割数よりもせん断変形を考慮する影響の方が大きいと考えられる．

(2)不規則振動特性

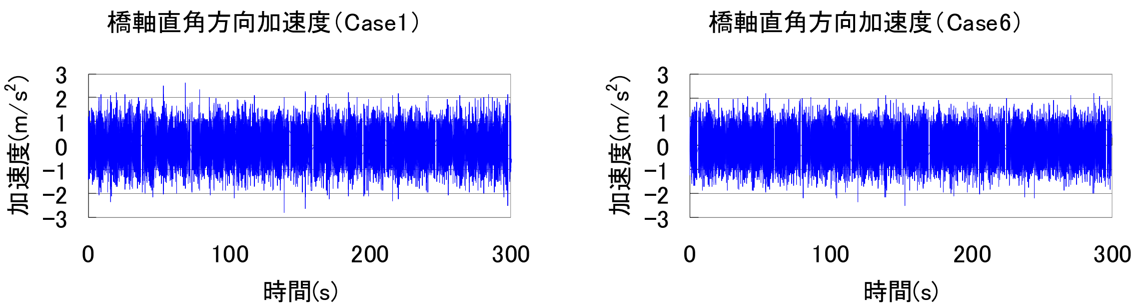
本シミュレーションにおける結果としては，**図－2.18** に示す各節点の鉛直方向及び橋軸直角方向の応答加速度を用いる．その応答の例として**図－2.18** の節点 9 における Case 1 と Case 6 の鉛直方向及び橋軸直角方向の応答加速度（0～300s）を**図－2.19**，**図－2.20** に示す．



図－2.18　応加速度を出力する節点



図－2.19　節点 9 の鉛直方向応答加速度（左：Case 1 右：Case 6）



図－2.20　節点 9 の橋軸直角方向応答加速度（左：Case 1 右：Case 6）

図－2.19，2.20 でそれぞれを比較すると，僅かながら応答加速度の大きさにモデル化の違いによる影響が現れていることがわかる．そこで数値的にどのような変化が生じているのかについて以下に示す．

a)　鉛直方向の応答

出力結果（10 分間）から，節点 5，9 における Case 1～6 の鉛直方向についての加速度の RMS(Root Mean Square)値，最大値，最小値について比較した結果を以下の**表－2.5，2.6** に示す．

表－2.5　節点 5 における各ケースの鉛直方向応答加速度（単位 m/s^2）

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
RMS 値	0.2383	0.2525	0.2438	0.2581	0.2450	0.2593
最大値	1.0335	1.0666	0.9705	1.0681	0.9822	1.0853
最小値	-0.9109	-1.0107	-0.9543	-1.0001	-0.9909	-1.0223

表－2.6　節点 9 における各ケースの鉛直方向応答加速度（単位 m/s^2）

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
RMS 値	0.2430	0.2599	0.2553	0.2728	0.2585	0.2760
最大値	0.9893	1.1984	1.0457	1.2322	1.1286	1.2745
最小値	-1.2308	-1.1625	-1.2362	-1.2239	-1.2216	-1.2219

各節点の RMS 応答に着目する．**表－2.5，2.6** から，吊材の分割数が同じ場合においては，せん断変形を考慮した場合の方が応答加速度の RMS 値が高いということがわかる．これは節点 1～17 全てに対して同様の傾向であり，この傾向に伴い節点 1～17 の大部分における応答の最大値及び最小値の絶対値が大きくなっていた．

また，吊材分割の影響だけをみた場合には，節点 2，16 を除く応答をとった全ての節点で Case 1 に対し RMS 応答が高い値を示すという特徴があった．**表－2.7** に節点 2 における各ケースの RMS 値を示す．またこれらの特徴は，橋軸を基準に対称となる節点においても同様であった．

表－2.7　節点 2 における各ケースの鉛直方向応答加速度（単位 m/s^2）

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
RMS 値	0.1874	0.2005	0.1870	0.2000	0.1853	0.1984

b)水平方向の応答

出力結果（10 分間）から，節点 5，9 における Case 1～6 の橋軸直角方向についての加速度の RMS 値，最大値，最小値について比較したものを**表－2.8，2.9** に示す．

表－2.8　節点 5 における各ケースの橋軸直角方向応答加速度（単位 m/s^2）

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6
RMS 値	0.6726	0.6724	0.7386	0.7390	0.5931	0.5991
最大値	2.7118	2.8053	3.3905	3.3513	2.5571	2.5131
最小値	-2.8124	-2.7577	-3.5236	-3.3850	-2.5810	-2.5994

表－2.9　節点 9 における各ケースの橋軸直角方向応答加速度（単位 m/s^2）

	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
RMS 値	0.6253	0.6280	0.7241	0.7234	0.5747	0.5806
最大値	2.8287	2.6090	3.0212	3.1446	2.3956	2.4451
最小値	-2.9734	-2.5985	-3.0339	-3.1561	-2.5179	-2.6104

RMS 応答に着目すると，2-4-3(2)a)で示した特徴とは異なり，吊材の分割数が同じ場合において，せん断変形を考慮した場合の共通の変化は見られなかった．応答の最大値及び最小値は概ね RMS 応答の変化に伴い変化するということは，同様の特徴として挙げられる．

ただし，吊材分割の影響だけをみた場合には，以下に示すような傾向が認められた．すなわち，吊材を 2 分割した場合，端部 2 点を除けば，スパン中央部に近いほど RMS 応答の変化が大きくなる傾向が見られる．また吊材を 4 分割した場合には，吊材を 2 分割した場合と同様の特徴があり，かつ全体的に RMS 応答が小さくなる傾向がある．表－2.10 に節点 1～9 の Case 1 を基準とした Case 3，5 の RMS 応答の比を示す.

表－2.10　Case 1 を基準とした Case 3，5 の RMS 応答の比

節点番号	(case 3/case 1)	(case 5/case 1)
1	1.0037	1.0034
2	0.9842	0.9767
3	0.8621	0.8433
4	0.9003	0.8159
5	1.0197	0.8566
6	1.0982	0.8819
7	1.1464	0.8968
8	1.1651	0.9083
9	1.1580	0.9190

2-4-4　まとめ

本項で行った固有値解析により，本橋においてはせん断変形の考慮及び吊材の分割が 5Hz 程度以上の固有振動数・振動モードに与える影響は大きいことがわかった．振動数については，基準となるモデル（せん断変形考慮無，吊材の分割無）に対し-7%～+5%程度の変化がみられ，全体的な振動数の変化については，せん断変形を考慮することによる影響の方が吊材を分割することによる影響より大きかった．また振動モードについては，吊材分割の影響として，吊材の固有振動数と構造全体が振動するモードの振動数が近い場合

にはその二つのモードが連成したモードが現れるということもわかった.

また常時微動シミュレーションより，本橋においては応答にモデル化の影響が現れ，特に RMS 応答に対して大きな影響があり，その変化は，以下のような傾向となった.

まず，鉛直方向の応答に着目すると，吊材の分割数が同じ場合において，せん断変形を考慮した場合の方が応答加速度の RMS 値が高く，この傾向に伴い応答の最大値及び最小値の絶対値が大きくなる．吊材分割の影響だけをみた場合には，吊材分割により基本的に RMS 応答が高い値を示す.

次に，橋軸直角方向の応答に着目すると，吊材の分割数が同じ場合において，せん断変形を考慮した場合の共通の変化傾向は見られないものの，応答の最大値及び最小値は概ね RMS 応答の変化に伴い変化する. 吊材分割の影響だけをみた場合には, 端部 2 点を除けば, スパン中央部に近い吊材ほど要素分割により RMS 応答の変化が大きくなる傾向があり，吊材を 4 分割した場合には全体的に RMS 応答が小さくなる傾向がある.

2-5.パワースペクトルを用いた固有振動特性の推定精度

2-5-1　推定法の概要及び推定項目

本章では実際に橋梁の振動を計測した応答加速度を用いるのではなく，2-4-3(2)で示したCase 1の常時微動シミュレーションから得られる各節点のシミュレーション開始1分後から5分間の応答加速度を用い，固有振動特性の推定を行う．シミュレーション開始後1分間を除外したのは，開始直後では定常状態に達していない可能性があり，推定結果に影響を及ぼすと考えたためである．

応答加速度を用いるのにあたり，本研究では2通りの方法をとる．1つ目は5分間のデータをそのまま用いてパワースペクトルを計算し推定する方法（以下手法1)，2つ目は5分間のデータを30s区切りの10個のデータ（以下データ1～10）にわけ，それぞれについて推定しその平均する方法である（以下手法2)．

なお，今回は比較的推定が容易であると考えられる面内振動に着目したため，鉛直方向の加速度を用い9Hz程度までの面内振動モードの推定を行う．以下に推定項目及びその概要について示す．

(1)　固有振動数と振動モード

構造物の各測点の同一時刻における微振動を記録し，その応答加速度から各測点のパワースペクトルを算出する．得られたパワースペクトルのピークとなる振動数より固有振動数を推定する．手法1においては上記した方法で推定した結果を最終的な推定結果とし，手法2においては各データから推定される振動数の平均を最終的な推定結果とする．

固有振動数 f_0 における各点のパワースペクトルの大きさの比は f_0 に相当する構造物の振動モードの2乗の比に等しい．したがって，振動数 f_0 におけるパワーの平方根は振動モードの絶対値の分布を表わす．その分布はあくまで絶対値であるので，振動学的判断に基づき各測点相互の位相を推定し，振動モードを推定する．しかし，位相を推定する際に判断に苦しむ場合がある．各測点記録のフーリエ係数を求めることにより位相を判別することもできるが，今回の推定では応答加速度を中心振動数 f_0 のバンドパスフィルター（バンド幅：0.01Hz）に通すことにより，基準点に対する各測点相互の位相を判別する．なお，バンドパスフィルターはMATLABにより作成した．手法1においては上記した方法で推定した結果を最終的な推定結果とし，手法2においては各データから推定した振動モードの各点のパワーの平方根の比を求め，その比の平均から，最終的な推定結果とする．

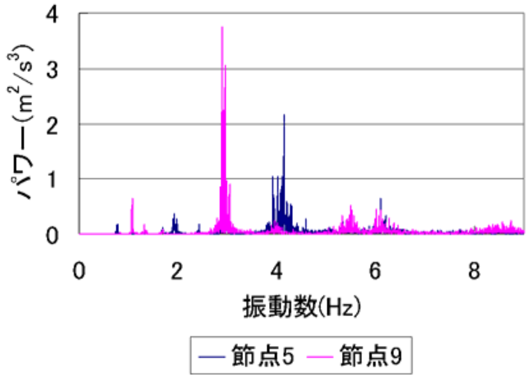
(2)　**推定の具体例（固有振動数と振動モード）**

以下に手法 1 及び手法 2 による推定例を示す.

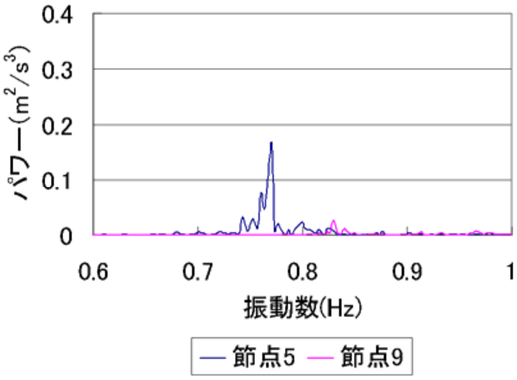
a)　**手法 1 による推定例**

手法 1 による推定の流れについて，面内 1 次モードの推定を例として説明する.

5 分間の応答加速度から算出した**図－2.18** の節点 5，9 における 0～9Hz 及び 0.6～1Hz のパワースペクトルを，それぞれ**図－2.21(a)，(b)**に示す.



(a)　0～9Hz



(b)　0.6～1Hz

図－2.21　節点 5，9 の応答のパワースペクトル

図－2.21(b)からわかるように 0.77Hz に明確なピークがあり，それを面内 1 次モードと仮定し，横軸に各節点の橋軸方向の座標（**図－2.18** の節点 1 を基準とし，各節点間の距離は 9.5m）を，縦軸に 0.77Hz における各節点のパワーの平方根の比（最も大きいパワーを示す点を基準とする）をとり，各節点の相互位相を考え補正すると，**図－2.22** のようなモード図が描ける．なお，この振動モードを描く際には節点 5 を基準とした.

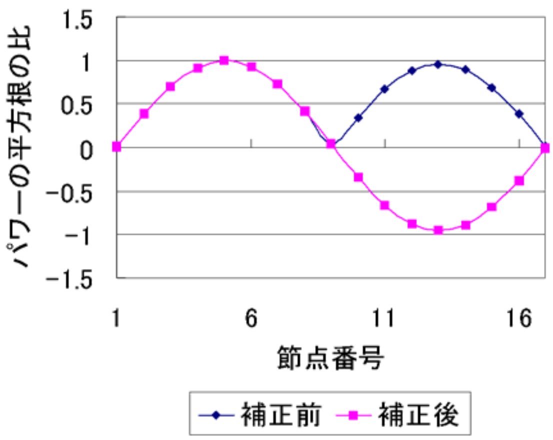
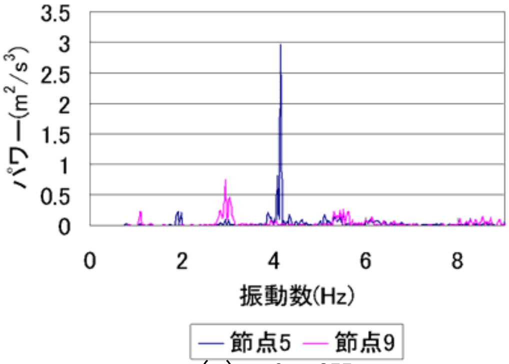


図-2.22　面内 1 次モードの推定結果

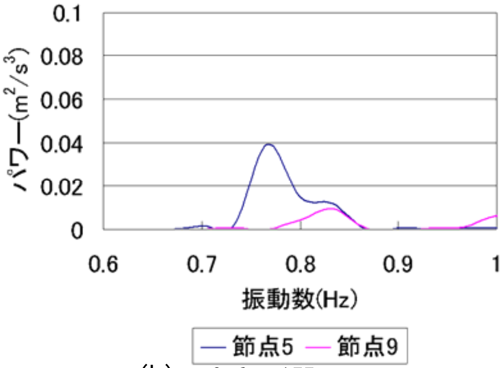
すなわち，面内 1 次モードの振動数は 0.77Hz で，振動モードは**図－2.22** のようになると推定できる.

b) 手法 2 による推定例

手法 2 による推定の流れについて，手法 1 と同様，面内 1 次モードの推定を例として説明する．データ 1 から算出した節点 5，9 における 0～9Hz 及び 0.6～1Hz のパワースペクトルを以下の**図－2.23(a)，(b)**に示す．



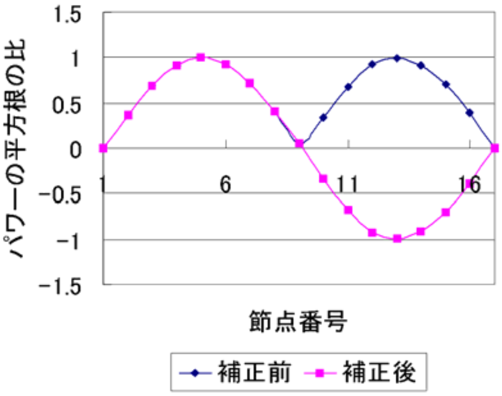
(a)　0～9Hz



(b)　0.6～1Hz

図－2.23　節点 5，9 の応答のパワースペクトル

手法 1 と同様に面内 1 次モードの固有振動数及び振動モードを推定すると，振動数は 0.7667Hz で振動モードは**図－2.24** のようになる．なお，この振動モードを描く際には節点 5 を基準とした．

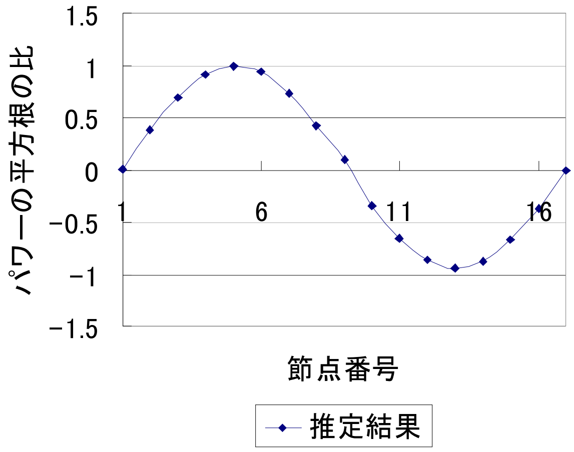


図－2.24　データ 1 から推定した面内 1 次モードの推定結果

データ 2～10 についても同様に推定し，それぞれの固有振動数及びそれらの平均値（最終的な推定結果）を**表－2.11** に示す．また，データ 2～10 においても**図－2.24** を描く時と同様に節点 5 を基準として振動モードを推定し，それら 10 個の推定された振動モードを重ね合わせ（各点のパワーの平方根の比を平均する），最終的な推定結果とする．それを**図－2.25** に示す．

表－2.11　各データの推定固有振動数とその平均(Hz)

データ No.	データ 1	データ 2	データ 3	データ 4	データ 5
振動数	0.7667	0.8333	0.7333	0.7667	0.7667
データ No.	データ 6	データ 7	データ 8	データ 9	データ 10
振動数	0.7667	0.7667	0.7667	0.7667	0.7667
平均値	0.7700				



図－2.25　面内１次モードの推定結果

(3)　減衰定数

パワースペクトルは種々の振動数成分を持つ外力に対する振動数ごとの構造物の応答の２乗を表す．したがって，固有振動数 f_0 の両側でそのパワーの 1/2 を示す振動数を f_1，f_2（$f_2 > f_1$）とすれば，減衰定数は式(2.3)により求めることができる．

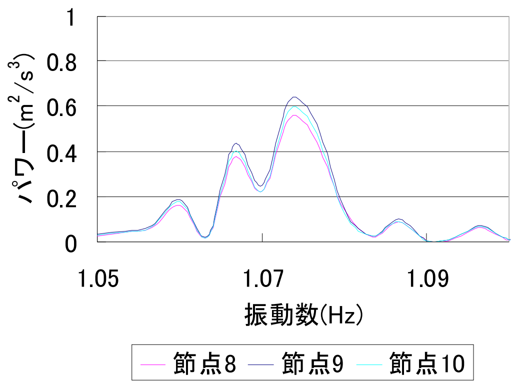
$$h = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} \tag{2.3}$$

2-4-2 のシミュレーション概要で述べたように，面内 2，3 次モードでの減衰定数を 0.01 と設定しシミュレーションを行っているため，減衰定数の推定精度に関しては面内 2，3 次モードで比較する．面内 2 次モードでは節点 8，9，10 での推定結果の平均をとり，面内 3 次モードでは節点 4，9，14 での推定結果の平均をとる．手法 1 については上記した方法で推定した結果を最終的な推定結果とし，手法 2 においては各データから上記した手法で推定される平均を最終的な推定結果とする．

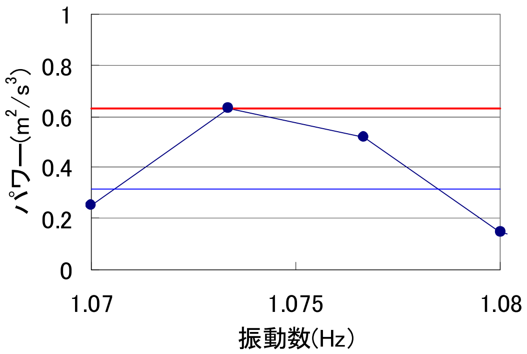
(4)　推定の具体例（減衰定数）

手法 1 による推定の流れについて，面内 2 次モードの推定を例として説明する．

図－2.26 に節点 8，9，10 の 1.05Hz～1.1Hz までのパワースペクトルを，**図－2.27** に節点 9 の 1.07～1.08Hz までの各振動数におけるパワーを直線で繋いだものを示す．



図－2.26　節点 8，9，10 のパワースペクトル



図－2.27　節点 9 の各振動数でのパワー

図－2.26 から面内 2 次モードは 1.0733Hz と推定でき，これを式(2.3)の f_0 とする．さらに図－2.27 から式(2.3)における f_1，f_2 を求める．図－2.27 の横線はそれぞれ振動数 f_0 におけるパワーとその 1/2 を表す．パワースペクトル上で f_0 の 1/2 パワーをはさむ 2 点を直線補間すると，f_1，f_2 はそれぞれ 1.0706, 1.0785Hz となる．よって式(2.3)より減衰定数 h は 0.00369 となる．同様に節点 8，10 について推定を行う．その 3 点それぞれの結果とその平均値（最終的な推定結果）を表－2.12 に示す．

表－2.12　面内 2 次モードの減衰定数推定結果

節点番号	8	9	10	平均
減衰定数 h	0.00371	0.00369	0.00362	0.00367

また，手法 2 に関しては，以上のように 10 個のデータから減衰定数をそれぞれ求め，平均したものを最終的な推定結果とする．

2-5-2　推定結果と考察

(1)　手法 1 による推定結果と考察

2-5-1(2)a)と同様にその他の振動モードについても推定を行い，それらの推定結果と 2-4-1 に示す Case 1 の固有値解析結果を振動数及び振動モードについて比較する．

a)　固有振動数

推定結果と固有値解析結果を固有振動数について比較したものを，表－2.13 に示す．

表－2.13　固有値解析結果と推定結果の比較

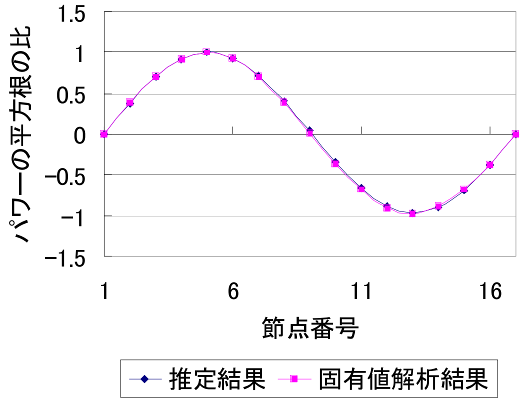
次数	固有値解析(Hz)	推定結果(Hz)	差(%)
1	0.7647	0.7700	0.7
2	1.0785	1.0733	-0.5
3	1.6835	1.6833	0.0
4	2.4110	2.4267	0.6
5	4.0215	3.9933	-0.7
6	5.0995	5.1000	0.0
7	6.3489	6.3733	0.4
8	7.4955	7.3500	-1.9
9	8.5994	8.5630	-0.4

振動数の推定で最も差が大きいものは面内 7 次モードの-1.9%であり，その他は 1%以内の差に収まっていることから，固有振動数の推定に関してはよい精度であるといえる．

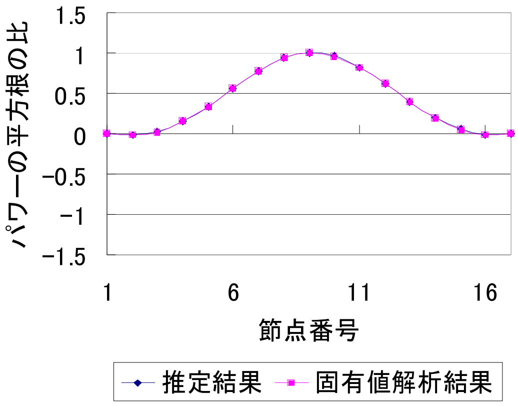
b)　振動モード

推定結果と固有値解析結果を振動モードについて比較したものを**図－2.28(a)～(i)**に示す. なお固有値解析結果の振動モードの基準となる節点は, 推定結果と同じ節点とした.

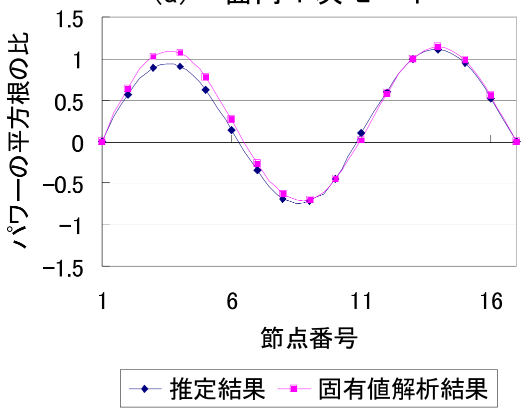
また推定結果と固有値解析結果から得られた振動モードを比較し，誤差の絶対値が最大の点について比較したものを**表－2.14**に，各モードにおける固有値解析結果を正解とし各点の誤差の平均（各点での固有値解析に対する誤差の絶対値の比の平均）をとったものを**表－2.20**に示す.



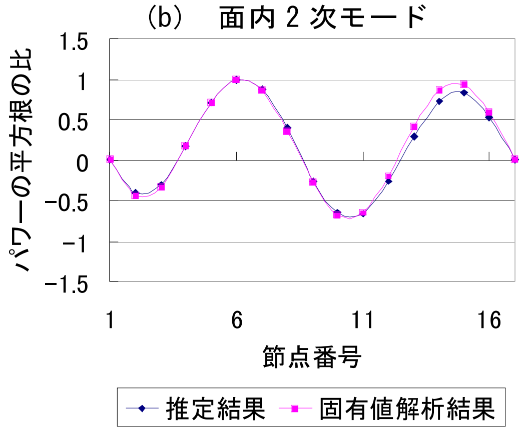
(a)　面内 1 次モード



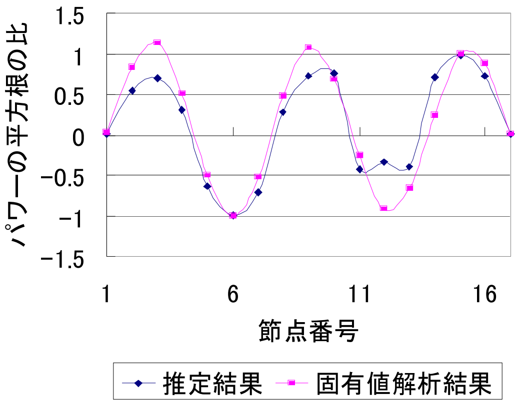
(b)　面内 2 次モード



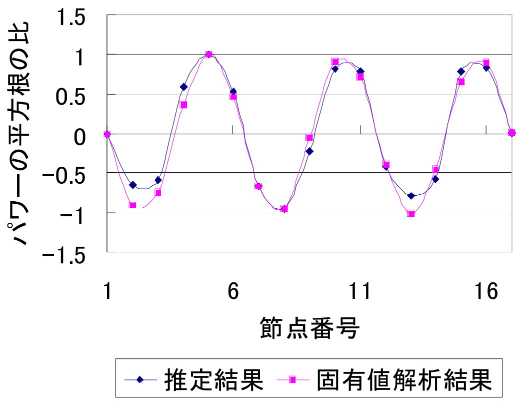
(c)　面内 3 次モード



(d)　面内 4 次モード

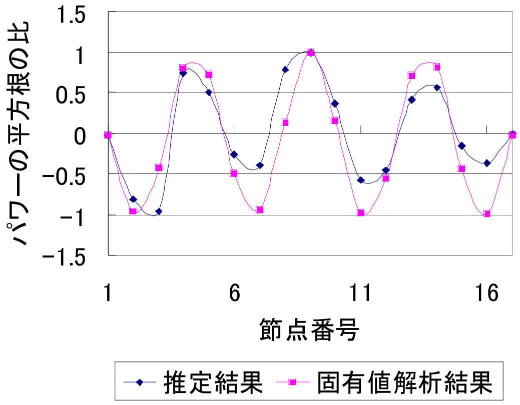


(e)　面内 5 次モード

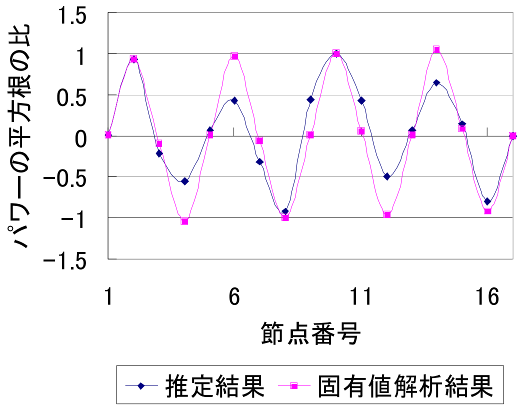


(f)　面内 6 次モード

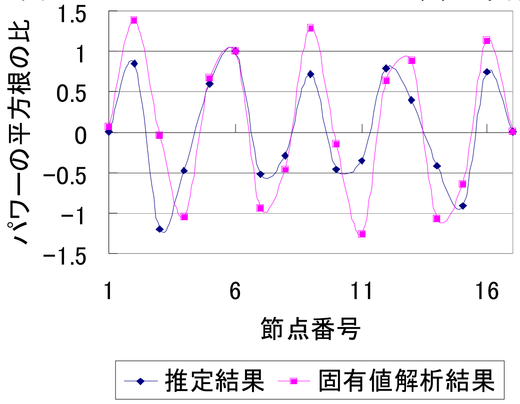
図－2.28　面内振動モード



(g)　面内 7 次モード



(h)　面内 8 次モード



(i)　面内 9 次モード

図－2.28　面内振動モード（つづき）

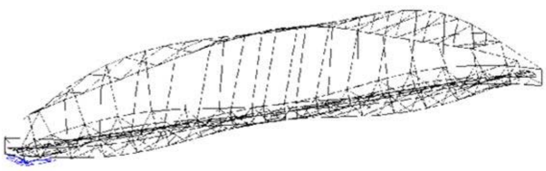
表－2.14　各点における推定結果と固有値解析の差

次数	1	2	3	4	5
節点番号	9	3	4	14	12
A 推定結果	0.0417	0.0277	0.9117	0.7299	-0.3412
B 固有値解析結果	0.0159	0.0217	1.0652	0.8516	-0.9207
差 (A/B-1)×100　(%)	161	27	-14	14	-63
次数	6	7	8	9	
節点番号	2	8	6	3	
A 推定結果	-0.6504	0.7844	0.4242	-1.1959	
B 固有値解析結果	-0.8997	0.1303	0.9723	-0.0446	
差 (A/B-1)×100　(%)	-28	502	-56	2584	

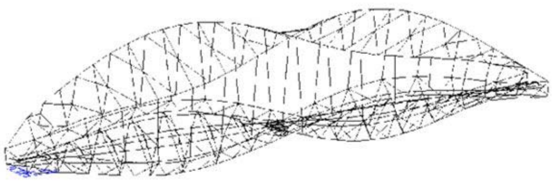
表－2.15　各モードにおける誤差の平均(%)

次数	1	2	3	4	5
誤差の平均	14	4	28	10	40
次数	6	7	8	9	
誤差の平均	40	72	1132	240	

図－2.28(a)～(f)から，面内 6 次モードまでについては（面内 5 次を除く），推定結果が固有値解析結果をよく再現しているが，面内 7 次以降は推定誤差が大きくなっていることがわかる．表－2.14 から見て取れるように，差が最も大きい点で比較しても高次になると大きくなる傾向がある．表－2.15 からもわかるように面内 1～6 次においては誤差の平均値が 40%程度に収まっているのに対し，面内 7～9 次においては 70%以上と誤差が大きくなっている．また，高次になる程推定精度が悪くなると考えられるのに対し，面内 5 次と 6 次を比較した場合にほとんど精度が変わらない理由として考えられるのは，面内 5 モードの固有振動数（振動数：4.0214Hz）に近接する固有振動数をもつ他の振動モードがあり，この周波数帯域においてはその 2 つのモードが支配的であるということが原因として考えられる．この 2 つのモード図を以下の図－2.29，2.30 に示す．いずれも，ねじれが支配的なモードである．またここでいう面内 5 次モードとは表－2.4 でいう 12 次モードで，以下の二つのモードはそれぞれ 11 次モード（振動数：3.9980Hz），13 次モード（振動数：4.1502Hz）である．



図－2.29　11 次モード



図－2.30　13 次モード

c)　減衰定数

2-5-1(4)と同様にして，面内 3 次モードの減衰定数についても推定を行い，その推定結果を表－2.16 に面内 2 次モードと並べて示す．

表－2.16　面内 2，3 次モードの減衰定数推定結果

節点番号	8	9	10	平均
面内 2 次	0.00371	0.00369	0.00362	0.00367
節点番号	4	9	14	平均
面内 3 次	0.00156	0.00205	0.00205	0.00189

シミュレーションで設定した減衰定数は両モードで 0.01 であるのに対し，推定結果は表－2.16 のような結果が得られた．直線で補間したことによる影響で，減衰を過大評価していると考えられるにも関わらず，シミュレーションで設定した減衰定数より小さい値になってしまっていることからも，この手法による減衰定数の推定精度は悪いと考えられる．

(2)　手法 2 による推定結果と考察

2-5-1(1)b)と同様にその他の振動モードについても推定を行い，それらの推定結果と 2-4-1 に示す Case1 の固有値解析結果を振動数及び振動モードについて比較する．

a)　固有振動数

推定結果と固有値解析結果を固有振動数について比較したものを，**表－2.17** に示す.

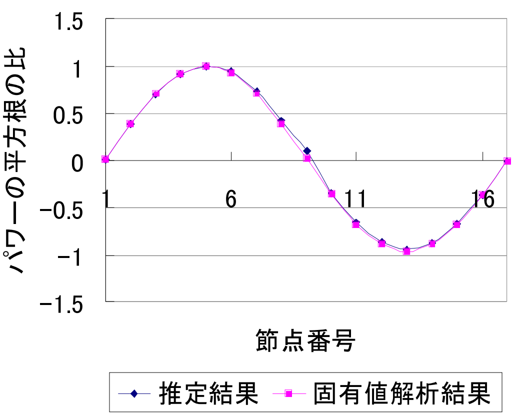
表－2.17　固有値解析結果と推定結果の比較

次数	固有値解析(Hz)	推定結果(Hz)	差(%)
1	0.7647	0.7700	0.7
2	1.0785	1.0700	-0.8
3	1.6835	1.7000	1.0
4	2.4110	2.4200	0.4
5	4.0215	4.0467	0.6
6	5.0995	5.0600	-0.8
7	6.3489	6.3167	-0.5
8	7.4955	7.4467	-0.7
9	8.5994	8.5633	-0.4

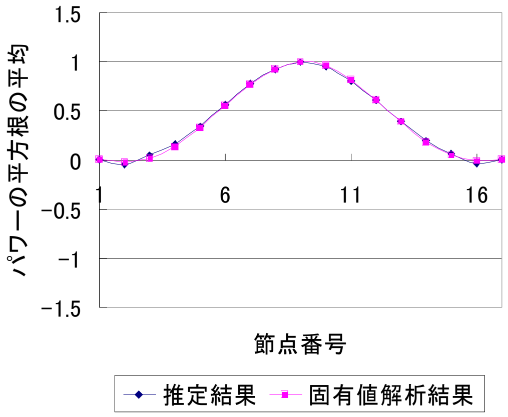
振動数の推定で最も差が大きいものは面内 3 次モードの 1.0%であり，全体で 1%以内の差に収まっていることから，固有振動数の推定に関してはよい精度であるといえる.

b)　振動モード

推定結果と固有値解析結果を振動モードについて比較したものを**図－2.31(a)～(i)**に示す.なお固有値解析結果の振動モードの基準となる節点は,推定結果と同じ節点とした.また推定結果と固有値解析結果から得られた振動モードを比較し，誤差の絶対値が最大の点について比較したものを**表－2.18** に,各モードにおける固有値解析結果を正解とし各点の誤差の平均をとったものを**表－2.19** に示す.

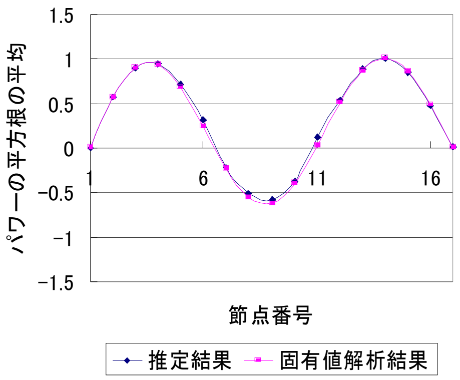


(a)　面内 1 次モード

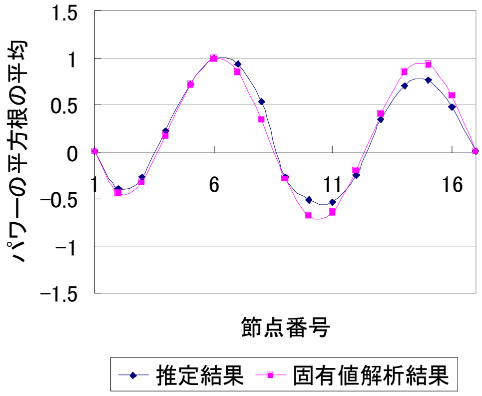


(b)　面内 2 次モード

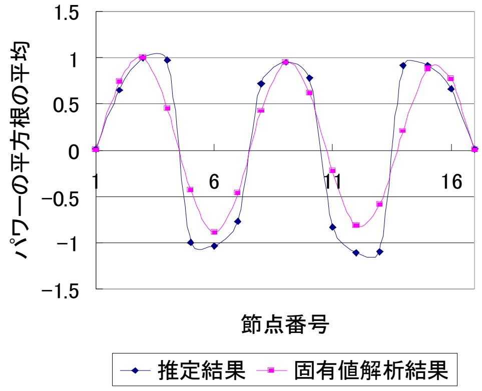
図－2.31　面内振動モード



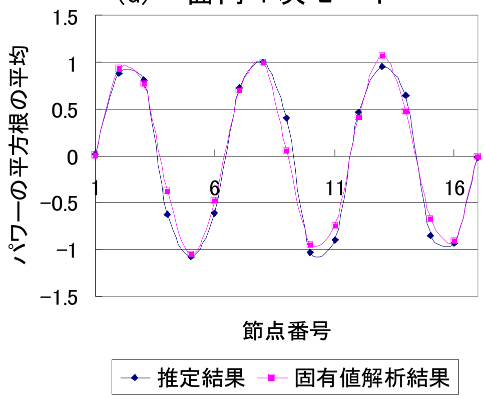
（c）　面内 3 次モード



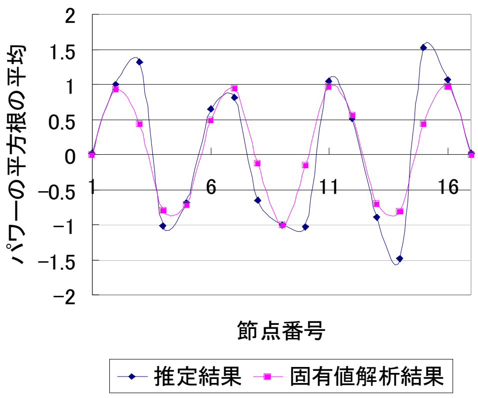
（d）　面内 4 次モード



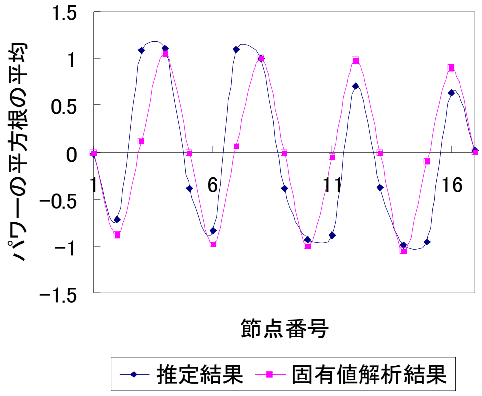
（e）　面内 5 次モード



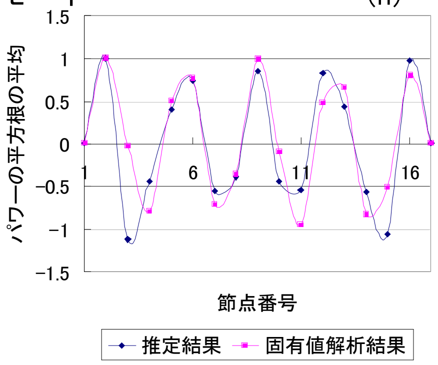
（f）　面内 6 次モード



（g）　面内 7 次モード



（h）　面内 8 次モード



（i）　面内 9 次モード

図－2.31　面内振動モード（つづき）

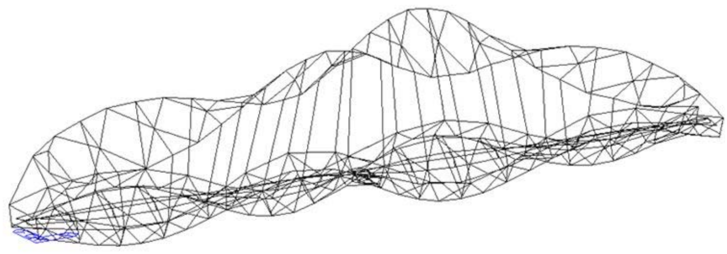
表－2.18　各点における推定結果と固有値解析の差

次数	1	2	3	4	5
節点番号	9	3	11	8	14
A 推定結果	0.0940	0.0576	0.1215	0.5325	0.9117
B 固有値解析結果	0.0159	0.0218	0.0249	0.3465	0.2096
差 (A/B-1)×100　(%)	490	165	387	54	335
次数	6	7	8	9	
節点番号	9	15	7	3	
A 推定結果	0.4040	1.5243	1.0928	-1.1177	
B 固有値解析結果	0.0558	0.4273	0.0651	-0.0295	
差 (A/B-1)×100　(%)	624	257	1578	3694	

表－2.19　各モードにおける誤差の平均(%)

次数	1	2	3	4	5
誤差の平均	271	240	101	109	105
次数	6	7	8	9	
誤差の平均	78	117	5400	275	

図－2.31(a)～(f)の面内 6 次モードまでについて（面内 5 次を除く），推定結果が固有値解析結果をよく再現しているように見えるが，表－2.18 からわかるように全てのモードにおいて，各点の誤差の平均が 70%以上となっており，低次であっても推定精度は悪いということが言える．これは，振動モードの節のようにほとんど振動しない節点に対する推定精度が悪いため，このような結果になると考えられる．また表－2.18，2.19 から面内 8 次モードの推定誤差が大きいことがわかる．これは高次モードであるということに加えてこの周波数帯域において支配的な振動モードの影響が大きいことが考えられる．その支配的と考えられる振動モードを図－2.32 に示す．またここでいう面内 8 次モードとは表－2.4(Case1)でいう 19 次モードで，以下に示すモードは 20 次モード（振動数：7.7988Hz）である．



図－2.32　20 次モード

c)　減衰定数

2-5-1(4)と同様にして，面内 2，3 次モードの減衰定数をそれぞれのデータから算出する．各データから推定した面内 2，3 次モードの減衰定数とその平均をそれぞれ表－2.20，

2.21 に示す.

表－2.20　面内 2 次モードの推定減衰定数

データ No.	1	2	3	4	5	平均
減衰定数 h	0.02716	0.01793	0.01867	0.01698	0.03017	
データ No.	6	7	8	9	10	0.02138
減衰定数 h	0.01569	0.01587	0.02494	0.02218	0.02423	

表－2.21　面内 3 次モードの推定減衰定数

データ No.	1	2	3	4	5	平均
減衰定数 h	0.01724	0.01284	0.01978	0.01150	0.01740	
データ No.	6	7	8	9	10	0.01651
減衰定数 h	0.02309	0.01637	0.02184	0.01180	0.01326	

表－2.20，2.21 から見て取れるように，この手法においては減衰定数を過大評価していることがわかる．しかしながら直線で補間したことによる影響を考慮すれば，面内 3 次モードの推定に関してはある程度よい精度で推定できていると考えられる．

(3)　まとめ（手法 1，2）

a)　固有振動数

手法 1 において，固有値解析に対する最大誤差は面内 8 次モードの 1.9%程度でその他のモードに関しては概ね 1%に収まっている．手法 2 において，固有値解析に対する最大誤差は面内 3 次モードの 1.0%でその他のモードでも 1%に収まっている．よって，若干ながら手法 1 より手法 2 の推定精度が高いものの，両手法での推定精度はよいと言える．

b)　振動モード

手法 1 において固有値解析に対する誤差は高次になるほど大きくなる傾向がある．手法 2 に関しては，手法 1 と比べ低次であっても誤差が大きい．両手法で推定する振動モードの周波数帯域において,その他の振動モード寄与が大きい場合には推定誤差が大きくなる．

c)　減衰定数

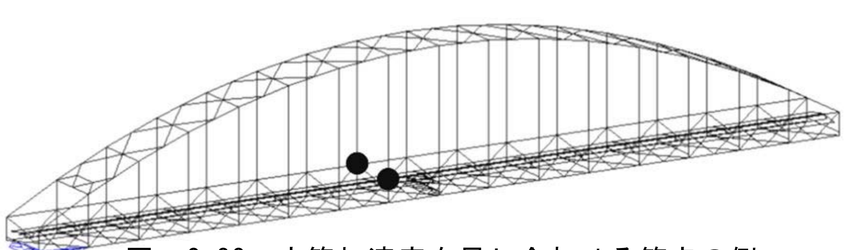
手法 1 においては減衰定数を過小評価する傾向があり，手法 2 においては過大評価する傾向がある．これは，時間幅を短くとることによりスペクトルが平滑化されるため，このような結果となる．つまり，時刻歴データの時間幅の取り方に推定結果が大きく依存すると考えられるため，この手法では信用性が高い結果を得ることは非常に難しいと考えられる．

2.6　推定精度向上に関する検討

2-5-1(2)a),b)で面内振動に着目して推定を行ったが，推定精度低下の主な原因は，推定する振動モードの周波数帯域において，その他の振動モードが支配的であることが考えられる．なお，その振動モードはねじれ，またはねじれを伴うものが多い．それらの振動モードを時刻歴データから除去し推定を行えば，推定精度が向上すると考えた．

(1)　概要

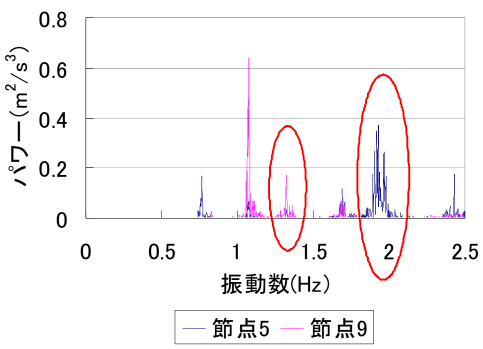
2-5-1(2)a),b)で使用した応答加速度を抽出した節点と幅員中心を基準として対称となる節点（**図－2.33** に例を示す）での同時刻における鉛直方向の応答加速度を足し合わせることで，ねじれ振動を除去し，その足し合わせたデータから 2-5-1(2)b)と同様の推定を行い，2-5-1(2)a),b)に示した結果及び固有値解析結果と比較し，推定精度を検証していく．また，これ以降は出力したデータからそのまま算出したパワースペクトルをパワースペクトル A と称し，ねじれを除去したデータから算出したパワースペクトルをパワースペクトル B と称する．さらに，2-5-1 の手法 1 手法 2 と同様の手法で固有振動数と振動モードを推定する．



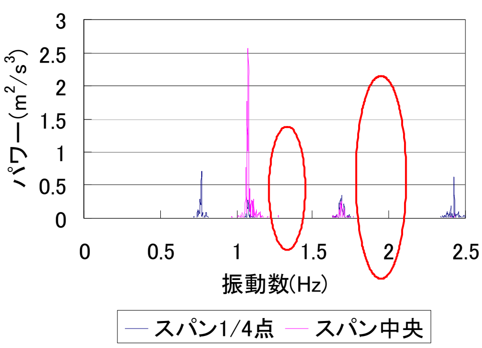
図－2.33　応答加速度を足し合わせる節点の例

(2)　手法 1 による推定結果と考察

図－2.34(a)，(b)にねじれ振動が除去されたことが，算出したパワースペクトルに反映されていることを示す．なおこの**図－2.34**(a)は，節点 5, 9 におけるパワースペクトル A の 0～2.5Hz を示すもので，**図－2.34**(b)はスパン 1/4 点と中央（橋軸方向の座標はそれぞれ節点 5，9 に対応）におけるパワースペクトル B の 0～2.5Hz を示すものである．



(a)　パワースペクトル A（0～2.5Hz）



(b)　パワースペクトル B（0～2.5Hz）

図－2.34　パワースペクトル

図－2.34(a)，(b)の楕円で囲んでいる部分を比べると，ねじれ振動が除去されていることがわかる．

a)　固有振動数

推定結果と固有値解析結果から得られた固有振動数について比較したものを**表－2.22**に示す．パワースペクトル A による推定結果と，パワースペクトル B による推定結果の固有値解析に対する誤差の平均を**表－2.23**に示す．

表－2.22　固有値解析結果と推定結果の比較

次数	固有値解析(Hz)	推定結果(Hz)	差(%)
1	0.7647	0.7700	0.7%
2	1.0785	1.0733	-0.5%
3	1.6835	1.6900	0.4%
4	2.4110	2.4267	0.6%
5	4.0215	4.0233	0.0%
6	5.0995	5.0833	-0.3%
7	6.3489	6.2667	-1.3%
8	7.4955	7.3700	-1.7%
9	8.5994	8.5067	-1.1%

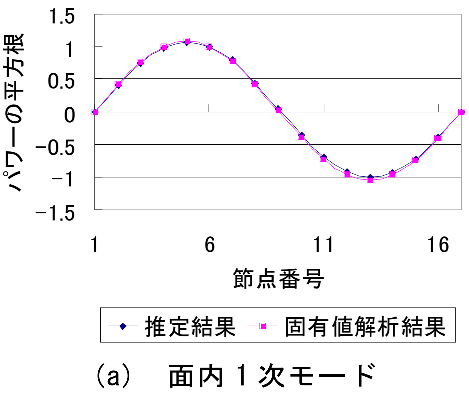
表－2.23　手法 1 における誤差の平均の比較(%)

	パワースペクトル A	パワースペクトル B
誤差の平均	0.59	0.74

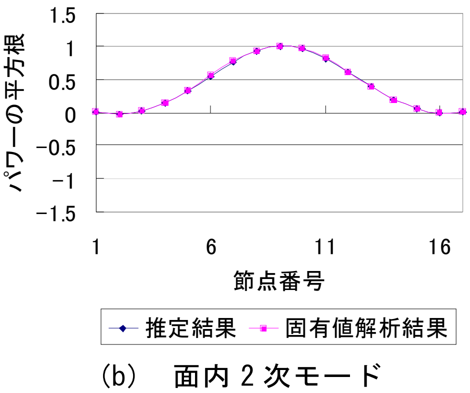
表－2.22 と**表－2.23** からわかるように，ねじれ振動を除去した場合，振動数によっては推定精度が良くなるものもあれば悪くなるものもあるが誤差は 2%以下である．また，**表－2.23** からもわかるように推定結果はほとんど変わらないことがわかる．

b)　振動モード

振動モードについて推定結果と固有値解析結果を比較し図示したものを**図－2.35(a)～(i)**に示す．また推定結果と固有値解析結果から得られた振動モードの分布を比較し，誤差の絶対値が最大の点について比較したものを**表－2.24** に，各モードにおける固有値解析結果を正解とし各点の誤差の平均をとったものを**表－2.25** に示す．

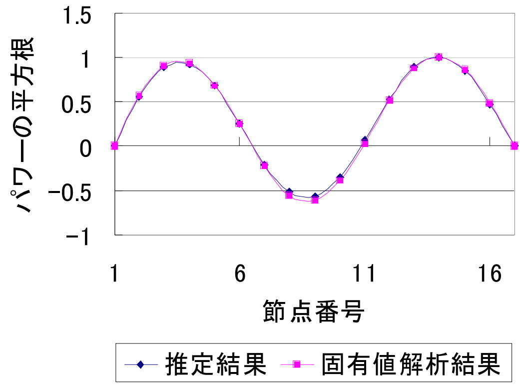


(a)　面内 1 次モード

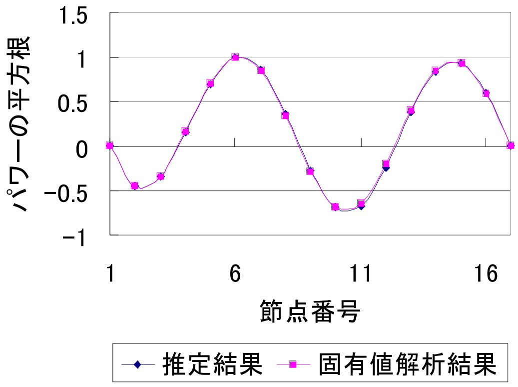


(b)　面内 2 次モード

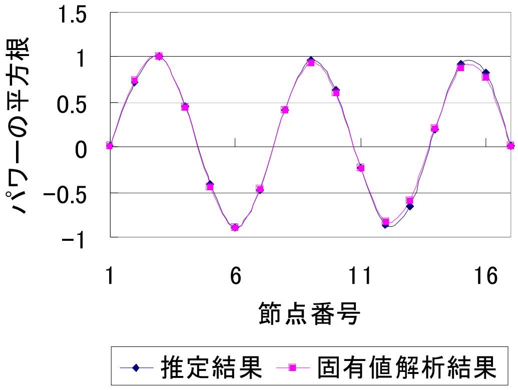
図－2.35　面内振動モード



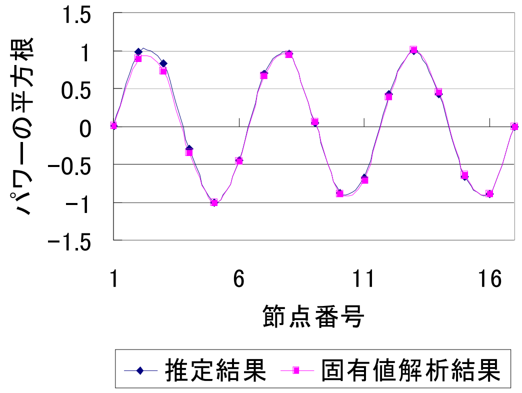
(c)　面内 3 次モード



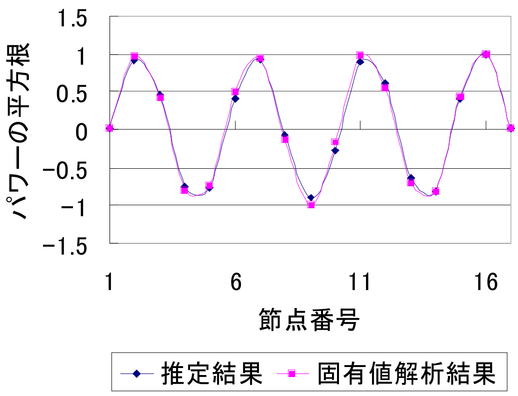
(d)　面内 4 次モード



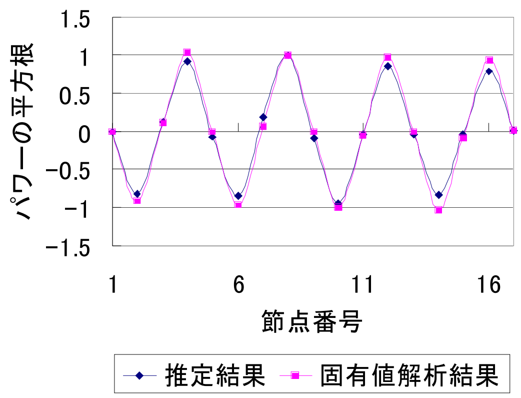
(e)　面内 5 次モード



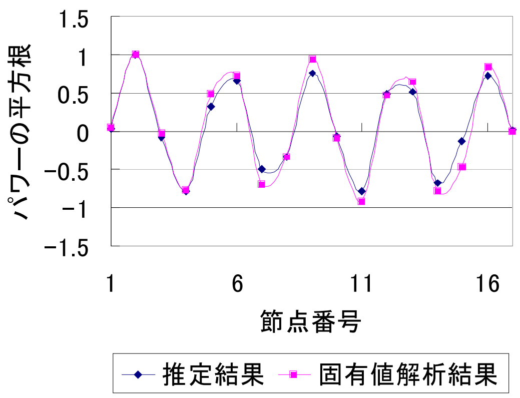
(f)　面内 6 次モード



(g)　面内 7 次モード



(h)　面内 8 次モード



(i)　面内 9 次モード

図－2.35　面内振動モード

表－2.24　各点における推定結果と固有値解析の差

次数	1	2	3	4	5
節点番号	12	3	11	12	13
A 推定結果	-0.9173	0.0292	0.0710	-0.2335	-0.6560
B 固有値解析結果	-0.9654	0.0217	0.0253	-0.1986	-0.5891
差 (A/B-1)×100　(%)	-5	35	181	18	11
次数	6	7	8	9	
節点番号	3	10	14	15	
A 推定結果	0.8241	-0.2750	-0.8432	-0.1318	
B 固有値解析結果	0.7347	-0.1601	-1.0358	-0.4723	
差 (A/B-1)×100　(%)	12	72	-19	-72	

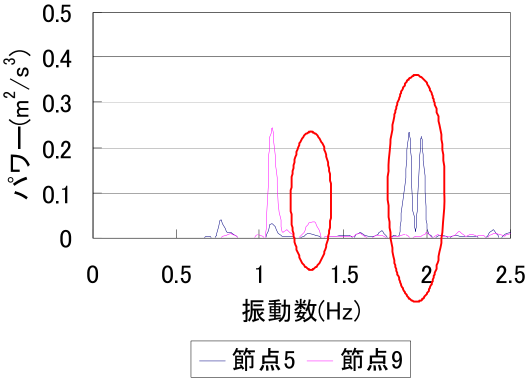
表－2.25　各モードにおける誤差の平均(%)

次数	1	2	3	4	5
誤差の平均	19	5	14	4	5
次数	6	7	8	9	
誤差の平均	6	13	622	118	

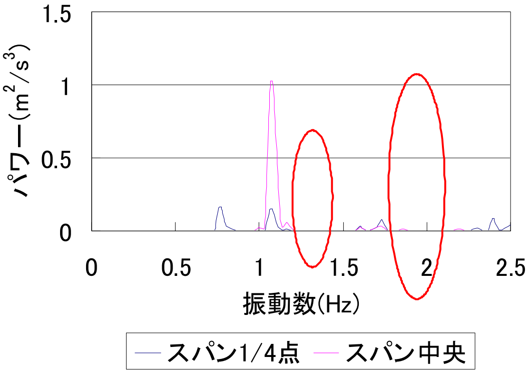
図－2.35(a)～図－2.35(i)からわかるように全てのモードにおいて，推定結果が固有値解析結果をよく再現している．また表－2.14 と表－2.24 を比較すると，面内 2，3，4 次モードに関しては若干誤差が大きくなっているが，その他のモードに関しては誤差が小さくなっていることがわかる．特に面内 5 次以降のモードに関してはスペクトル A を用いた場合と比べ誤差が非常に小さくなっていることがわかる．これは表－2.15 と表－2.25 を比較しても同様の特徴が現れており，特に面内 5 次モードについては誤差の平均が 1/8 程度になっている．高次になるほど推定誤差は，本手法でも大きくなる傾向がある．

(3)　手法 2 による推定結果と考察

ねじれの振動が除去されたことが，30s 区切りのデータ（データ 1）から算出したパワースペクトルにも反映されているかどうかを図－2.36(a)，(b)に示す．なおこの図－2.36(a)は，節点 5，9 におけるパワースペクトル A の 0～2.5Hz を示すもので，図－2.36(b)はスパン 1/4 点と中央（橋軸方向の座標はそれぞれ節点 5，9 に対応）におけるパワースペクトル B の 0～2.5Hz を示すものである．



(a)　パワースペクトル A（0～2.5Hz）



(b)　パワースペクトル B（0～2.5Hz）

図－2.36　パワースペクトル

図－2.36(a)，(b)の楕円で囲んでいる部分を見比べるとわかる通り 30s 区切りのデータから算出したパワースペクトルからもねじれ振動が除去されていることがわかる．

a)　固有振動数

推定結果と固有値解析結果から得られた固有振動数について比較したものを**表－2.26**に示す．手法 2 による推定結果と，手法 4 による推定結果の固有値解析に対する誤差の平均を**表－2.27**に示す．

表－2.26　固有値解析結果と推定結果の比較

次数	固有値解析(Hz)	推定結果(Hz)	差(%)
1	0.7647	0.7667	0.3%
2	1.0785	1.07	-0.8%
3	1.6835	1.7	1.0%
4	2.4110	2.4133	0.1%
5	4.0215	4.01	-0.3%
6	5.0995	5.0767	-0.4%
7	6.3489	6.33	-0.3%
8	7.4955	7.3867	-1.5%
9	8.5994	8.593	-0.1%

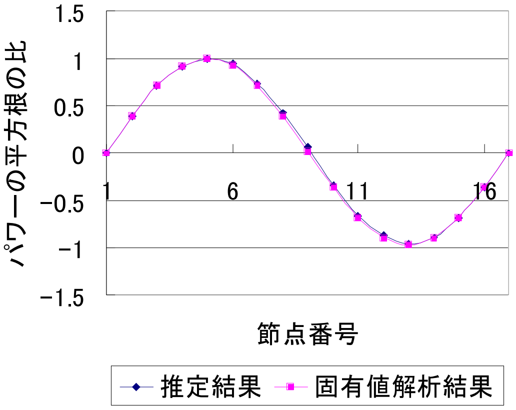
表－2.27　手法 2 における誤差の平均の比較(%)

	パワースペクトル A	パワースペクトル B
誤差の平均	0.65	0.52

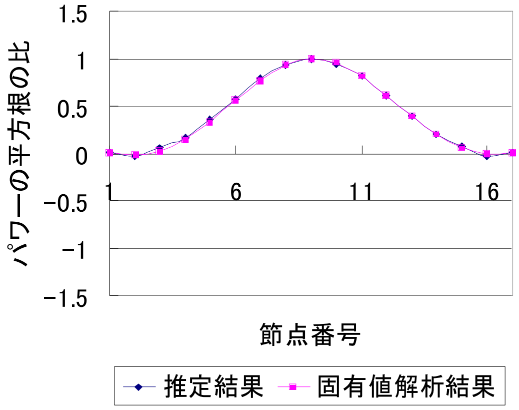
表－2.17 と**表－2.26** からわかるようにねじれ振動を除去した場合，面内 8 次モード以外の推定に関して，全てのモードにおいて推定の誤差が小さくなっていることがわかる．しかし，その変化は小さくほとんど精度に関しては変わらないと考えられる．また，**表－2.27** から若干誤差の平均は小さくなっているが，ほとんど変わらないことがわかる．

b）　振動モード

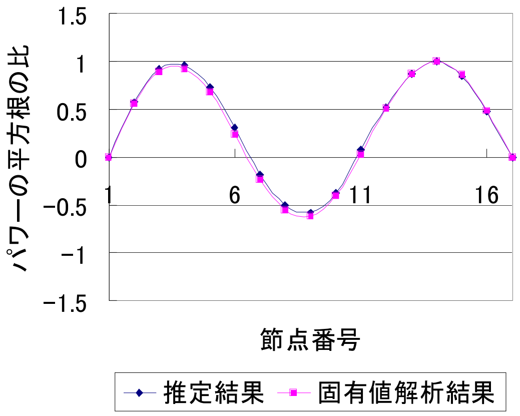
振動モードについて推定結果と固有値解析結果を比較し図示したものを**図－2.37**(a)～(i)に示す．また推定結果と固有値解析結果から得られた振動モードの分布を比較し，誤差の絶対値が最大の点について比較したものを**表－2.28** に，各モードにおける固有値解析結果を正解とし各点の誤差の平均をとったものを**表－2.29** に示す．



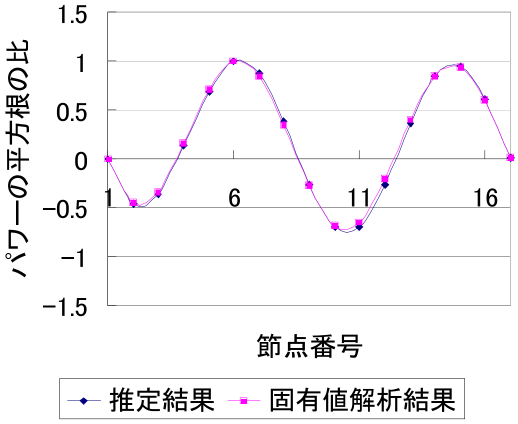
(a)　面内 1 次モード



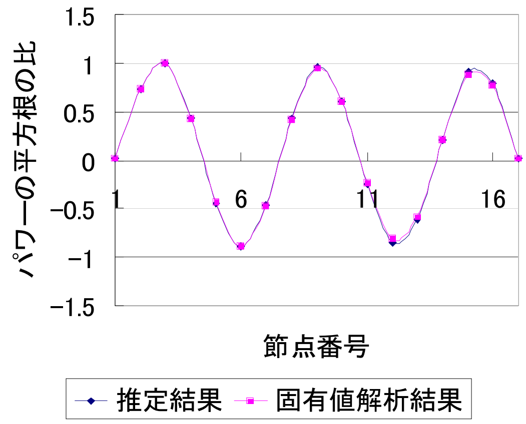
(b)　面内 2 次モード



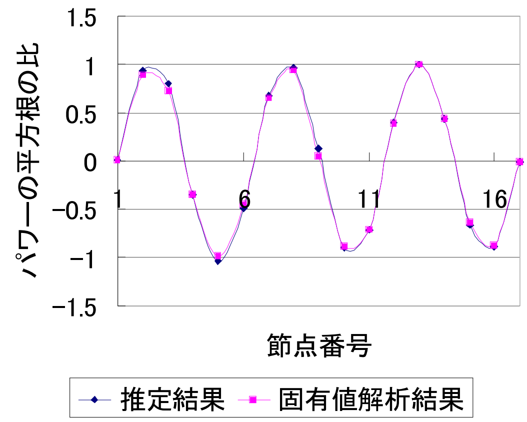
(c)　面内 3 次モード



(d)　面内 4 次モード

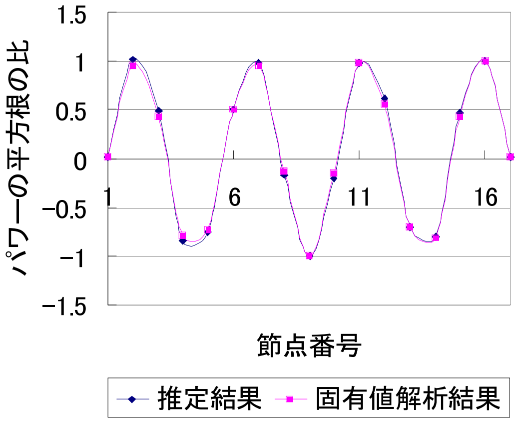


(e)　面内 5 次モード

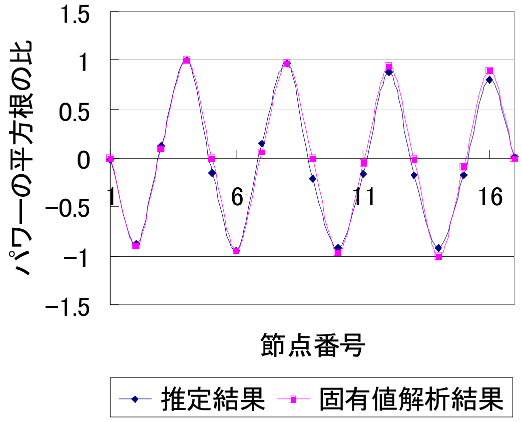


(f)　面内 6 次モード

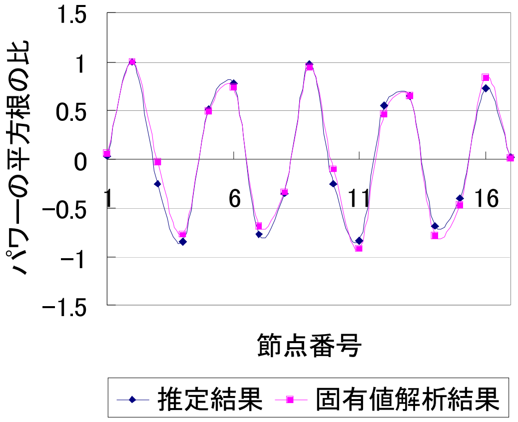
図－2.37　面内振動モード



（g）　面内７次モード



（h）　面内８次モード



（i）　面内９次モード

図－2.37　面内振動モード（つづき）

表－2.28　各点における推定結果と固有値解析の差

次数	1	2	3	4	5
節点番号	9	3	6	12	12
A 推定結果	0.0709	0.0596	0.3056	-0.2603	-0.8418
B 固有値解析結果	0.0159	0.0217	0.2436	-0.1986	-0.8155
差 (A/B-1)×100 (%)	345	174	25	31	3
次数	6	7	8	9	
節点番号	9	3	9	3	
A 推定結果	0.1223	0.4867	-0.2048	-0.2549	
B 固有値解析結果	0.0515	0.4314	-0.0045	-0.0325	
差 (A/B-1)×100 (%)	137	13	4418	685	

表－2.29　各モードにおける誤差の平均(%)

次数	1	2	3	4	5
誤差の平均	130	32	18	8	3
次数	6	7	8	9	
誤差の平均	12	7	1433	171	

図－2.37(a)～図－2.37(i)からわかるように全てのモードにおいて,推定結果が固有値解析結果をよく再現している．また**表－2.18**と**表－2.28**を比較すると，面内 2，8 次モードを除くすべての振動モードで推定の誤差が小さくなっていることがわかる．**表－2.19**と**表－2.29**を比較するとすべてのモードで誤差の平均が小さくなっており，特に面内 7 次においては 1/15 程度になっている．しかしながら高次になるほど推定誤差は大きくなるという傾向はここでも見られる．

(4)まとめ

a)　固有振動数

ねじれ振動を除去し，推定を行っても固有振動数の推定精度にはほとんど影響はなかった．

b)振動モード

ねじれ振動を除去し，推定を行うことで振動モードの推定精度は大きく向上することが確認できた．

2-7　結論

構造物の健全度診断を行う際，健全時の基本諸元となる振動特性を把握することが重要と考える．本章では，４章で検討対象とする下路式鋼ランガートラス橋について，モデル化の違いが固有振動特性及び不規則振動特性に及ぼす影響に着目し，固有値解析及び常時微動シミュレーションを行った.本章の常時微動シミュレーションより得られる応答から，パワースペクトルを算出し，固有振動特性を推定するという基本的な手法における推定精度について検討を行った．また，精度向上に関する手法について検討し，その推定精度の確認を行った．以下に本研究により得られた成果を要約し示す.

（１）今回行った固有値解析により，本橋においてはせん断変形の考慮及び吊材の分割が 5Hz 程度以上の固有振動数・振動モードに与える影響は大きいことがわかった．吊材を分割することにより固有振動数は高くなり，せん断変形を考慮することにより固有振動数は低くなる傾向があり，振動数の変化に着目した場合にはせん断変形を考慮することによる影響の方が大きいことが明らかになった．吊材を分割したことにより吊材の振動が卓越するとともに，吊材の固有振動数と構造全体が振動するモードの固有振動数が近い場合，連成したモードが出現することが明らかになった.

（２）今回行った常時微動シミュレーションより，本橋においては応答にモデル化の違いによる影響が現れ，特に RMS 応答に対し大きな影響があることがわかった．鉛直方向の応答に関しては，せん断変形を考慮することにより RMS 値が高くなり，吊材を分割することにより，基本的に RMS 値が高くなることが明らかになった．橋軸直角方向の応答に関しては，せん断変形を考慮することによる共通の変化はなく，吊材分割の影響だけをみた場合には，端部 2 点を除けば，スパン中央部に近い吊材ほど要素分割により RMS 応答の変化が大きくなる傾向があり，吊材を 4 分割した場合には全体的に RMS 応答が小さくなる傾向があることが明らかになった.

（３）今回行った固有振動特性の推定において，振動数の推定に関してはよい精度であったが，振動モード，減衰定数の推定精度はよくないということが明らかになった．振動モードの推定精度を低下させる主な要因として,推定する振動モードの周波数帯域において,その他の振動モードが支配的であることが考えられる．また高次モードになるほど推定精度が悪くなることが明らかになった．減衰定数の推定に関しては，時刻歴データの時間幅

の取り方に推定結果が大きく依存すると考えられるため，本手法では信用性が高い結果を得ることは非常に難しいと考えられる．

（4）今回提案した推定精度向上に関する手法を用いて，推定を行った場合には固有振動数の推定結果の変化はほとんどないものの，振動モードの推定精度に関しては大幅に向上することが明らかになった．

今後はその他形式の橋梁において同様の検討を行い，各橋梁形式におけるモデル化の影響についてデータをとっていく必要があると考えられる．また，今回行った固有振動特性の推定では面内振動に着目したが，その他のモードについても同様の検討を行う必要があると考える．

参考文献

１）豊福俊泰，尼崎省二，中村一平：入門維持管理工学

２）阿部 雅人，阿部 允，藤野 陽三：我国の維持管理の展開とその特徴－橋梁を中心として－，土木学会論文集 F，Vol.63，No.2，pp.190-199，2007.

３）社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編，2012.3.

４）岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.51A，pp.479-490，2005.

５）柳智子，中島章典，斉木功：上路式鋼アーチ橋のモデル化と 2 次元弾塑性地震応答性状，構造工学論文集，Vol.49A，pp.543-552，2003.

６）岡林隆敏，原忠彦：道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A，pp.731-738，1988

７）奥松俊博，岡林隆敏，房前慎一，船原祐樹，大岩根健吾：2 段階推定法による橋梁振動特性の高精度自動推定，構造工学論文集，Vol.52A，pp.227-236，2006

第３章　振動モニタリングおよび 3D-FE 解析による鋼ランガートラス桁橋の固有振動数の変動評価

3-1. はじめに

橋梁の常時微動を用いて構造物の健全度[1]を評価する振動モニタリング[2]は，各種構造同定理論[3]および高度センシング技術の発展などの恩恵を受け，近年，維持管理システムの一つとして認知されている．振動モニタリングの主な目的は，橋梁の振動特性の変化から健全度を評価するものであるが，振動特性の変化は剛性低下のみならず，環境温度の日・季節によって変動することが想定されるため，それらの分離が課題として残る．振動特性と温度の変化に着目した報告および研究事例[4,5]はあるが，実測データを用いた健全度診断システムの構築を目的としたものではない．

本章では，年間および一日の温度変化が振動数変化にもたらす影響，つまり温度変化による振動数変化の除去機能を計測システムに実装することを最終的な目的とした上で，実橋梁の年間の振動数の変化およびその変動を明らかにするものである．そこで，長崎県南部に架設されている樺島大橋（鋼ランガー橋：支間長 152m）を対象とした橋体温度および振動の長期モニタリングを実施した．また，AR（自己回帰）モデルに基づく常時微動観測・解析システムの概要と実橋梁への設置および，温度変化に伴う振動数の短期および長期的変動について検討した．さらに，樺島大橋を対象とし，温度変化に伴う振動数の年間変動を数値解析的に検証するために，3D-FE モデルを用いた自由振動解析を行い，観測結果と比較し，その妥当性を検証した．橋梁の片面のみ温度上昇させた場合の振動数変化についても数値解析を行い，橋梁の振動数に与える影響について検討した．

3-2　樺島大橋の架設環境

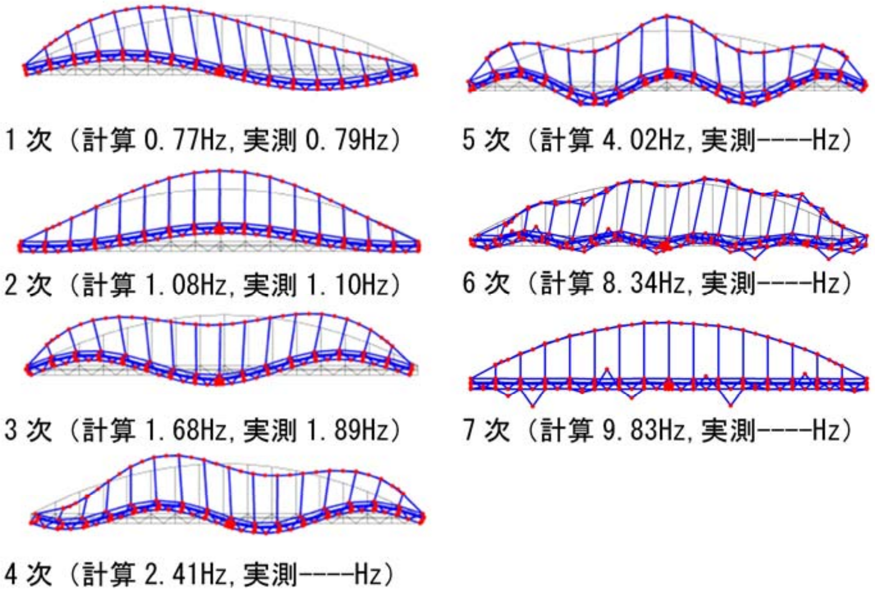
対象橋梁は，第 2 章で示した樺島大橋（4 主桁下路式鋼ランガートラス橋：橋長 227m；主径間 152m）である．樺島大橋の外観を**図－3.1** に示す．

本橋は架設後 27 年の渡海橋であり，常時潮風の影響を受ける環境下にあるため，維持管理が必要な重点橋梁として位置づけられる．本橋は**図－3.2** に示すとおり，長崎大学の南約 25km の遠隔地に位置しているため，計測データを管理事務所（長崎大学）に自動転送する遠隔モニタリング機能を計測システムに付加した．

3 次元 FEM 解析で得られた樺島大橋の鉛直 7 次までの固有振動モードおよび固有振動数を**図－3.3** に示す．同図には，橋梁完成後に実施した衝撃加振実験 [6] で得られた鉛直 3 次までの実測固有振動数を併記した．解析値は実測値と比較して若干低めとなっているが両者によい一致が見られる．

図－3.1　樺島大橋外観

図－3.2　対象橋梁位置



図－3.3　固有振動モードおよび固有振動数

3-3　AR モデルを用いた固有振動数推定法

橋梁の固有振動数の変化から橋梁健全度診断を行うためには，固有振動数の微小な振動数の変化を検出するためのアルゴリズムが必要となる．ここでは計測の自動化を行うために，AR（自己回帰）モデルを用いて振動数を自動推定する手法を適用した．本手法によれば，常時微動データをもとに自己相関関数を計算した後，AR モデルの特性方程式の解と振動数の関係から，構造系（橋梁）の固有振動数を同定することが可能となる．AR モデルの詳細を以下に示す．

3-3-1. 運動方程式の状態方程式による表現

構造物が有限要素モデルで表した場合の運動方程式は，

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{K}\mathbf{y}(t)=\mathbf{f}(t) \tag{3.1}$$

で与えられる．ここに，$\mathbf{y}(t)$ と $\mathbf{f}(t)$ は，

$$\mathbf{y}(t)=\{y_1(t)\cdots y_m(t)\}^T \tag{3.2}$$

$$\mathbf{f}(t)=\{f_1(t)\cdots f_m(t)\}^T \tag{3.3}$$

で表現される節点変位および節点外力ベクトルである．ここに，$\mathbf{M},\mathbf{K}$ および $\mathbf{C}$ は，それぞれ $(m\times m)$ 行列である．なお，本研究では構造物の減衰を

$$\mathbf{C}=\alpha_1\mathbf{M}+\alpha_2\mathbf{K} \tag{3.4}$$

で表現される比例減衰系と仮定する．α_1 と α_2 は減衰を表すパラメータである．

運動方程式にモード解析法を適用して，非減衰の振動モード行列 $\mathbf{\Phi}$ $(m\times m)$ を用いると，$\mathbf{M},\mathbf{K},\mathbf{C}$ はそれぞれ次のように対角化できる．

$$\mathbf{\Phi}^T\mathbf{M}\mathbf{\Phi}=\mathbf{I} \tag{3.5}$$

$$\mathbf{\Phi}^T\mathbf{K}\mathbf{\Phi}=\left[\;\omega_k^2\;\right]=\mathbf{\Omega} \tag{3.6}$$

$$\mathbf{\Phi}^T\mathbf{C}\mathbf{\Phi}=\left[2h_k\omega_k\right]=\mathbf{H} \tag{3.7}$$

ここに，ω_k と h_k は k 次の非減衰固有円振動数および減衰定数である．ここでは，モードパラメータ ω_k，h_k の中で，固有円振動数 ω_k を高精度に求めることを目的としている．

基準座標を

$$\mathbf{q}(t) = \left[q_1(t) \cdots q_m(t)\right]^T \tag{3.8}$$

とすると，運動方程式(3.1)は，対角化された方程式

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}(t) \tag{3.9}$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Omega}\mathbf{q}(t) = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{f}(t) \tag{3.10}$$

で表される．この式(3.9)，(3.10)を状態方程式で表示する．状態変数を，

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

で定義すると，式(3.9)，(3.10)は，

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \tag{3.12}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \tag{3.13}$$

で表される．ここに，$\mathbf{A}, \mathbf{B}$ および $\mathbf{C}$ は，それぞれ，次式で表される $(2m \times 2m)$，$(2m \times m)$ および $(m \times 2m)$ 行列である．

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{\Omega} & -\mathbf{H} \end{bmatrix},\quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{\Phi}^T \end{bmatrix},\quad \mathbf{C} = [\mathbf{\Phi} \ \ \mathbf{0}] \tag{3.14}$$

式の記述を簡略化するために，変数の次数を改めて，$2m = n$ とする．

3-3-2. 運動方程式の差分表示

時間刻みを Δt として，$t_k = k\Delta t$ から $t_{k+1} = (k+1)\Delta t$ の区間で外力が一定になるように，次のように仮定する．

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}(k) \quad (t_k \le t < t_{k+1}) \tag{3.15}$$

このとき，式(3.12)，(3.13)の状態方程式は，次のように差分表示することができる．

$$\mathbf{x}(k+1)=\overline{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k)+\overline{\mathbf{B}}\mathbf{f}(k),\quad \mathbf{y}(k)=\overline{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k) \tag{3.16}$$

ここに, 係数行列 $\overline{\mathbf{A}},\overline{\mathbf{B}}$ および $\overline{\mathbf{C}}$ は, それぞれ次式で表される, $(n\times n)$, $(n\times m)$ および $(m\times n)$ 行列である.

$$\overline{\mathbf{A}}=e^{\mathbf{A}\Delta t},\ \overline{\mathbf{B}}=(e^{\mathbf{A}\Delta t}-\mathbf{I})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B},\ \overline{\mathbf{C}}=\mathbf{C} \tag{3.17}$$

さらに, 差分化した状態方程式をフロベニウス標準形に変換するため, 次式で定義される可観測行列を考える.

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}\\ \mathbf{CA}\\ \vdots\\ \mathbf{CA}^{n-1}\end{bmatrix} \tag{3.18}$$

ここで, $\mathbf{Q}$ の階数は,

$$rank[\mathbf{Q}]=n \tag{3.19}$$

であるものとする. 可観測行列を用いて $\mathbf{x}(k)$ を $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ に変換する.

$$\tilde{\mathbf{x}}(k)=\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) \tag{3.20}$$

ここで, 外力が 1 節点に作用した場合の, 1 節点の応答を考える. 変数 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ で式(3.16)を表現すると, 次式が得られる.

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1)=\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(k)+\tilde{\mathbf{B}}f(k),\quad y(k)=\tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(k) \tag{3.21}$$

$$\tilde{\mathbf{A}}=\mathbf{QAQ}^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 1 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & \ddots & \vdots\\ \vdots & & & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1\end{bmatrix} \tag{3.22-1}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}=\mathbf{QB}=\begin{bmatrix}\tilde{b}_1 & \tilde{b}_2 & \cdots & \tilde{b}_n\end{bmatrix}^T \tag{3.22-2}$$

$$\widetilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{3.22-3}$$

係数行列 $\widetilde{\mathbf{A}}$ は $(n \times n)$ 行列，$\widetilde{\mathbf{B}}$ と $\widetilde{\mathbf{C}}$ はそれぞれ $(n \times 1)$ および $(1 \times n)$ ベクトルである．この方程式の固有値が共役複素数の組で構成されているものとすると，

$$\begin{aligned} \left| \widetilde{\mathbf{A}} - \lambda \mathbf{I} \right| &= \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n \\ &= \prod_{k=1}^{n/2} (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_k{}^*) = 0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

のように表すことができる．ここに，*は複素共役を表すものとする．したがって，a_1～a_n のパラメータを求めることができれば，$\lambda_k, \lambda_k{}^*\ (k = 1, \cdots, n/2)$ の固有値を得ることができる．

次に ARMA モデルを誘導する．式(3.21)を要素ごとに書くと，次式になる．

$$\begin{aligned} &\tilde{x}_1(k+1) = \tilde{x}_2(k) + \tilde{b}_1 f(k) \\ &\qquad \vdots \\ &\tilde{x}_{n-1}(k+1) = \tilde{x}_n(k) + \tilde{b}_{n-1} f(k) \\ &\tilde{x}_n(k+1) = -a_n \tilde{x}_1(k) - a_{n-1}\tilde{x}_2(k) + \cdots - a_1 \tilde{x}_n(k) + \tilde{b}_n f(k) \end{aligned} \tag{3.24}$$

$\tilde{x}_1(k) \sim \tilde{x}_n(k)$ を式(3.21)の $y(k)$ で表す．

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(k) &= y(k) \\ \tilde{x}_2(k) &= y(k+1) - \tilde{b}_1 f(k) \\ &\ \ \vdots \\ \tilde{x}_n(k) &= y(k+n-1) - \sum_{s=1}^{n-1} \tilde{b}_s f(k + (n-1-s)) \end{aligned} \tag{3.25}$$

この方程式を上下逆にしてベクトル表示する．

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_n(k) \\ \tilde{x}_{n-1}(k) \\ \vdots \\ \tilde{x}_1(k) \end{bmatrix}, \mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y(k+n-1) \\ \vdots \\ y(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix}, \mathbf{f}(k) = \begin{bmatrix} f(k+n-1) \\ \vdots \\ f(k+1) \\ f(k) \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

式(3.25)は，次式のようにベクトル表示される．

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{G}\mathbf{f}(k) \tag{3.27}$$

ここに，

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{b}_1 & \cdots & \cdots & \tilde{b}_{n-1} \\ 0 & 0 & \tilde{b}_1 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ \vdots & & & & \tilde{b}_1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

である．

式(3.24)の最後の式より， $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_n \end{bmatrix}$とすると，

$$\tilde{x}_n(k+1) = -\mathbf{a}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{b}_n f(k) \tag{3.29}$$

となる．また式(3.25)を式(3.24)の最後の式に代入すると，

$$y(k+n) = -\mathbf{a}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}\mathbf{f}(k) \tag{3.30}$$

ここで，

$$\tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 & \cdots & \tilde{b}_{n-1} & \tilde{b}_n \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

である．

式(3.30)に式(3.27)を代入し，若干の操作をする．

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \cdots & \beta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 & \cdots & \tilde{b}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a_1 & \cdots & \cdots & a_{n-1} \\ 0 & 1 & a_1 & \cdots & a_{n-2} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & a_1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

この $\beta_1 \sim \beta_n$ を用いると，

$$y(k) = -\mathbf{a}\mathbf{y}(k-n) + \boldsymbol{\beta}\mathbf{f}(k-n) \tag{3.33}$$

の関係が得られる．ここに，

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 & \cdots & \beta_n \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

である．式(3.33)において，外力に関する変数を置き換えるために，

$$e(k) = \beta_1 f(k-1)$$

$$b_s = \beta_{s+1} / \beta_s \tag{3.35}$$

とすると，

$$y(k) + \sum_{s=1}^{n} a_s y(k-s) = e(k) + \sum_{s=1}^{n-1} b_s e(k-s) \tag{3.36}$$

の ARMA モデルが得られる．

本研究で考える外力は，常時微動であり，さらにこれを白色雑音と仮定する．ARMA モデルの標準的な記述を表示するために，外力 $f(k)$ を $e(k)$ と表記した．

3-3-3. AR モデルの係数の推定

時間遅れ演算子 z^{-1} を用いると，式(3.36)の ARMA モデルは，

$$y(k) = \frac{1 + \sum_{s=1}^{n-1} b_s z^{-s}}{1 + \sum_{s=1}^{n} a_s z^{-s}} e(k) \tag{3.37}$$

のように表すことができる．したがって，ARMA モデルは，等価な無限大の次数を有する AR モデルで表現することができる．さらに，本研究で対象とするものは，ARMA モデルの極であるので，ARMA モデルを近似的に表した p 次の AR モデルについて考えることにする．

$$y(k) + \sum_{s=1}^{p} a_s y(k-s) = e(k) \tag{3.38}$$

この AR モデルの係数 $a_1 \cdots a_p$ は，測定値である標本時系列 $y(k)$ $(k=0,\cdots,M-1)$ により推定する必要がある．AR モデルの係数は厳密に最尤推定法により求めることができるが，ここでは最小二乗法による AR モデルの係数の決定法を要約する．

時系列の $y(k)$ の値を，過去の値： $y(k-1)$ ～$y(k-p)$ を用いた予測モデルで構成する．予測値 $\hat{y}(k)$ を

$$\hat{y}(k)=\sum_{s=1}^{p} a_s y(k-s) \tag{3.39}$$

により表現する．予測誤差

$$e(k)=y(k)-\hat{y}(k) \tag{3.40}$$

の二乗平均値

$$J=E\left[\ e(k)^2\ \right] \tag{3.41}$$

を最小にするように，モデル係数を決める．ここに，$E[\ ]$は数学的平均値である．

$$\frac{\partial J}{\partial a_s}=0 \quad (s=1,\cdots,p) \tag{3.42}$$

この結果，Yule-Walker 方程式が得られる．

$$\mathbf{Ra}=-\mathbf{r} \tag{3.43}$$

ここに，$\boldsymbol{a}$ は求める係数のベクトル

$$\mathbf{a}=\left[a_1 \cdots a_p\right]^T \tag{3.44}$$

である．測定データの自己相関関数を

$$R_{k-i}=E\left[y(s-k)y(s-i)\right], \quad R_k=R_{-k} \tag{3.45}$$

で定義した場合，$\mathbf{R}$ と $\mathbf{r}$ は，

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p-1} & R_{p-2} & \cdots & R_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}=\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

である．式(3.43)の解として，モデル係数

$$\mathbf{a} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r} \tag{3.47}$$

が得られる．このとき，推定誤差の二乗平均値は，

$$\sigma_e{}^2 = R_0 + \sum_{s=1}^{p} a_s R_s \tag{3.48}$$

となる．なお実際の計算では，自己相関関数は通常のデータ処理における標本相関関数を用いる．

3-3-4. 振動特性の誘導

式(3.22)における $\tilde{\mathbf{A}}$ は，式(3.16)の $\overline{\mathbf{A}}$ を線形変換したものであるので，固有値の構造は同じである.そこで p 次の AR モデルの固有値は，比例減衰系の場合，

$$\left|\overline{\mathbf{A}} - \lambda \mathbf{I}\right| = \prod_{k=1}^{p/2} (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_k{}^*) = 0 \tag{3.49}$$

となる．離散系の k 次の固有値は，

$$\lambda_k = e^{(-h_k \omega_k + i\omega_{dk})\Delta t}, \quad \omega_{dk} = \sqrt{(1 - h_k{}^2)} \cdot \omega_k \tag{3.50}$$

となる．ここに i は $\sqrt{-1}$ の虚数単位であり，ω_{dk} は減衰系の固有円振動数である．次の関係

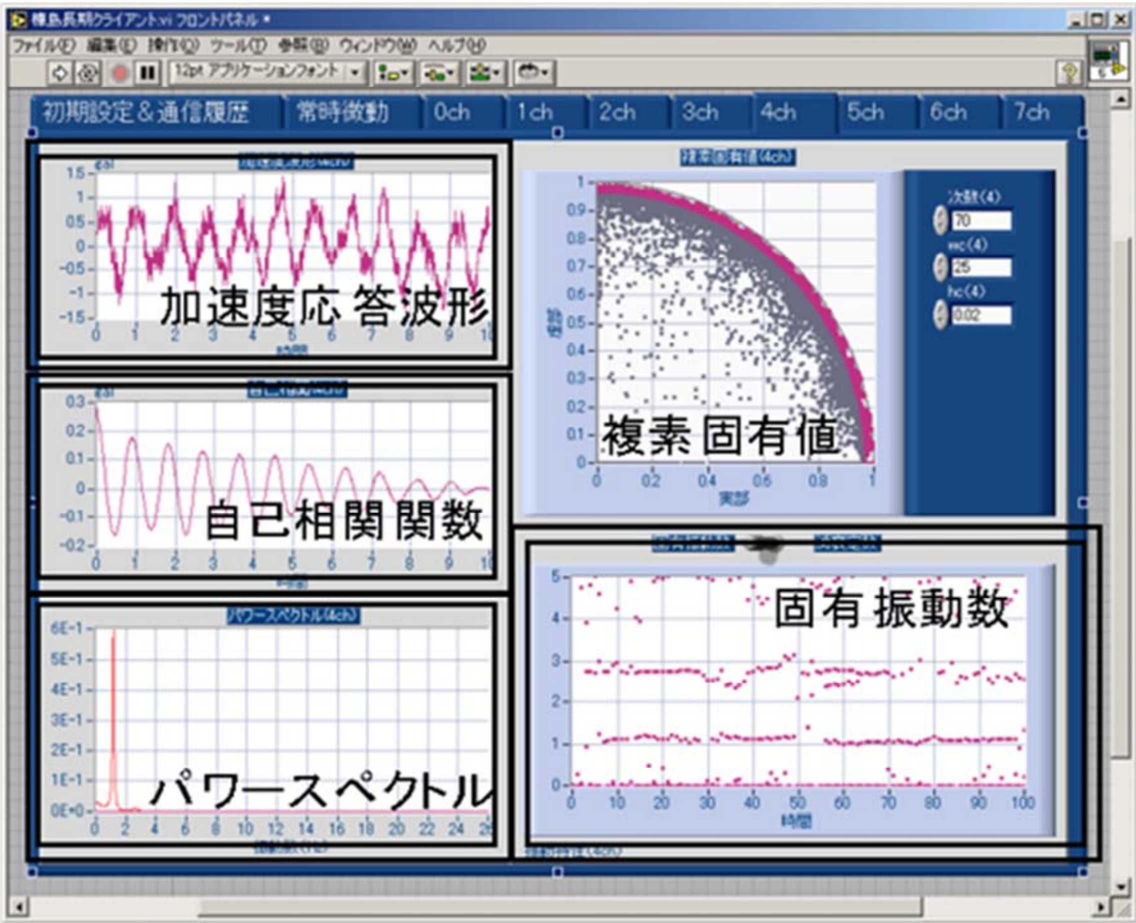
$$h_k \omega_k = -\frac{1}{2\Delta t} \ln \lambda_k \cdot \lambda_k{}^* \tag{3.51}$$

$$\omega_{dk} = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1} \left| \frac{\lambda_k - \lambda_k{}^*}{\lambda_k + \lambda_k{}^*} \right| \tag{3.52}$$

より，ω_k と h_k を求めることができる．

3-4. 橋梁振動遠隔モニタリングシステムの概要

一連の常時微動データから固有振動数を推定する計測システム（プログラム表示画面の一部）を**図－3.4** に示す．画面左側に表示しているのは常時微動の加速度応答波形，自己相関関数およびパワースペクトルである．また画面右側には AR モデルの特性方程式の解，さらには同一データを用いて推定された固有振動数が表示される．固有振動数を時系列表示することで，その変化を視覚的にとらえることができる．さらに統計処理を施すことにより，固有振動数の長期的変化の評価が可能となる．

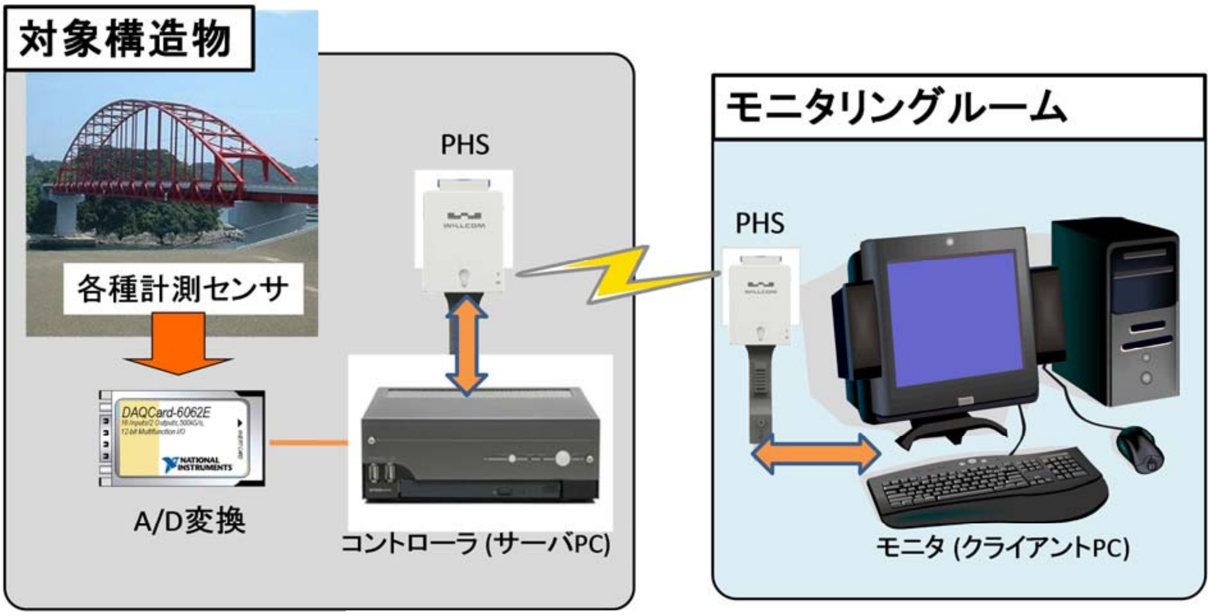


図－3.4　計測プログラム（固有振動数の推定）

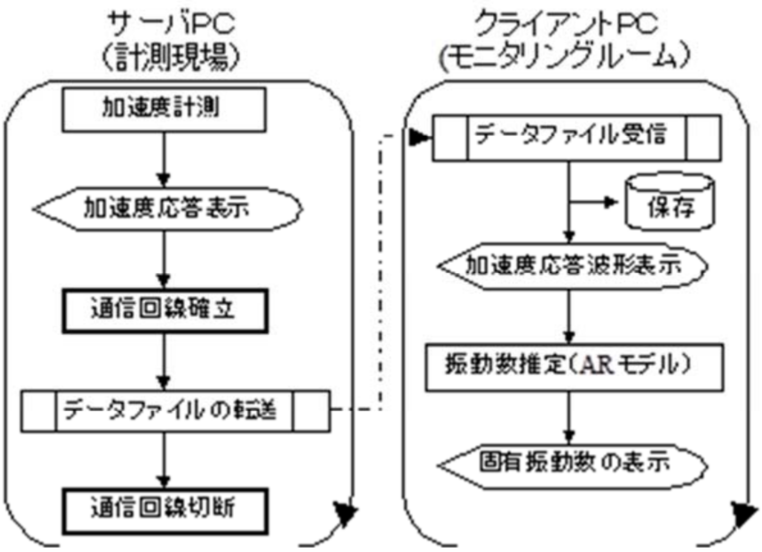
本計測では遠隔地のデータを管理事務所に送信するために，計測器に遠隔モニタリング機能を搭載した．常時微動データの計測および転送方法は**図－3-5** に示す．

遠隔モニタリングシステムの概要を**図－3.5** に示す. サーバ PC（計測･データ送信用）とクライアント PC（データ受信・解析用）間のデータ転送および解析の流れを**図－3.6**

に示す．AR モデルを用いて固有振動数を推定後，加速度応答波形，自己相関関数およびパワースペクトルが**図－3.4** に示したようにモニタリングルームのクライアント PC 上に自動表示される．橋梁の常時微動計測に用いた加速度計は TEAC 社の 710（圧電タイプ：感度 300mV/m/s^2，周波数応答範囲 0.02～200Hz，使用最大加速度±5m/s^2）である．計測サンプリング周波数は対象構造物の振動数を考慮して 100Hz とした．本モニタリングシステムを構成するその他の機器を**表－3.1** に示す．



図－3.5　遠隔操作システムの概要



図－3.6　計測データ転送の流れ

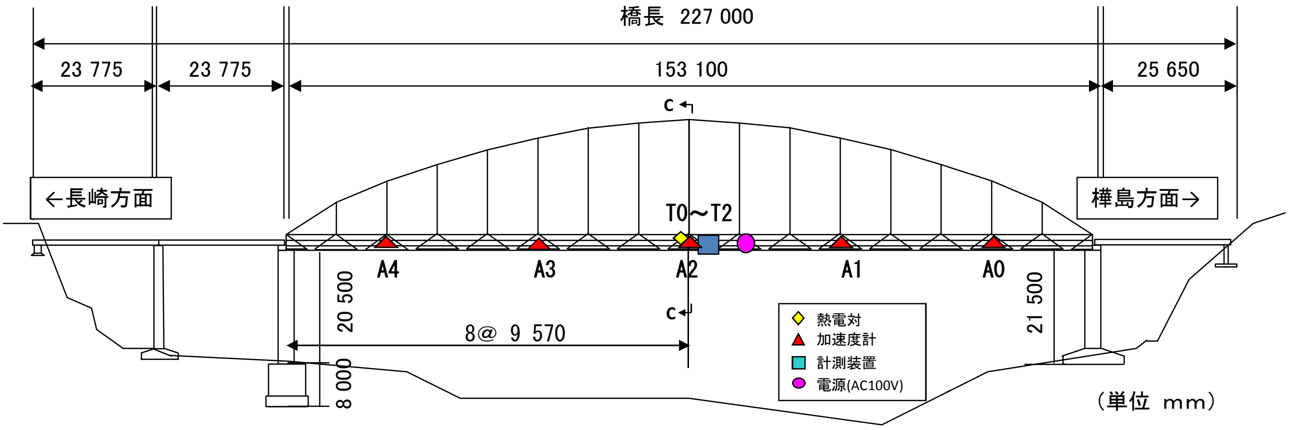
表－3.1　遠隔モニタリングシステム構成機器一覧

機器	型式	メーカ	仕様
ベアボーン型PC	VS700	Minipc.jp	CPU：Intel Pentium M/ Celeron M(400MHz) メモリ：512MB, HDD：80GB, USB2.0ポート数×6 PCMCIAカードスロット×1 OS: Windows XP Professional SP2 最大消費電力：80W(電源 DC12V 6.7A) 寸法(mm)：190×200×70; 重量:2kg 環境条件：温度:0～35℃; 湿度：20～80%(結露なきこと)
外付けHDD	HD-HC160U2	BUFFALO	USB接続HDD: 160GB (オプション冷却ファンユニット(OP-FAN)付) 寸法(mm)：W45×H200×D200; 重量:1.5kg 動作温度範囲 ： 5～35℃ 動作湿度範囲 ： 20～80%(結露なきこと)
モニタ (現地確認時のみ使用)	LDC-7C	ﾌﾟﾗﾈｯｸｽｺﾐｭﾆｹｰｼｮﾝｽﾞ㈱	VGA接続, 640×480ﾄﾞｯﾄ(7.1インチ液晶) 電源電圧：DC5V, 消費電力：10W
SCC信号調節モジュール用キャリア	SC-2345	National Instruments	入力：90～264VAC, 1A(最大) 出力：＋5VDC, 1A； ±15VDC, ±0.3A コネクタ形状：68-pin male SCSI Ⅱ 寸法(mm)：308×254×49 動作温度範囲 ： 0～50℃ 動作湿度範囲 ： 10～95% (結露なきこと)
熱電対用モジュール	SCC-TC02	National Instruments	使用熱電対：Kタイプ
フィードスルーモジュール	SCC-FT01	National Instruments	加速度信号フィードスルー用として使用
PCMCIA スロット用 マルチファンクションDAQ	DAQ Card-6062E	National Instruments	PCMCIA スロット用A/D変換器 分解能：12bit アナログ入力ch数：16(最大) サンプリング： 500 kS/秒(最大) 動作温度範囲 ： 0～40℃ 動作湿度範囲 ： 10～90% (結露なきこと) 接続ケーブル：SHC68-68EPM高性能シールドケーブル
PHS(CardH"64)	CH-S203C/TD	Seiko Instruments Inc.	CFカードタイプ Ⅰ (PCMCIAカードTypeⅡ準拠アダプタ対応) 平均消費電流：約110mA(64kbps通信時) 動作温度範囲 ： 5～40℃ 動作湿度範囲 ： 30～85% (結露なきこと) 契約通信方式 ：Two LINK DATA(Willcom) PIAFS通信：64kbps(Best Effort) 通信コスト：10.5円／70秒
モバイルデータ通信カード専用PCカードーUSB変換アダプタ	VS-10U (Slipper-U)	SUNTAC	使用電源 DC5V(USBより供給) 消費電力： 最大500mW 寸法(mm)：157.5×72×36.5; 重量 約130g 環境条件： 温度:5～40℃; 湿度：20～85%
加速度計 (高感度型電圧出力タイプ)	710	TEAC	感度： 300±20% (mV/m/s²) 横感度：5%以下 (max) 基底ノイズ： 20μVrms (max) 補償温度範囲： -20～60℃ 周波数応答： 0.02～200Hz (±3dB) 共振周波数： 約0.7kHz 使用最大加速度：±5 (m/s²) 耐衝撃性：500 (m/s²) (peak) 出力インピーダンス： 約300Ω 質量： 約380g ／外形寸法(mm)：φ50×60H
圧電型加速度 トランスデューサ用アンプ	SA-611	TEAC	入力：±10V(最大) 定格出力：±1V(出力インピーダンス1Ω以下) 周波数特性： 0.2～30kHz：+0.5dB/-3dB(Range：H,M時) 0.2～10kHz：+0.5dB/-3dB(Range：L時) 減衰特性： LPF：1kHz, 10kHz：-12dB/oct. HPF：5Hz：-6dB/oct. 電源：外部電源AC100V(内蔵乾電池対応) 質量：440g

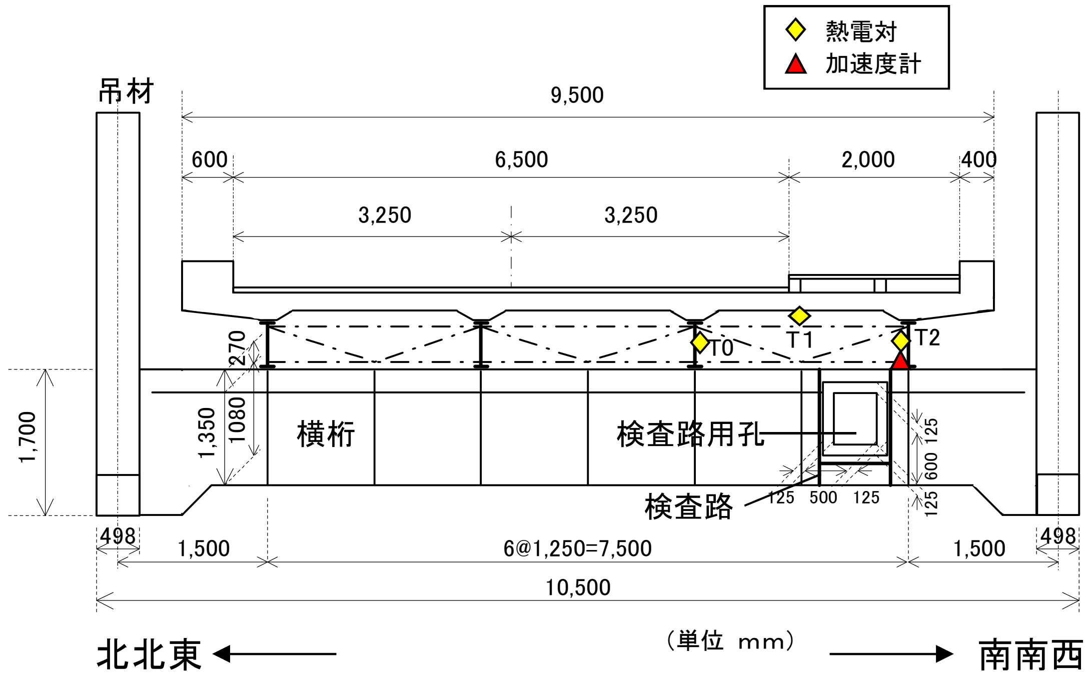
3-5. システムの実装および長期計測の実施

樺島大橋の振動数および部材表面温度を観測するため，計測システムを当該橋梁に設置した．樺島大橋一般図および計測機器設置箇所を**図－3.7** に，橋梁断面図およびセンサー設置箇所を**図－3.8** に，また橋梁の架設方向を**図－3.9** に示した．加速度計は，橋梁支間中央部および吊材 2 本おきに対称となるよう計 5 箇所に設置した．その設置位置は，断面図に示すように，床版下部の外側主桁（南南西側）が横桁と接続する位置付近（横桁上部）とした．熱電対は，橋梁主径間中央部の外側主桁（南南西側）の内側面，隣接する主桁内側，および床版下面に設置した．計測装置は橋梁主径間中央部の検査路上に設置し，そこから 10m ほど離れたところに設置した AC 電源より電源を供給した．計測システム，加速度計および熱電対の設置状況を**図－3.10～12** に示した．

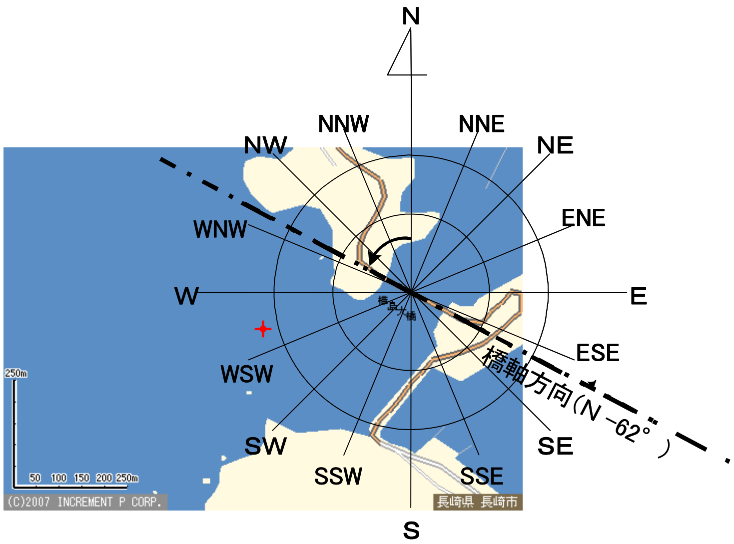
本計測では，樺島大橋の振動モニタリングを長崎大学より行うため，PHS による 1 対 1 のデータ通信を行うとともに，比較的少量のデータから，定期的に固有振動数を算出するシステムとした．具体的には，5 分間/ch のデータを一回区分とし，各区分の最大振幅を 4 時間ごとに算出する．設定時間間隔の中で最大振幅を有する 5 分間のデータが転送の対象となる．よって 6 回/日のデータ転送が行われ，30 分間/ ch / 日のデータが蓄積されることになる．因みに 1 回当たりの通信で送信するデータ容量は約 1.8MB である．転送された加速度データは，30 秒間を一回区分として固有振動数を AR モデルにより算出する．なおノイズ等の影響による信号劣化が一部に見られたため，実際に用いる計測データは，支間中央（A2）に設置した加速度計から得られたのものとした．



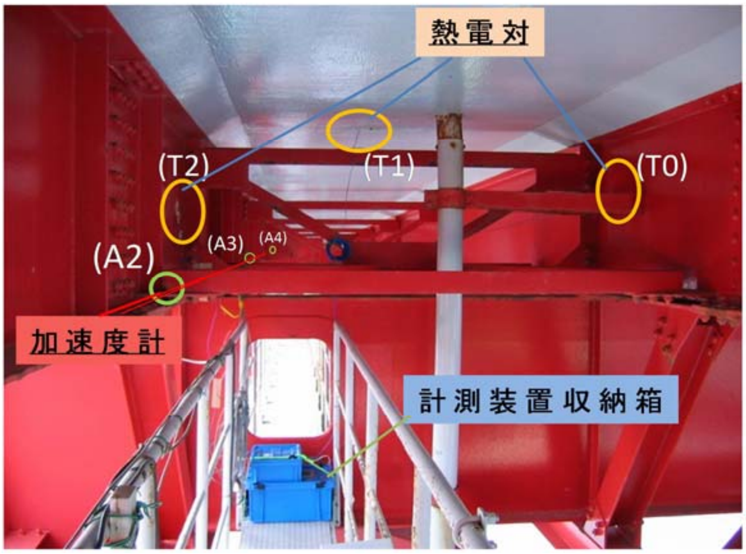
図－3.7　樺島大橋一般図および計測機器設置箇所



図－3.8 橋梁断面図（C-C 断面）およびセンサー設置箇所



図－3.9 樺島大橋の架設方向



図－3.10 計測装置設置状況(支間中央)

図－3.11 加速度計設置状況

図－3.12 熱電対設置状況

3-6. 観測結果

3-6-1. 温度変化が橋梁振動数に及ぼす影響

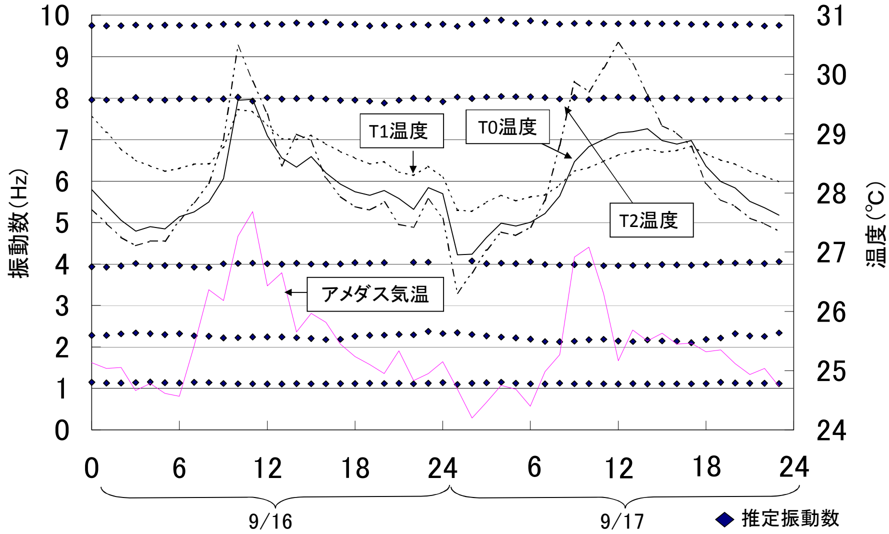
温度データと橋梁加速度データを用いた計測結果について示す．2007 年 5 月 23 日から 2008 年 5 月 22 日の間のモニタリングより得られた温度データと常時微動データ（鉛直成分加速度）を用いて，短期（2 日間）および長期（1 年間）の両面から，環境変動（温度）が橋梁の振動数に与える影響について分析を行った．ここに，振動数の推定は 60 分間ごとに行った．また固有振動数を AR モデルで推定する際に用いた AR 次数は経験的な数値（p=60）を用いた[3)]．

(1) 日変動による影響評価

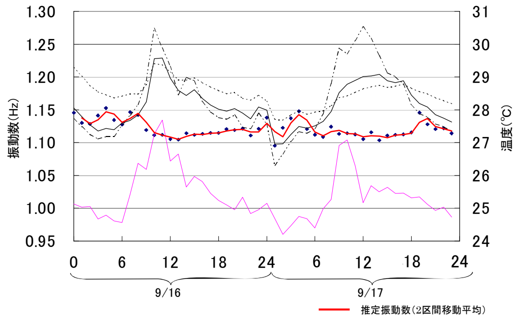
温度変化が比較的著しかった 9 月 16 日と 17 日の連続 2 日間に観測したデータを対象に検討する．両日の固有振動数，橋体表面温度，架設位置付近のアメダス（野母崎）気温データを**図－3.13** に示す．

図より，1，2，4，8，10Hz 付近に固有振動数が存在することがわかる．これらは，**図－3.3**（固有振動モードおよび固有振動数）の鉛直 2 次，4 次，5 次，6 次，7 次に対応するものと推測される．**図－3.3** 中の鉛直 1 次（0.8Hz 程度）および鉛直 3 次（1.8Hz 付近）が表示されていないが，前者については計測点（A2）がモードの節となっているため加速度計による振動検出ができにくかったことが理由と考えられる．後者については明確な理由づけはできないが，当該振動モードの振幅が比較的小さいこと，あるいは隣接する振動数が経年変化とともに近接したことによるものと考えられる．

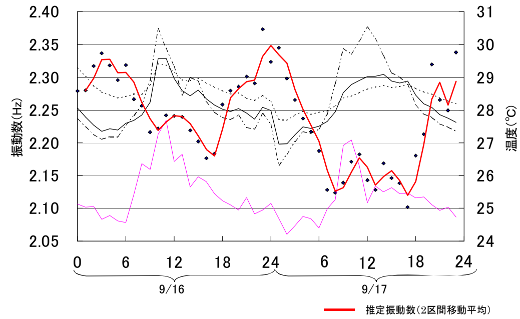
図－3.13 に示した振動数を 0.35Hz の範囲で再表示したものを**図－3.14** に示す．図中の赤線は推定振動数の移動平均を表したものである．1Hz 付近では，経時的な振動数の変化はとらえにくいが，2Hz 付近およびそれ以上の高次の振動次数においては，若干ではあるが，橋梁表面温度が上昇するときに振動数は低下に転じる傾向にあることがわかる．また日没後から夜半にかけて表面温度が低下していくと振動数は上昇に転じる傾向が確認できる．以上より，振動数は橋体温度の変化とともに変化することが日変動で確認でき，その現象は，温度変化と部材伸縮との関係に準じるものとして説明できる．短期間における固有振動数の変動については,多様なノイズの存在が考えられるため,次項の年間変動より,全体的な温度と振動数の関係を分析する．



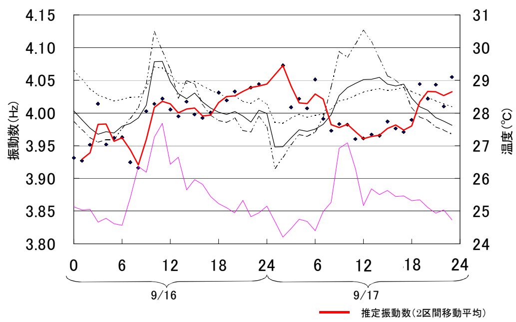
図－3.13 樺島大橋の固有振動数の変化（日変動）



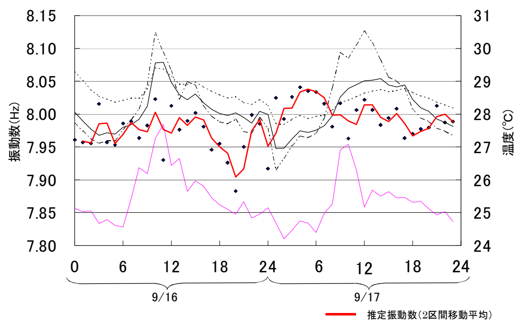
a)1Hz 付近



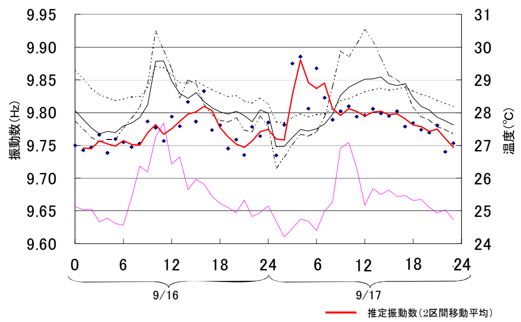
b)2Hz 付近



c)4Hz 付近



d)8Hz 付近



e)10Hz 付近

図－3.14 各次固有振動数の日変動

(2) 年間変動による影響評価

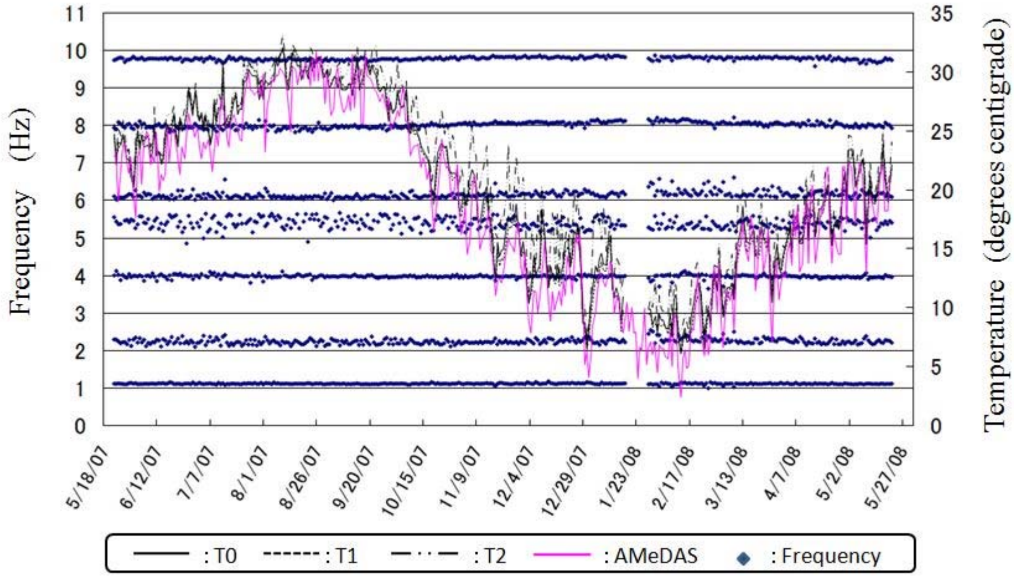
a) 季節変動に伴う固有振動数の変化

計測期間約 1 年間の午後 2 時からの 30 分間の常時微動の温度－固有振動数の長期的変動を比較した．**図－3.15** は午後 2 時付近の固有振動数と表面温度の関係を示したものである．同図から 1Hz，2Hz，4Hz，8Hz，10Hz 付近について抽出し，0.35Hz の範囲で表示したものを**図－3.16** に示す．同図から，1Hz，4Hz 付近の低次振動数では，温度変化が振動数に与える影響は少ないことがわかる．2Hz 付近は振動数の周期的変動が見られるが，全体的に推定振動数のばらつきが大きいため断定できない. 8Hz, 10Hz 付近の高次振動数では，夏季から冬季にかけて温度が約 20℃減少していく間に，振動数が上昇していく様子が確認でき，年間の変化は周期的となることが推測できる．ただしその変化分は 0.1～0.2Hz と微小である．このように全体的に，低次に比べて高次の変化が顕著である結果を得た．低次の固有振動数についても，実際は高次同様の割合で変化するものと推測できるが，絶対的な振動数の変化分が微小になるため，有意な差異を認めることが困難であることが理由と考えられる．これは計測機器が有する精度に依存するものである．

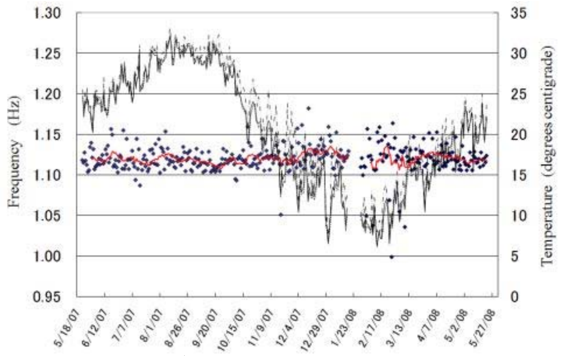
b) 季節区分による固有振動数の変化

5/23～8/31（夏），9/1～11/30（秋），12/1～2/28（冬），3/1～5/22（春）の 4 期に区分して，各固有振動数の平均値の推移をまとめたものを**表－3.2** に示す．それぞれ[1]～[4]と記して識別した．同表右端には，各期平均振動数の最大値と最小値の差を示している．また**図－3.17** は，これらの平均振動数を[1]～[4]の期ごとにグラフで表したものである．これら 4 区分の結果の比較により，支配的な影響因子である温度と固有振動数の変化の関係を評価する．

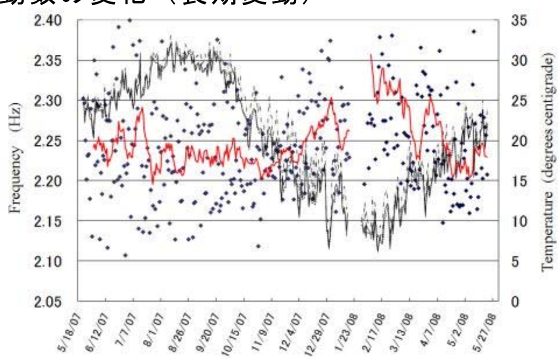
1Hz 付近においては，4 期を通じて平均振動数の差異がないが，有意な差として表れている．ここで 4Hz および 8Hz 付近においては，**図－3.16** にも見られるとおり観測した振動数自体のばらつきが比較的大きいことから，信頼性は比較的低いといえる．一方振動数のばらつきも小さく，より信頼性の高い結果が得られている 8Hz 付近および 10Hz 付近においては，それぞれ 0.13Hz，0.05Hz の有意な差を確認した．さらに固有振動数の変化の傾向は，**図－3.17** からも見られるように，夏期に振動数が低く，冬季に高い，周期的な変化として表れている．以上のように，非常に微小であるが周期的な変化を本計測から明らかにすることができた．



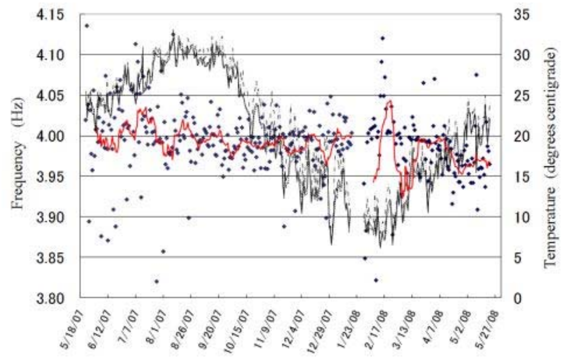
図－3.15　樺島大橋の固有振動数の変化（長期変動）



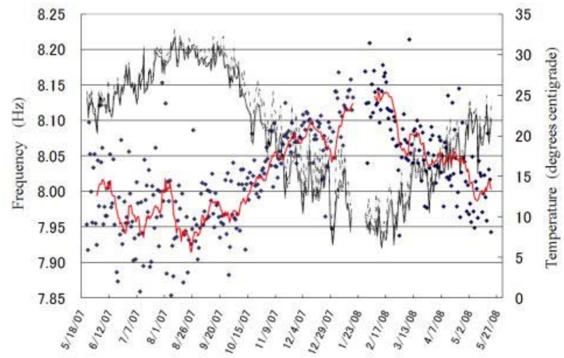
a)1Hz 付近



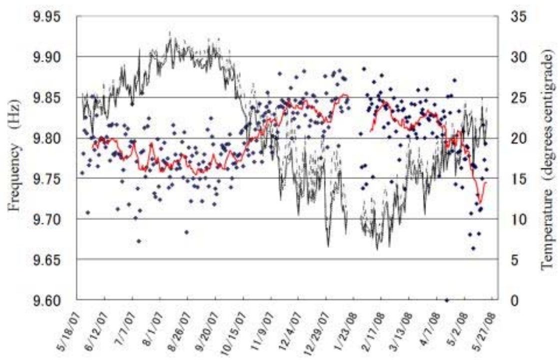
b)2Hz 付近



c)4Hz 付近



d)8Hz 付近



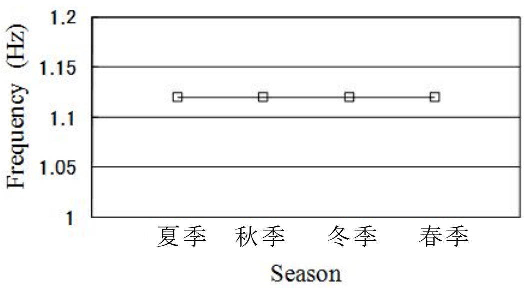
e)10Hz 付近

図－3.16　各次固有振動数の変化（長期変動）

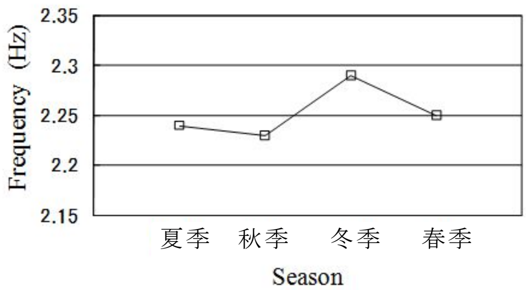
表－3.2　季節区分による各次固有振動数の変化（長期変動）

識別		[1]（夏季）	[2]（秋季）	[3]（冬季）	[4]（春季）	振動数差(Hz) [Max-Min]
計測期間（サンプル日数）		5/23-8/31 (101 日)	9/1-11/30 (91 日)	12/1-2/28 (80 日)	3/1-5/22 (83 日)	
振動数(Hz)	1Hz付近	1.12	1.12	1.12	1.12	0.00
	2Hz付近	2.24	<u>2.23</u>	2.29*	2.25	0.06
	4Hz付近	4.00*	3.99	3.99	<u>3.97</u>	0.03
	8Hz付近	<u>7.97</u>	8.01	8.10*	8.04	0.13
	10Hz付近	<u>9.78</u>	9.80	9.83*	9.80	0.05

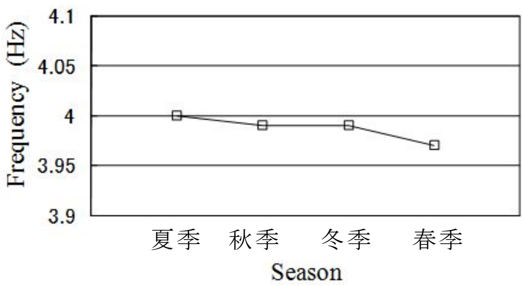
（*：最大値　／　<u>下線</u>：最小値　を示す）



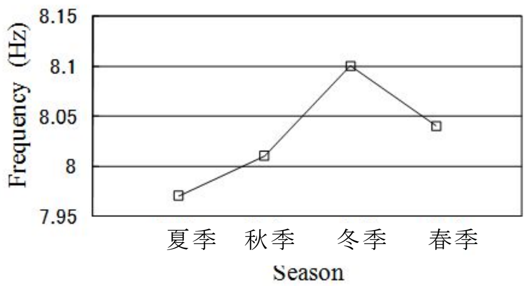
a)1Hz 付近



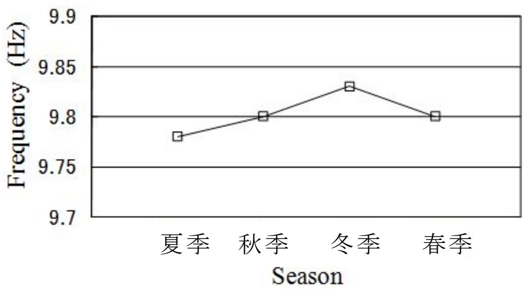
b)2Hz 付近



c)4Hz 付近



d)8Hz 付近



e)10Hz 付近

図－3.17　季節区分による各次固有振動数の変化（長期変動）

このように，日変動で示したような，温度変化に対する振動数変化の現象は，年間変動を明示することで明らかとなった．またその変化分は，高次の振動モードにおいて 0.2Hz 程度と微小であった．同様な橋梁の振動モニタリングを行う場合，1/10 ～1/100Hz の分解能を有する計測システムを構築する必要があるということになる．実際に健全度診断を目的とする場合,振動数だけでなく,振動モードや減衰定数を総合的に評価する必要がある．より高い信頼性を有する健全度評価システムへと確立するためには，本研究の結果明らかとなった温度変化に伴う振動数の周期的変化を正しく評価しておくこと，さらにはその定量化が重要であると考える．

3-7.　3D-FE 解析による固有振動数の変動評価

3-7-1. 樺島大橋のモデル化

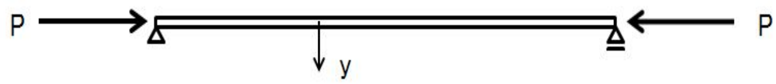
解析には，第 2 章 2.3 と同様のモデルを用いる.

3-7-2. 軸力を考慮した固有振動解析法

温度変化に伴う固有振動数の変化を求めるため，本研究では土木専用構造解析・最適設計システム MIDAS Civil （以下 MIDAS と記す）を使用した．本解析コードでは，温度変化を与えても固有振動数は変化しない．よって，温度変化に伴う固有振動数変化を解析的に表現することに念頭を置き処理を行うこととした．具体的には，温度変化で発生する断面力を初期軸力として関係要素に入力し，固有振動解析を行うものである．本項では，固有振動数の算出式の誘導を行い，次に MIDAS による温度変化を考慮した際の固有振動解析手法について示す．さらにはりモデルを対象として両者の比較を行い，本手法による解析の妥当性を検証する.

(1)　軸力が作用するはりの固有振動数算出式の誘導

単純ばりに軸力が作用する場合の固有振動数算出式を誘導する．**図－3.18** のような，一端がヒンジ支点，他端がローラー支点である単純ばりモデルを考える.



図－3.18　軸力が作用する単純ばりモデル

梁のたわみ y を考慮すると，両端に圧縮軸力 P が作用している場合の曲げモーメント M は次式で表せる.

$$-EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M + Py \tag{3.53}$$

ここに，E：弾性係数，I：断面 2 次モーメントである.

両辺を x で 2 回微分すると以下のようになる.

$$-EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}=\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}+P\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{3.54}$$

ここで，以下の関係式

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}=\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{3.55}$$

を式(3.54)に代入する．ここにρ：単位体積質量，A：はりの断面積である．

$$\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+P\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0 \tag{3.56}$$

両辺に 1／ρA をかけ，次式を得る．

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+\frac{EI}{\rho A}\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{P}{\rho A}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0 \tag{3.57}$$

いま，

$$y=X(x)e^{int} \tag{3.58}$$

とおいて式(3.57)に代入すると，X についての常微分方程式

$$-n^2X+\frac{EI}{\rho A}\frac{d^4X}{dx^4}+\frac{P}{\rho A}\frac{d^2X}{dx^2}=0 \tag{3.59}$$

が得られ，整理すると以下の式のようになる．

$$\frac{d^4X}{dx^4}+\frac{P}{EI}\cdot\frac{d^2X}{dx^2}-\frac{\rho An^2}{EI}\cdot X=0 \tag{3.60}$$

ここで，

$$\frac{EI}{\rho A}=v^2,\quad \frac{Pl^2}{EI\pi^2}=a^2 \tag{3.61}$$

とおくと次の式が導かれる．ここに，l：はりのスパン長である．

$$\frac{d^4X}{dx^4}+\frac{\pi^2a^2}{l^2}\cdot\frac{d^2X}{dx^2}-\frac{n^2}{v^2}X=0 \tag{3.62}$$

この式の解として，

$$X=X_0e^{\lambda x} \tag{3.63}$$

とおいて，式(3.62)に代入すると特性方程式は

$$\lambda^4 + \frac{\pi^2 a^2}{l^2}\lambda^2 - \frac{n^2}{v^2} = 0 \tag{3.64}$$

これより，

$$\lambda^2 = \frac{-\pi^2 a^2/l^2 \pm \sqrt{\frac{\pi^4 a^4}{l^4} + \frac{4n^2}{v^2}}}{2} \tag{3.65}$$

ここで，

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\pi^4 a^4}{l^4} + \frac{4n^2}{v^2}} + \frac{\pi^2 a^2}{l^2}}{2}} \tag{3.66}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{\pi^4 a^4}{l^4} + \frac{4n^2}{v^2}} - \frac{\pi^2 a^2}{l^2}}{2}} \tag{3.67}$$

とおけば，特性方程式の根 λ は

$$\lambda = \begin{cases} \pm\lambda_1 i \\ \pm\lambda_2 \end{cases} \tag{3.68}$$

と表される．したがって，式(3.10)の解は

$$X = A\cos\lambda_1 x + B\sin\lambda_1 x + C\cosh\lambda_2 x + D\sinh\lambda_2 x \tag{3.69}$$

となる．

これにはりの両端条件を用いると

$$A = C = D = 0 \tag{3.70}$$

となり，振動数方程式は次のようになる．

$$\sin\lambda_1 \cdot l = 0 \tag{3.71}$$

したがって

$$\lambda_1 = \frac{s\pi}{l} \quad (s = 1,2,3,\ldots) \tag{3.72}$$

となることが必要となる．したがって

$$\sqrt{\frac{\frac{\pi^2\alpha^2}{l^2}+\sqrt{\frac{\pi^4\alpha^4}{l^4}+\frac{4n^2}{v^2}}}{2}}=\frac{s\pi}{l} \tag{3.73}$$

この式より n を求めると

$$n^2=\frac{s^4\pi^4v^4}{l^4}\left(1-\frac{\alpha^2}{s^2}\right) \tag{3.74}$$

すなわち，固有円振動数 n は

$$n=\frac{s^2\pi^2v}{l^2}\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{s^2}} \tag{3.75}$$

また，固有振動数 f は，$n=2\pi f$ より，

$$f=\frac{s^2\pi v}{2l^2}\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{s^2}}=\frac{s^2\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho A}}\sqrt{1-\frac{Pl^2}{s^2EI\pi^2}} \tag{3.76}$$

で表される．

つまり圧縮軸力が存在すると，はりの固有振動数は減少し，$\alpha/s=1$ となるときは，固有振動数は 0 となる．この場合には，α の定義より，

$$\frac{Pl^2}{EI\pi^2}=s^2，\text{すなわち，}P=\frac{EI\pi^2s^2}{l^2} \tag{3.77}$$

となる．式(3.77)において s=1 とすると，オイラーの座屈荷重に他ならない．

(2) MIDAS による温度変化時の固有振動解析の手順

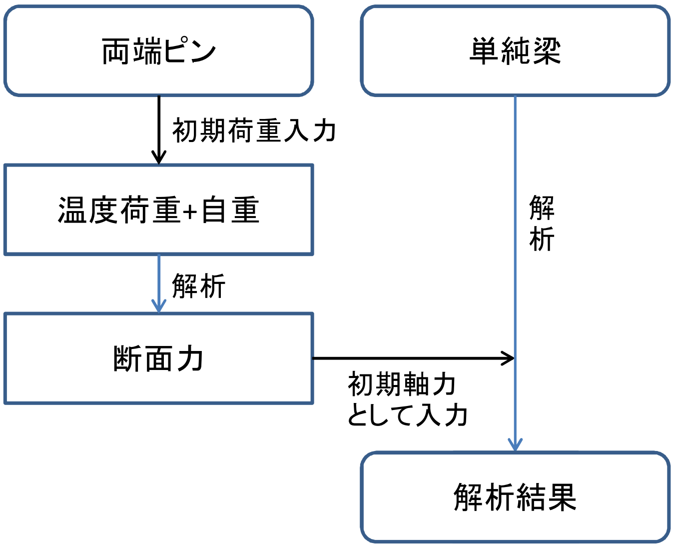
ここでは, MIDAS を用いて温度変化に伴う固有振動数の変化を求める場合の解析手順を示す．またはりモデルを対象として，前項で示した固有振動数算出式（理論値）と MIDAS による解析結果との比較を行い，本解析手法の妥当性について検証する．

1) 解析手順

温度変化による固有振動数変化は，温度変化によって生じる軸力の効果に起因するものであると考え，3D-FE 解析ソフト MIDAS で解析を行う．まず，温度変化で発生する軸力を算出し，次に，軸力を初期断面力として入力した状態で固有振動解析を行う．解析手順のフローチャートを**図－3.19** に示す．

[手順 1]　両端ピン支点として温度荷重を与えて断面力を求める．

[手順 2]　得られた断面力を単純支持モデル（一端をローラー支点としたもの）に初期軸力として入力し固有振動解析を行う．

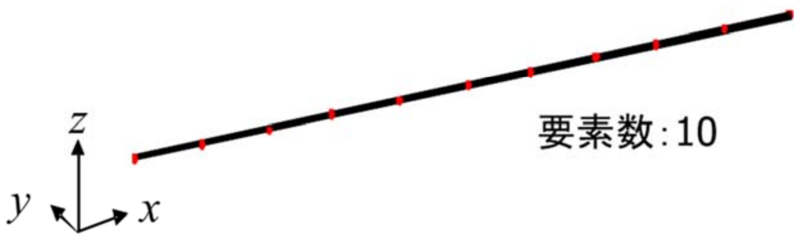


図－3.19　解析手順のフローチャート

以上の処理により，温度変化に伴う固有振動数への影響を表現する．この手法を単純ばりモデルに適用し，理論式との比較を行うことその妥当性を検証する．なお本コードによる解析では，はりの自重は考慮しない．

2) 単純ばりモデルによる検証

MIDAS を用いて**図－3.19 の**処理に従って求まる固有振動数と，理論式(3.76)の結果を比較することで MIDAS による解析手法の妥当性を検証する．対象とするモデルは， L=23.92［m］の単純ばり（**図－3.20**）とした．



図－3.20　単純ばりモデル

はりモデルのパラメータは，A=2.73×10^{-2}［m^2］，I=9.23×10^{-4}［m^4］， E=2.0×10^{11}［N/m^2］，ρ=7.85×10^3［kg/m^3］，また，はりの要素分割数は 10 とした．比較対象のモードは 1 次(s=1)とした．そのときの理論式(3.76)は以下となる．

$$f = \frac{\pi}{2l^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho A}}\sqrt{1-\frac{Pl^2}{EI\pi^2}} \tag{3.78}$$

ここで，軸力の発生源となる温度変化分は，実橋梁で観測した年間温度変化分（約 30℃）（**図－3.15**）を考慮し，平均値からの差分である＜+15℃＞とした．

3) 解析結果

理論式(3.78)および MIDAS による解析結果を**表－3.3** に示す．同表の左部（軸力なし）は，通常時（温度変化がない場合）の固有振動数である．また，温度変化＜+15℃＞による軸力発生を考慮した場合の固有振動数を同表の右部に示す．

MIDAS で求められた固有振動数は，両ケースとも理論式(3.78)によって得られた結果に対し，若干小さめに評価しているが，その差は微小であり，両者には良い一致が見られた．このように，温度変化による固有振動数の変化を，MIDAS を用いて適切に表現することが可能であることを検証できた．次節では，樺島大橋モデルを対象とした解析を行い，温度変化に伴う固有振動数の変化について解析的検討を行う．

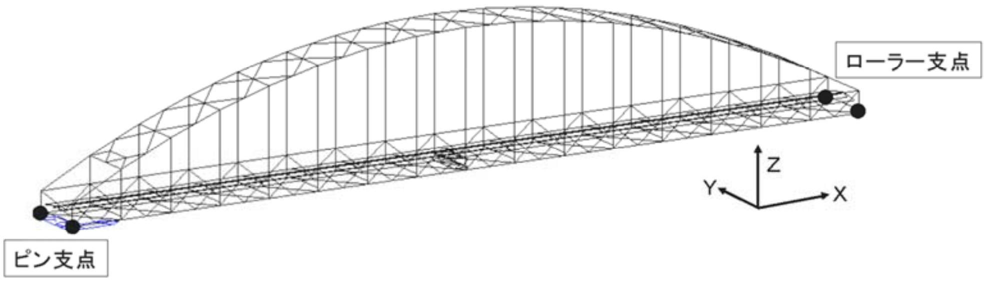
表－3.3 固有振動数(Hz)

軸力なし		軸力考慮	
理論式	MIDAS	理論式	MIDAS
2.559	2.555	1.590	1.588

3-7-3.樺島大橋の温度変化を考慮した固有振動解析

(1) 解析の概要

樺島大橋の温度変化に対する振動数変化の影響を検討するため，前節の解析法に基づき，3D-FE 解析ソフト MIDAS を用いて固有振動解析を行う．樺島大橋の 3D-FE モデルを**図－3.21** に示す．



図－3.21　樺島大橋 3D-FE モデル

樺島大橋の橋軸は，**図－3.9** に示した通り，北方向より左回りに 62 度偏角（ほぼ東西方向）していることから，日射による橋梁の両側面の温度変化は異なることが予想される．

まず，1 年間の実橋観測から得られた橋体の温度変化（約 30℃）を考慮した固有振動解析を行い，固有振動数の変化について検討する．次に日射面と非日射面の存在が固有振動数に与える影響について検討を行う．

前者に対する温度変化分の入力方法は，**図－3.15** の年間温度観測結果から確認できる橋体温度の年間変動分(30℃)に基づき，平均温度からの差分の＋15℃(Case1)，－15℃(Case2)を MIDAS で作成した 3D-FE モデルの全要素に入力する．また後者においては，**図－3.13** の日射面と非日射面の橋体温度差を**図－3.14** の日温度観測結果をもとに 5℃と設定し，その温度変化分をモデル片側側面の要素のみに入力する(Case3)．この 3 つのケースについて MIDAS による固有振動解析を行った．

解析手順は，前項で示した通り，温度荷重を与えたときの軸力を求め[手順 1]，次に，固有振動数解析を行う[手順 2]．検討ケースは以下のとおりである．

Case1　:　モデル全体要素対し +15℃

Case2　:　モデル全体要素対し－15℃

Case3　:　モデル片側側面の要素に対し +5℃

なお，温度変化の影響を詳細に検証するため，固有振動数を解析するモデルには，質量を与えている．よって，軸力には温度変化時の軸力だけではなく，自重による影響が考慮されている．

(2) 固有振動解析結果

以上の 3 ケースに対する固有振動解析結果を**表－3.4** に示す．ここに解析対象次数は 40 次までとした．同表の左端に示した「1 次」～「7 次」は，実橋の固有振動数同定結果（**図－3.16**）と対比させ，対象橋梁の鉛直面内 1 次～7 次振動に相当するモードとして抽出したことを表している．また当該次数の振動モードを**図－3.22** に示す．

なお，実橋の固有振動数同定結果（**図－3.16**）には，**表－3.4** の面内鉛直 1 次モード（0.765Hz : 軸力なし）に相当する振動数が確認されていないが，これはセンサーの設置位置が当該モードの節に位置したことに起因するものである．

表－3.5 は，年間温度変化（Case1 および Case2）の影響を評価するために，**表－3.4** の固有振動数解析結果から，面内鉛直 1 次～7 次のみを抽出したものであり．同表には，Case1 と Case2 の固有振動数の平均値および差，同平均値の軸力なし（温度変化なし）の場合に対する変化率を追記している．また，軸力を考慮した場合と軸力なしの解析結果とを比較し，その変化率を**表－3.6** に示す．

1)　年間温度変化(±15℃)による固有振動数の変動

±15℃の温度変化に伴う固有振動数の変化を**表－3.5** より確認する．+15℃の温度上昇により固有振動数は各次数とも微小であるが低下していることがわかる．同時に－15℃の温度低下によって固有振動数は同様に増加している．この結果は，実橋計測で得られた傾向と同様であり，温度の上昇／下降に伴って，固有振動数は低下／上昇することの妥当性を示したものと判断できる．それらの平均値が軸力なしの場合と一致しないのは，モデルの自重成分が軸力に影響しているためと考えられる．

7 次モードにおいては，軸力考慮(－15℃)では，軸力なしの固有振動数より大きな値となっている．このことは MIDAS で軸力を算出する際に温度変化成分だけではなく自重成分も軸力として変換されているためであり，7 次モードでは，自重の影響の方が，温度変化成分より大きいことが理由であると推測される．また，振動モード図（**図－3.22**）からわかるように，7 次モードは，橋全体が振動するモードではないことも上記の結果に影響していると考えられる．

温度変化に伴う年間の固有振動数は，7 次を除いて，各次とも 0.02Hz 以下の微小量，また変化率においては 1 次および 7 次を除いて 1%以下であることがわかる．実橋観測結果

から得られた振動数差（**表－3.2**）と比較すると，オーダーで1桁低い傾向にあるが，計測精度を鑑みて誤差範囲とみなすこともできる．観測では，8Hz付近および10Hz付近の固有振動数の変動が顕著であったが,解析結果に相当する面内鉛直6次および7次を見ると，前者においては比較的小さな変化率であり，定性的な一致は得られていない．後者においては，実測結果に対し解析値の方がより大きな変化率を示しているが，定性的に一致していることが確認できる．この振動モードは上述したように，橋全体が振動するモードではなく，桁部分が局所的に振動するモードである．全体が大きく振動するモードは，温度変化に対する反応性は鈍く，逆に，局所的な振動モードでは温度変化に対して鋭敏になる傾向があると推測できる.しかし,実橋観測では確認できなかった面内鉛直1次モード(0.8Hz付近）の解析結果は比較的大きな変化率を示している．この振動モードは逆対象に比較的大きく振動するモードであり，上記の仮定にはあてはまらない.

以上の検討より，詳細には，解析結果と実測結果の整合が取れない点は残るが，温度変化に伴い振動数が変化することについての検証を行うことができた.

2) 日射の影響による固有振動数の変動

日射面と非日射面の橋体温度差（5℃）による固有振動数への影響を見るために，樺島大橋の3D-FEモデルの片側側面の要素に当該温度を入力したときの固有振動数の変化率を**表－3.6**の「軸力考慮（片側+5℃)」の列に示した．前項の結果と同様に，1次および7次の変化率は比較的高いが，全体的に0.2%以下と極めて微小な変化であることがわかる．このように日射面／非日射面の存在が固有振動数の変化に与える影響は小さく，振動モニタリングを行う上で日射による固有振動数への影響は無視できると考えられる.

表－3.4　MIDAS による固有振動数解析結果（40 次まで）

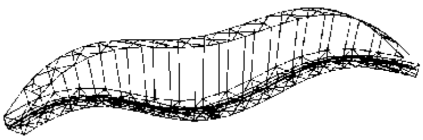
1) 面内	2) mode	軸力なし	軸力考慮 (+15℃)	軸力考慮 (-15℃)	軸力考慮 片側(+5℃)
1次	1	0.765	0.739	0.746	0.742
	2	0.836	0.823	0.824	0.823
2次	3	1.078	1.070	1.073	1.071
	4	1.324	1.327	1.328	1.327
3次	5	1.684	1.662	1.667	1.664
	6	1.93	1.837	1.838	1.838
4次	7	2.411	2.393	2.397	2.394
	8	2.929	2.887	2.891	2.888
	9	2.953	2.951	2.953	2.951
	10	2.985	2.965	2.970	2.967
	11	3.998	3.945	3.947	3.946
5次	12	4.021	3.990	3.997	3.993
	13	4.150	4.125	4.131	4.127
	14	5.100	5.062	5.070	5.065
	15	5.538	5.514	5.518	5.515
	16	6.139	6.124	6.130	6.126
	17	6.239	6.159	6.163	6.161
	18	6.349	6.307	6.316	6.31
	19	7.496	7.450	7.460	7.454
	20	7.799	7.737	7.744	7.739
6次	21	8.371	8.328	8.330	8.328
	22	8.599	8.553	8.565	8.559
	23	8.713	8.629	8.637	8.632
	24	9.279	9.312	9.321	9.315
	25	9.529	9.436	9.507	9.481
	26	9.557	9.580	9.685	9.663
	27	9.624	9.608	9.728	9.675
	28	9.697	9.620	9.737	9.698
	29	9.713	9.651	9.768	9.724
	30	9.730	9.657	9.784	9.728
	31	9.764	9.677	9.816	9.761
	32	9.781	9.711	9.820	9.774
	33	9.824	9.743	9.839	9.810
7次	34	9.834	9.749	9.854	9.816
	35	9.885	9.785	9.884	9.855
	36	9.926	9.814	9.903	9.881
	37	9.964	9.841	9.932	9.903
	38	10.008	9.853	9.945	9.920
	39	10.082	9.950	10.008	9.990
	40	10.108	10.020	10.025	10.022

1）面内：鉛直方向の有効質量比が大きなモード次数を示す

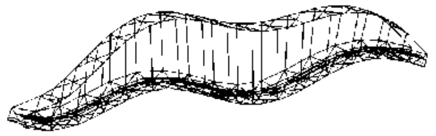
2）mode:３D-FE モデルから得られる全てのモード次数を示す

a) 鉛直 1 次(0.765Hz)

b)鉛直 2 次(1.078Hz)



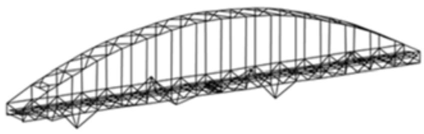
c) 鉛直 3 次(1.684Hz)



d)鉛直 4 次(2.411Hz)

e) 鉛直 5 次(4.021Hz)

f)鉛直 6 次(8.371Hz)



g)鉛直 7 次(9.834Hz)

図－3.22　MIDAS による固有振動解析結果（鉛直振動モード）

（括弧内は「軸力なし」の場合の固有振動数）

表－3.5　固有振動数(Hz)

	固有振動数(Hz)（軸力なし）	固有振動数(Hz)（軸力考慮）				変化率(%)
mode	[A]	＋15℃ [B]	－15℃ [C]	平均値 [D]＝(B+C)/2	振動数差 [E]=(C-B)	[F]=(E/A*100)
1次	0.765	0.735	0.751	0.743	0.016	2.092
2次	1.078	1.069	1.074	1.072	0.005	0.464
3次	1.684	1.658	1.67	1.664	0.012	0.713
4次	2.411	2.39	2.399	2.395	0.009	0.373
5次	4.021	3.985	4.002	3.994	0.017	0.423
6次	8.371	8.325	8.33	8.328	0.005	0.06
7次	9.834	9.68	10.041	9.861	0.361	3.671

表－3.6　軸力なしに対する軸力を考慮した場合の固有振動数の変動率(%)

mode	変化率（%）		
	軸力考慮（＋15℃）	軸力考慮（－15℃）	軸力考慮（片面＋5℃）
1次	-3.922	-1.830	-0.915
2次	-0.835	-0.371	-0.186
3次	-1.544	-0.831	-0.356
4次	-0.871	-0.498	-0.166
5次	-0.895	-0.473	-0.174
6次	-0.550	-0.490	-0.108
7次	-1.566	2.105	-0.610

3-8. 結論

本章では，AR モデルに基づく構造物振動特性推定システム，および移動体通信を用いた長期モニタリングシステムを開発し，支間長 150m 程度の鋼ランガー橋を対象に年間の振動計測を実施した．また，そこで観測された温度変化に伴う固有振動数の変化を 3D-FE 解析で再現することを試みた．その結果，以下のことが明らかになった．

1）対象橋梁の固有振動数は，温度の上昇・下降に伴って，それとは対照的に低下・上昇することが明らかとなった．また温度変化は高次振動に影響すること，またその変化分は 1% 程度であることが実測より確認できた．

2）橋梁の経年劣化あるいは損傷に伴う振動数低下分は，一般に微小量であることが想定される．それに加え，温度変化等の環境要因の影響によっても振動数は変化する．したがって，より信頼性の高い健全度評価システムとして確立するためには，温度変化に伴う振動数変化分を定量化し，予め計測システムに内装しておく必要がある．

3）3D-FE 解析ソフト MIDAS を用いて，温度変化に伴う固有振動数の変化を求めるための手法の妥当性を，はりモデルで検証した．次に対象とする樺島大橋の 3D-FE モデルに適用し，温度変化が，固有振動数の変動にどのように影響するかについて評価した．その結果，年間の温度変化に伴い生じる軸力の影響で，固有振動数が 1%程度変化することが明らかになった．局所的な振動が生じる高次のモード，またそれとは対照的に 1 次の振動モードにおいて，固有振動数の変化率が大きくなることがわかった．

4）実橋計測で得られた同時間の桁温度をもとに，日射面と非日射面の温度差を 5℃と設定し，固有振動数の変化に与える影響について検討を行った．その結果，固有振動数の変動に与える影響は極めて微小であることがわかった．現在の計測環境（計測精度）を考慮した場合，振動モニタリングを行う上で，日射が固有振動数に与える影響は無視できると考えられる．

当該橋梁（鋼ランガートラス桁橋）に対する温度変化に伴う振動数変動に関し，実橋実験および解析結果の整合性を確認することができた．環境変動のうち，比較的影響が大きいと考えられる温度の影響の定量化，さらには計測システムへの内装の実現可能性が実証

できたため，今後においては振動モニタリングによって，より精度の高い健全度診断が可能となると考えられる．

参考文献

1) Catbas, F.N., and Aktan, A.E.: Condition and damage assessment: Issues and some promising indices, Journal of Structural Engineering, Vol.128 (8), pp.1026-1036, 2002.

2) 阿部雅人，藤野陽三，長山智則，池田憲二：常時微動に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例，土木学会論文集，No.689/I-57，pp.261-274,2001.

3) 岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：常時微動に基づく AR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定，土木学会論文集，No.759/I-67，pp271-282，2004.

4) Peeters, B., De Roeck, G.: One-year monitoring of theZ24-Bridge: Environmental effects versus damage events, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30,pp.149-171, 2001.

5) Sohn., H., et al: An Experimental study of temperature effect on modal parameters of the Alamosa Canyon Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, pp.879-897, 1999.

6) 岡林隆敏，原 忠彦：道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A，pp.731-738, 1988.

第 4 章　実現理論による近接固有値を有する構造物の振動特性推定

4-1. はじめに

斜張橋の桁とケーブルの連成振動，吊床版橋やキャットウォークなどのように，吊り形式の構造物の振動実験において，自由振動波形に Beating（うなり）現象が発生することが知られている．近年，橋梁の軽量化や景観を考慮した設計により吊り形式の橋梁の建設が増加してきたが，これらの振動計測において,「うなり」を伴う振動波形を観測する事例[1~6]が多くなっている．この現象は，加振したい構造物の対象振動数に近接して他の固有振動数が存在するために発生する．振動実験においてうなり現象が発生すると，慣用的な１自由度系を仮定した振動特性推定法は適用できなくなる．また，周波数領域における方法では，周波数応答関数の共振点のピークが分離できないために，ハーフパワー法などが適用できなくなる．このように古典的手法の適用が困難なために，様々な振動特性推定法が提案されてきた．

讃岐ら[7]は，うなりを伴う自由振動波形を２自由度系の時刻歴応答波形と考え，うなりの周期および振幅と２自由度系の固有振動数と減衰定数の関係より，２自由度系の固有振動数と減衰定数を推定する方法を提案している．この手法において，２自由度系の振動数と減衰定数の概算値は計算できるが, 推定値の厳密な誤差の評価はできない. 岩本ら[8]は,近接固有値問題に拡張カルマンフィルタ[9]による同定方法を適用し，観測波形に雑音が含まれている場合の同定を行っている．この手法は振動系をモード分解することなく，振動系の係数を推定できる利点があるが，非線形推定法であるために，初期条件の選定や，測定データの量，繰り返し回数などにより，推定の演算時間が長くなる欠点がある．

振動計測の分野では，高精度な振動特性推定法として，モード解析法が確立[3,10,11]されてきた．著者ら[12]は，うなりを伴う振動波形に対してモード解析法を適用し，近接した固有値を有する２自由度系の構造モデルの単位衝撃応答関数と周波数伝達関数を，実測から求められるそれらの関数に非線形最小二乗法により曲線適合させて振動数と減衰定数を推定する手法を提案した．また，米田ら[13]は GA による推定法を提案している．これらの手法は，高い精度の推定は実現できたが，初期条件を設定して，繰り返し計算をする必要があり，遠隔計測など自動計測に適していない．モード解析法に時間領域推定法があり，この手法と関係するものに ARMA モデル推定法[14~16]がある．この手法は実現理論の１つの推定法であるが，次の実現法 ERA と比べると演算が直接的ではない．

近年，制御工学分野から発展してきた実現理論[17,18]を振動特性推定分野に適用した ERA(Eigen Realization Algorithm)手法[19~21]が普及し，衝撃応答による確定的手法や常時微

動による確率的手法[22,23]が確立してきた．著者らは，遠隔モニタリングによる自動振動計測の分野に，実現理論[24～27]を適用してきた．これらの手法を適用した損傷診断[28,29]の分野の研究が多く報告されている．

実現理論による振動特性推定法はコンピュータの高性能化により可能になった手法であり，特異値分解を核とする代数学的線形演算に基づいて推定を実現している．そのために，モード解析のように初期値を仮定することなく演算が可能であり，測定データから構造モデルを実現する理論構成になっているので，計測データを自動的に処理することが可能で，精度の高い振動特性推定が可能である．

本章は，実現理論による振動特性推定法を，近接固有値を有する構造系の振動特性推定問題に適用し，実現理論による振動特性推定法の有効性と推定精度の評価を行ったものである．まず，実現理論による振動特性推定法について，近接固有値の分解能を評価するために，数値シミュレーションを実施した．具体的には，近接固有値を有する2自由度系の衝撃応答と常時微動応答より振動数と減衰定数の推定を行い，確定論と確率論から近接固有値の推定分解能の評価を行った．次に，実用的な視点から本手法を吊床版橋3橋の衝撃加振試験の実験結果に適用し，実構造物に対する本手法の有効性を検証した．さらにモード解析法との比較により，本推定手法の簡便性と推定精度について評価した．

4-2　実現理論（ERA）による振動特性推定法 [19~21]

4-2-1　運動方程式の状態方程式による表現

ここでは，実現理論（ERA）の概要について説明する．計測データから逆推定する運動方程式を次式で考える．

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{c}\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{k}\mathbf{z}(t) = \mathbf{d}\mathbf{f}(t) \tag{4.1-1}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{e}\mathbf{z}(t) \tag{4.1-2}$$

ここに，$\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^n$，$\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^r$，$\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ は，節点ベクトル，外力ベクトル，観測ベクトルであり, n, r, m は自由度, 外力の作用点, 観測点の数を表す． $\mathbf{m} \in \mathbf{R}^{n\times n}$，$\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{n\times n}$，$\mathbf{k} \in \mathbf{R}^{n\times n}$ はそれぞれ質量行列，減衰行列，剛性行列であり，$\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{n\times r}$，$\mathbf{e} \in \mathbf{R}^{m\times n}$ は，それぞれの外力の作用点を選択する行列，および観測点を選択する行列である．運動方程式を状態方程式で表し，時間刻み Δ で離散化すると以下のように表される．

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{f}(k) \tag{4.2-1}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \tag{4.2-2}$$

ここに，$\mathbf{x}(k)$ は $\left[\mathbf{z}(k)^T \quad \dot{\mathbf{z}}(k)^T\right]^T \in \mathbf{R}^{2n}$ で表される状態変数，$\mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^r$ は離散化された外力，また $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ は，一般化された離散化された観測値である．なお，状態行列 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{2n\times 2n}$ と外力行列 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{2n\times r}$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{A} = e^{\overline{\mathbf{A}}T} \ ,\ \mathbf{B} = (e^{\overline{\mathbf{A}}T} - \mathbf{I})\overline{\mathbf{A}}^{-1}\overline{\mathbf{B}} \tag{4.3}$$

ここに，$\overline{\mathbf{A}} \in \mathbf{R}^{2n\times 2n}$ と $\overline{\mathbf{B}} \in \mathbf{R}^{2n\times r}$ は連続系の運動方程式(4.1)の係数数行列から構成される．

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{m} \\ \mathbf{m} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix} \ ,\ \overline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{m} \\ \mathbf{m} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

さらに，$\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{m\times 2n}$ は式(4.2-2)で定義された観測行列である．

4-2-2　衝撃応答から推定する場合（確定論）

k=0 の時刻において, 外力作用点 s のみに $\mathbf{f}_p(0)=[0\cdots1\cdots0]^T$ の衝撃力が作用する外力を考える. k≠0 では $\mathbf{f}_s(k)=\mathbf{0}^T$ である. この外力に対応する観測点の応答を $\mathbf{y}_s(k)$ で表す.

外力列　$s=1\cdots r$ を考える.

$$\mathbf{F}(k)=[\mathbf{f}_1(k)\cdots\mathbf{f}_r(k)]=\mathbf{I}\delta_{k0} \tag{4.5}$$

ここに δ_{k0} はクロネッカーのデルタである. この衝撃力列に対応する応答列を並べた行列 $\mathbf{\Lambda}(k)=[\mathbf{y}_1(k)\cdots\mathbf{y}_r(k)]\in\mathbf{R}^{m\times r}$ が得られる.

式(4.2)より, この衝撃力列に対応する応答列としてマルコフパラメータが得られる

$$\mathbf{\Lambda}(k)=\mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} \tag{4.6}$$

これは, 多点加振, 多点観測の衝撃応答である. このマルコフパラメータからハンケル行列を構成する.

$$\mathbf{H}(k-1)=\begin{bmatrix}\mathbf{\Lambda}(k) & \cdots & \mathbf{\Lambda}(k+l-1)\\ \mathbf{\Lambda}(k+1) & \cdots & \mathbf{\Lambda}(k+l)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{\Lambda}(k+s-1) & \cdots & \mathbf{\Lambda}\in(k+s+l-2)\end{bmatrix} \tag{4.7}$$

ここに, $\mathbf{H}(k-1)\in\mathbf{R}^{(m\cdot s)\times(r\cdot l)}$ となり, $\mathbf{\Lambda}(k)\in\mathbf{R}^{m\times r}$ 行列を(s×l)ブロックで構成した形になっている.

ハンケル行列 $\mathbf{H}(0)$ は可観測行列 $\mathbf{P}_s$ と可制御行列 $\mathbf{Q}_l$ に分解される.

$$\mathbf{H}(0)=\begin{bmatrix}\mathbf{C}\\ \vdots\\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{s-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{l-1}\mathbf{B}\end{bmatrix}=\mathbf{P}_s\mathbf{Q}_l \tag{4.8}$$

さらに, $\mathbf{H}(0)$ を特異値分解すると

$$\mathbf{H}(0)=\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T\approx\mathbf{U}_n\mathbf{S}_n\mathbf{V}_n{}^T \tag{4.9}$$

となる.

ここに, $\mathbf{S}$ の要素が有意な値をとる次数を n とする.

次に, 式(4.8)と同じく $\mathbf{H}(1)$ を分解すれば, 状態行列 $\mathbf{A}$ と観測行列 $\mathbf{C}$ は

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{S}_n{}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{U}_n^T\boldsymbol{H}(1)\boldsymbol{V}_n\boldsymbol{S}_n{}^{-\frac{1}{2}} \tag{4.10}$$

$$\mathbf{C}=\mathbf{E}_s\mathbf{P}_s \tag{4.11}$$

のように得られる.

$\mathbf{E}_s$ は $\mathbf{P}_s$ の上から m 行を抽出する行列で

$$\mathbf{E}_s=[\mathbf{I}_m\ \ \mathbf{0}_m\ldots\mathbf{0}_m]\in\mathbf{R}^{m\times(m\cdot s)} \tag{4.12}$$

で与えられる.

得られた状態行列 **A** の複素固有値より，固有振動数と減衰定数が得られ，また **A** の固有ベクトルと観測行列 **C** より振動モードが得られる.

状態行列 **A** からの固有振動数と減衰定数の推定 [20,25～27]過程を以下に示す.

状態行列 **A** から，共役な対となる異なる複素固有値$(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{2n})$が得られる． Γを **A** の固有値の行列， $\boldsymbol{\psi}$ を固有ベクトルとする.

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_{2n} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

$$\mathbf{\Psi} = [\psi_1 \ \psi_2 \ \cdots \psi_{2n}] \tag{4.14}$$

式(2)の係数行列 $[\mathbf{A}\ \ \mathbf{B}\ \ \mathbf{C}]$はそれぞれ$[\mathbf{\Gamma}\quad \mathbf{\Psi}^{-1}\mathbf{B}\quad \mathbf{C\Psi}]$に変換される．状態行列 **A** から $2n$ 個の固有値特 λ_k が得られるが，この固有値は複素数となる.

$$\lambda_k = X_R^k + iX_I^k \tag{4.15}$$

離散系と連続系の固有値の関係は

$$\lambda_k = exp\left(\left(-h_k\omega_k + i\sqrt{1-h_k^2}\omega_k\right)\Delta\right) \tag{4.16}$$

で表され，離散系の固有値から連続系の固有値が得られる.

$$h_k\omega_k = -\tfrac{1}{\Delta}\log\sqrt{\left(X_R^k\right)^2 + \left(X_I^k\right)^2} \tag{4.17}$$

$$\omega_k\sqrt{1-h_k^2} = \tfrac{1}{\Delta}tan^{-1}\tfrac{X_I^k}{X_R^k} \tag{4.18}$$

ここに，ω_k と h_k は，（4.1-1）式から得られる，k 次の固有円振動数と減衰定数である. また，観測点の振動モードは$\mathbf{C\Psi}$より求めることができる.

4-2-3　常時微動から推定する場合（確率論）

式(4.1)の外力を白色雑音 $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$ として考える．離散時間パラメータを τ とすると，

$$\mathbf{f}(\tau) = \mathbf{w}(\tau) \tag{4.19}$$

となる．白色雑音系列 $\mathbf{w}(\tau)$ の平均値と自己相関関数行列は

$$E\left[\mathbf{w}(\tau)\right] = \mathbf{0}, \quad E\left[\mathbf{w}(\tau)\mathbf{w}(k)^T\right] = \mathbf{Q}\delta_{\tau k} \tag{4.20}$$

で与えられる．

ここで，$E[\ ]$ は数学的平均の演算子である．また，$\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{r \times r}$ は白色雑音の強度行列であり，$\delta_{\tau k}$ はクロネッカーのデルタである．応答 $\mathbf{x}(\tau)$ の平均値を $E\left[\mathbf{x}(\tau)\right] = \mathbf{0}$ とすると，その共分散行列は，

$$\mathbf{R}(\tau) = E\left[\mathbf{x}(\tau)\mathbf{x}(\tau)^T\right] \tag{4.21}$$

で定義される．

式(4.2-1)の共分散を計算すると共分散方程式[22)]

$$\mathbf{R}(\tau+1) = \mathbf{A}\mathbf{R}(\tau)\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \tag{4.22}$$

が得られる．

常時微動のモデルとして $\tau \to \infty$ とした場合の定常過程を考えると，$\mathbf{R}(\tau+1) = \mathbf{R}(\tau) = \mathbf{R}$ となり，共分散方程式は

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \tag{4.23}$$

で表される．

次に，観測値 $\mathbf{y}(\tau)$ の自己相関行列は

$$\mathbf{\Lambda}(k) = E\left[\mathbf{y}(\tau+k)\mathbf{y}(\tau)^T\right] = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{G} \tag{4.24}$$

で与えられる．ここに，$\mathbf{G} = \mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{C}^T$ としている．外力を白色雑音と仮定した常時微動の場合は，観測値の自己相関関数行列が，マルコフパラメータと同じ形になる．そこで，常時微動の自己相関行列を用いて，観測振動のみから振動特性を推定することが可能である．

4-2-4　実測データの処理

(1)衝撃応答より推定する場合（確定論）

構造物の l 点に衝撃力を加えた場合,時間刻み Δ でサンプリングした観測値 $\hat{\mathbf{y}}_l(k)$ を $\hat{\mathbf{y}}_l(1)$ ～ $\hat{\mathbf{y}}_l(N)$ として m 列の N 個のデータを得る．加振点を 1～r 点まで変えて行い，

$$\hat{\mathbf{\Lambda}}(k) = \left[\hat{\mathbf{y}}_1(k) \cdots \hat{\mathbf{y}}_r(k)\right](k = 1 \cdots N) \tag{4.25}$$

$(m\times r)$ブロックのデータ $\hat{\mathbf{\Lambda}}(k)$ を$(k=1,\ldots, N)$まで収録する．$\hat{\mathbf{\Lambda}}(k)$ が実測によるマルコフパラメータになっている．このブロックデータ行列から $\mathbf{H}(0)$ と $\mathbf{H}(1)$ を構成することにより，式(4.10)(4.11)より状態行列 $\mathbf{A}$ と観測行列 $\mathbf{C}$ を求めることができる．

(2)常時微動より推定する場合（確率論）

常時微動の観測データ $\tilde{\mathbf{y}}(\tau) \in \mathbf{R}^m$ を平均値 $\mathbf{0}$ になるように前処理する．観測データの自己相関行列

$$\tilde{\mathbf{\Lambda}}(k) = \frac{1}{N}\sum_{\tau=1}^{N} \mathbf{y}(\tau + k)\mathbf{y}(\tau)^T \tag{4.26}$$

を構成する．$\tilde{\mathbf{\Lambda}}(k)$ を $k = 1\ldots M$ まで求めるためには，観測データ $\tilde{\mathbf{y}}(\tau)$ は，τ =1･･･N+M まで収録する必要がある．

このブロックデータ行列から $\mathbf{H}(0)$ と $\mathbf{H}(1)$ を構成することにより，式(4.10)(4.11)より状態行列 $\mathbf{A}$ と観測行列 $\mathbf{C}$ を求めることができる．

4-3. ２自由度系構造物のインパルス応答による振動特性の推定

4-3-1　近接固有値を有する２自由度系

対象モデルは，**図－4.1** のような２つの質点間をばね k_{12} で繋いだ２自由度系構造物モデルである．このモデルに外力を作用させ，設定した振動数で振動する場合を考える．図のような 2 自由度系構造物モデルに外力が作用する場合，運動方程式は次式で与えられる．

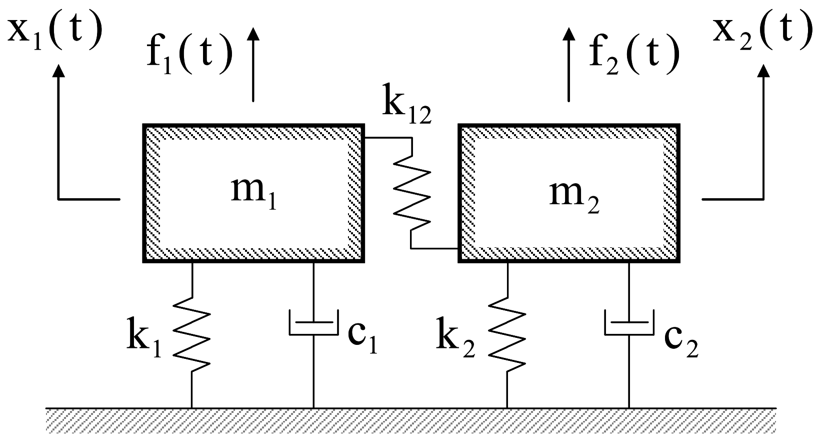
$$m_1\ddot{x}_1(t)+c_1\dot{x}_1(t)+k_1x_1(t)+\ k_{12}\big(x_1(t)-x_2(t)\big)\ =\ f_1(t) \tag{4.27}$$

$$m_2\ddot{x}_2(t)+c_2\dot{x}_2(t)+k_2x_2(t)+\ k_{12}\big(x_1(t)-x_2(t)\big)\ =\ f_2(t) \tag{4.28}$$

ここで，質量 m_1=m_2=m，剛性 k_1=k_2=k，k_{12}=rk とし，非減衰振動を考えると，系の固有円振動数は次式で表される．

$$\omega_1=\sqrt{\frac{k}{m}}\quad ,\ \omega_2=\sqrt{\frac{k(1+2r)}{m}} \tag{4.29}$$

式(4.29)で表されるように質量と剛性が等しい場合，r の値を変化させることで系の振動数を接近させたり，離したりすることができる．ここでは r の値を変化させ，近接した固有振動数を与えることにより，うなり現象を有する２自由度系構造モデルを構成する．

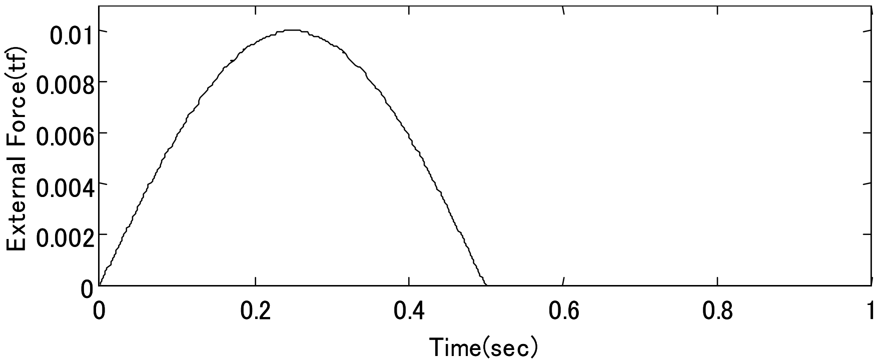


図－4.1　２自由度系構造物モデル

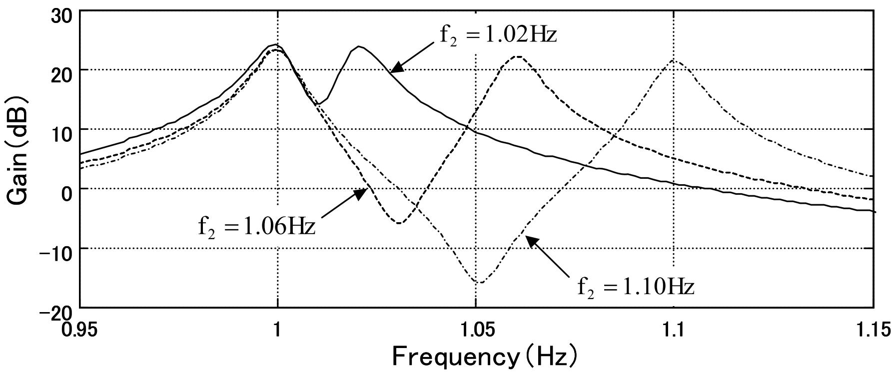
4-3-2　衝撃加振シミュレーションと振動特性推定

(1)　２自由度系構造物モデルと計算条件

２自由度系構造物モデルの諸元は，重量 m_1=m_2=9.8kN　(1.0tf)，剛性 k_1=k_2=39474(N/m)，減衰定数 h_1=h_2=0.005，質点１の固有振動数は f_1=1.0Hz とする．質点２の固有振動数 f_2は，r の値を f_2=1.10Hz, 1.06Hz, 1.02Hz となるように変化させ，それぞれ Case1，Case2，Case3 とする．また外力には，最大加振力 98N(0.01tf)，作用時間 0.5sec の衝撃加振力を作用させた．時間刻みを Δ=0.01sec，解析時間を T=80sec とし，離散線形システムの時間応答をシミュレーションする．**図－4.2** に作用外力，**図－4.3** に各ケースの周波数応答を示す．



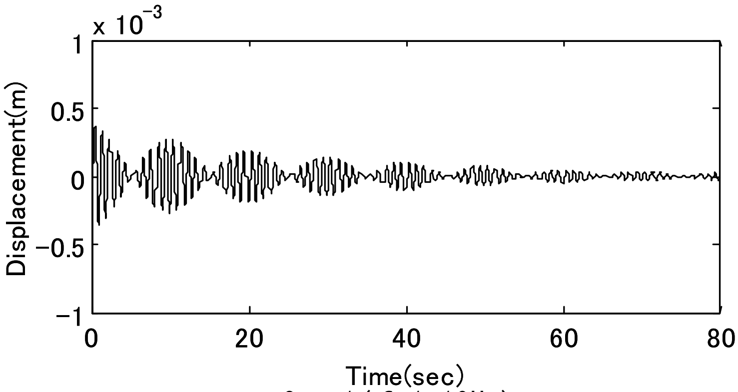
図－4.2　　作用外力（衝撃加振力）



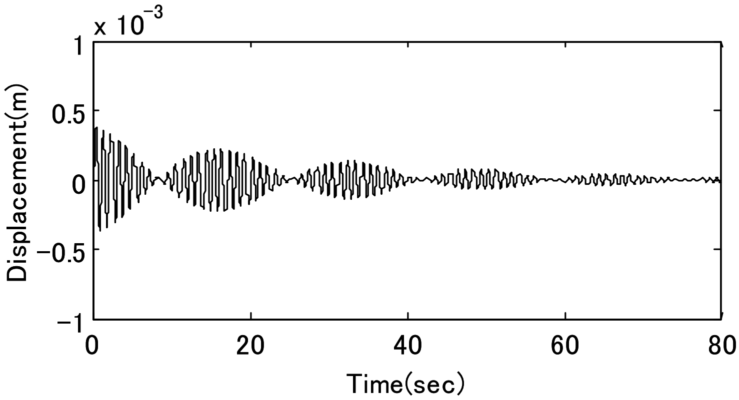
図－4.3　周波数応答

(2) 応答解析結果

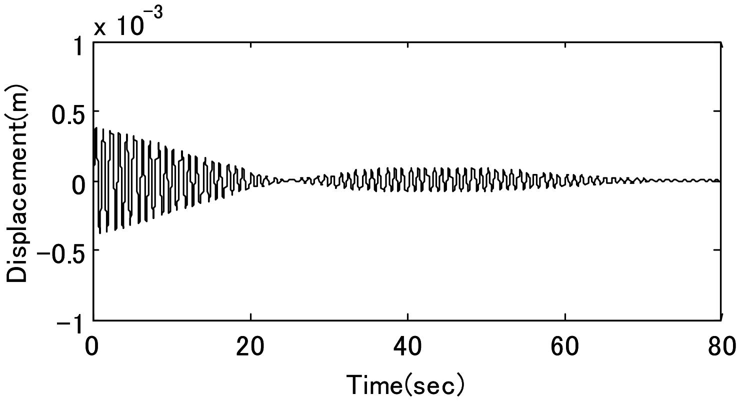
図−4.4 に衝撃加振力を加えた時の各ケースにおける質点１の変位応答を示す．各ケースともうなりの発生が明確に表れており，加振後うなりを伴いながら減衰していく様子が確認できる．図よりうなりの発生間隔は，Case1 で約 10sec，Case2 で約 15sec，Case3 で 40~50sec であり，各ケースの振動数 f_1 と f_2 の差である 0.1Hz, 0.06Hz, 0.02Hz とほぼ同じ間隔となる．



Case1（f_2=1.10Hz）



Case2 （f_2=1.06Hz）



Case3（f_2=1.02Hz）

図−4.4　衝撃加振力を加えた時の質点１の変位応答

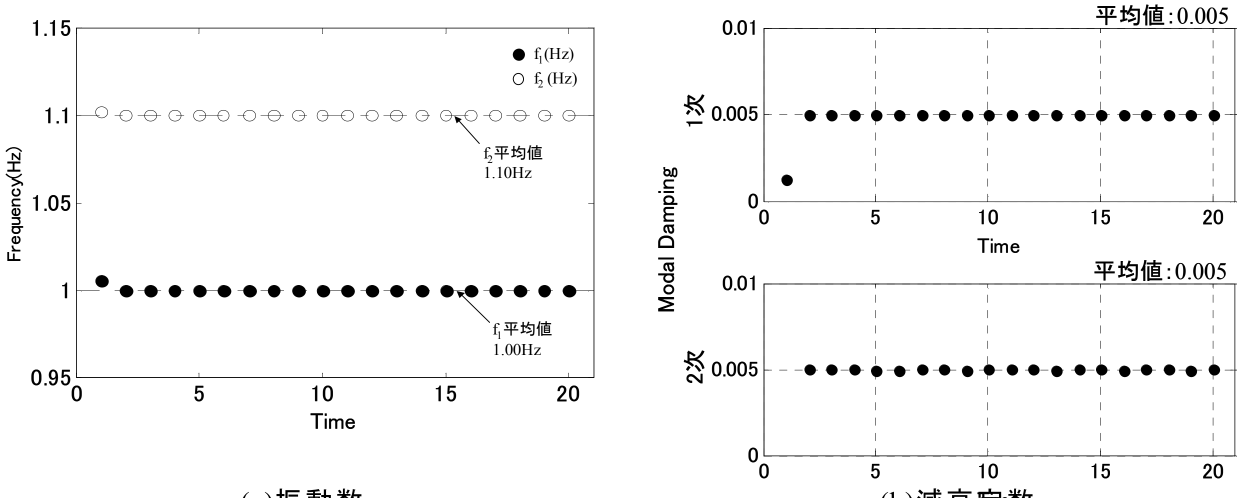
4-3-3 振動特性推定結果

(1) 推定条件

得られた応答波形より，ERA 法を用いて振動特性の推定を行った．推定には速度応答を用い，3sec のデータを一区分として計 20 回の推定を行った．また，解析対象は質点 1，2 の多点観測とし, 時間刻みは Δ=0.01sec の場合について解析を行った．よって推定条件は, 観測点数 : 2（質点 1，2），時間刻み : 0.01sec，一回の計算に使用するデータ長 : 3sec，Hankel 行列の行数 : 50，計算回数 : 20 回である．以下に，各ケースの振動特性推定結果を示す．

(2) Case1

図－4.5 に Case1 における振動数推定結果を示す．推定結果を見ると，計算回数２回目以降の結果は，振動数および減衰定数とも極めて高い精度で推定が行えており，ばらつきはほぼ見られない結果となった．また，図中の平均値は１回目の推定結果を除いて計算したものであるが，それぞれの平均値も設定値と完全に一致する結果となった．従って，自由振動の波形からは構造物の振動特性を高い精度で推定できるといえる．１回目の推定結果にばらつきが見られるのは，衝撃加振力による影響が応答に含まれているためと考えられる．

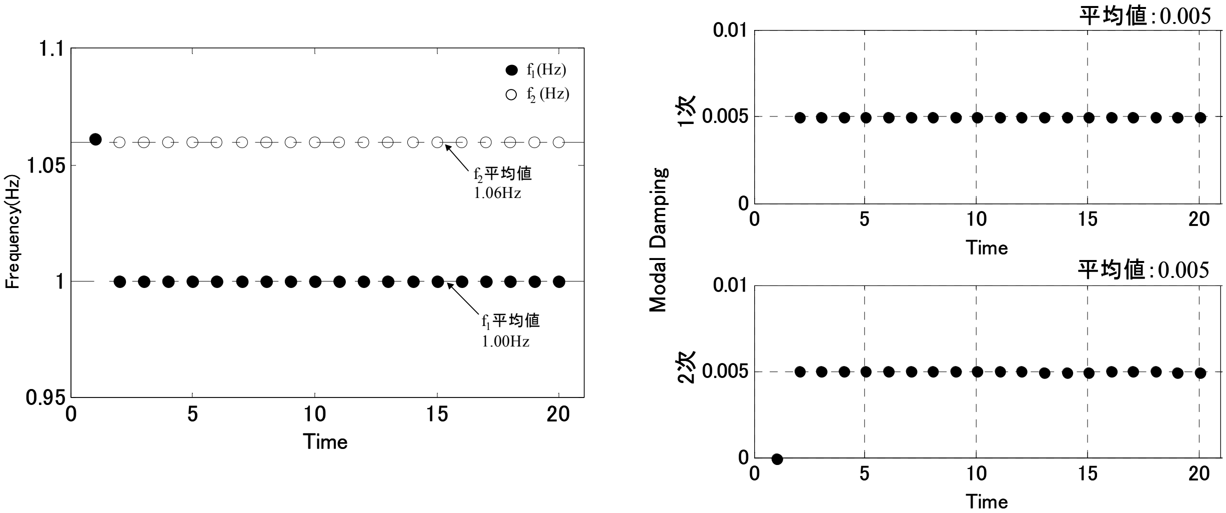


(a)振動数　　(b)減衰定数

図－4.5　振動特性推定結果（Case1, f2=1.10Hz）

(3) Case2

図－4.6 に Case2 における振動数推定結果を示す．振動数および減衰定数は Case1 と同様に，１回目の推定結果以外は非常に高い精度で行えており，ばらつきはほぼ確認できない．また，各結果の平均値も設定値と完全に一致する結果となった．

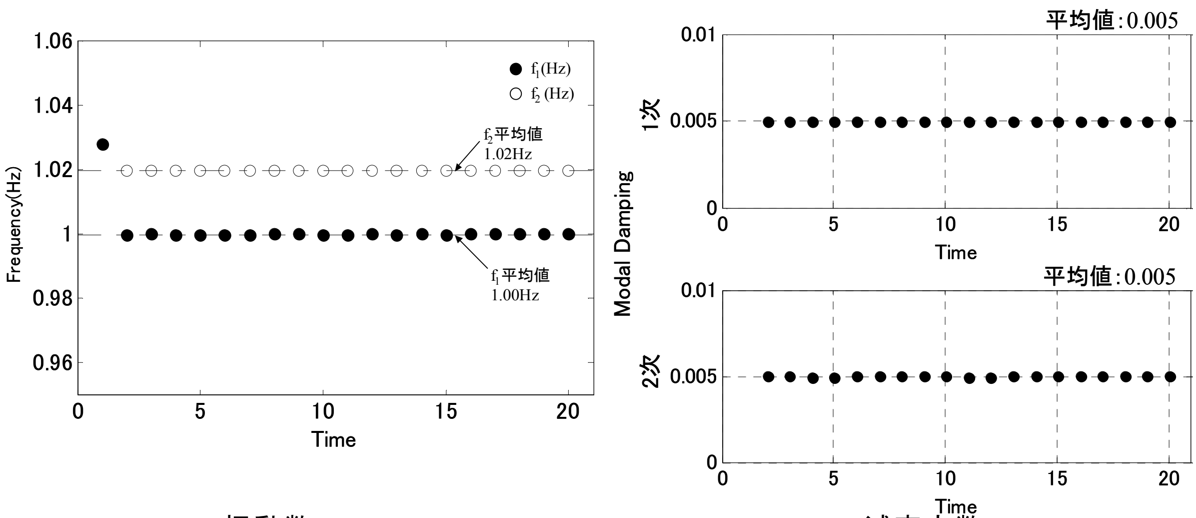


(a)振動数　　(b)減衰定数

図－4.6　振動特性推定結果（Case2, f2=1.06Hz）

(4) Case3

図－4.7 に Case3 における振動数推定結果を示す．振動数および減衰定数の推定結果は，他ケースと同様に高精度な結果が得られ，平均値も設定値と同じ値となった．従って，衝撃加振力が作用した場合は振動数の近接幅が小さい場合でも，精度良く推定が行えることを確認した．



(a)振動数　　(b)減衰定数

図－4.7　振動特性推定結果（Case2, f2=1.02Hz）

(5) 推定結果の評価

Case1~3 の推定結果の平均値と変動係数を**表－4.1** に示す. 推定振動数の平均値は設定値と一致し，変動係数はいずれの結果も 0 %となった．また，減衰定数の推定結果も振動数と同様に平均値は設定値と一致し，変動係数も極めて小さな値となった．衝撃加振力が作用する場合に良好な精度が得られたのは, 状態方程式にノイズを考慮した項がないことと, 衝撃加振後は設定した減衰定数で減衰することが考えられる.

表－4.1　振動特性推定結果の平均値と変動係数

Case	時間刻み Δ (sec)	固有振動数			固有振動数			減衰定数	減衰定数（1次）		減衰定数（2次）	
		設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)	設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)	設定値	平均値	変動係数 (%)	平均値	変動係数 (%)
Case 1			1.00	0.00	1.10	1.10	0.00		0.005	0.00	0.005	0.00
Case 2	0.01	1.00	1.00	0.00	1.06	1.06	0.00	0.005	0.005	0.01	0.005	0.01
Case 3			1.00	0.00	1.02	1.02	0.00		0.005	0.00	0.005	0.00

近接した固有振動数を有する構造モデルに対し，衝撃加振力が作用した場合の応答解析を行った．さらに，得られた解析結果より振動特性の推定を行った結果，近接幅の小さいケースでも高精度な推定を行うことができた．以上より，実現理論を用いた手法は，近接固有値を有する構造物に衝撃加振力が作用する場合の振動特性推定に有効であることを確認した.

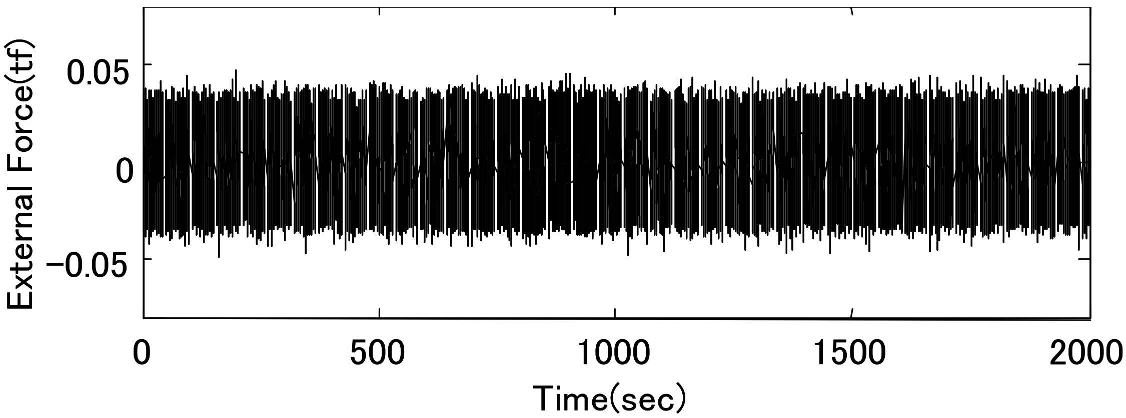
4-4.2 自由度系の常時微動シミュレーションと振動特性推定

4-4-1 計算手順

衝撃加振力が作用する場合と同様に，**図－4.1** に示す２自由度系モデルに常時微動外力が作用した場合の応答計算を行い，得られた応答から振動特性の推定を行う．

本研究では，常時微動外力に時系列データ間に相関のない白色雑音を用いている．そのため，状態方程式の外力の項にノイズによる影響が含まれ，推定結果にばらつきが生じると予想される．また，計算モデルのうなりは比較的長い周期で発生すると考えられる．そこで，推定の際に比較的長い常時微動データを取り出し，取り出した波形の自己相関関数の計算を行い，Hankel 行列を作成する手順で振動特性推定を行う．自己相関関数を計算することで，ノイズの影響を受けにくくし，推定精度の向上を図ることができる．

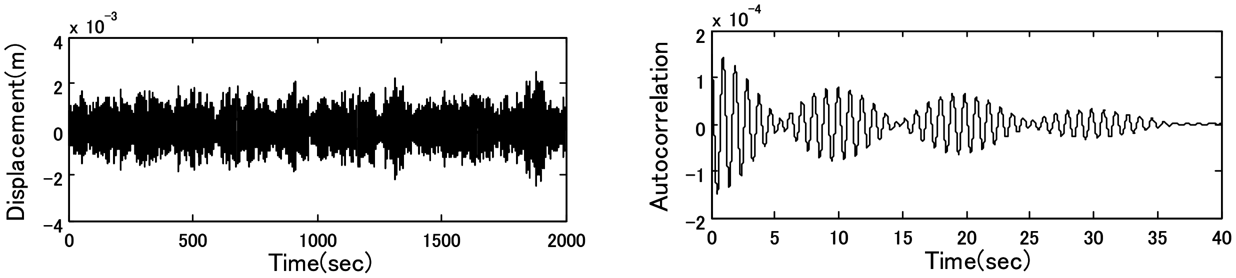
構造モデルの諸元は衝撃加振力の場合と同じ値を用い，質点２の固有振動数も衝撃加振力の場合と同じ f_2=1.10Hz, 1.06Hz, 1.02Hz とした（Case1~3）．また，常時微動外力には最大加振力 392N(0.04tf)程度の白色雑音を作用させた．ここでは, 加振力を，３章の解析結果（変位）と同等とするため，392N に変更した．衝撃加振力が作用する場合と比べてより長時間のデータが必要されることを想定し，解析時間を T=2000sec，時間刻みを Δ=0.001sec として解析を行った．なお，解析手法には，衝撃加振力の場合と同様の手法を用いた．**図－4.8** に作用外力を示す．



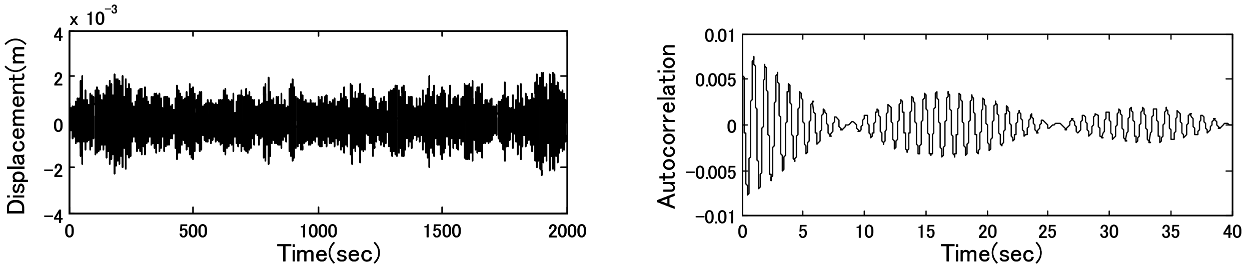
図－4.8　作用外力

4-4-2 応答解析結果

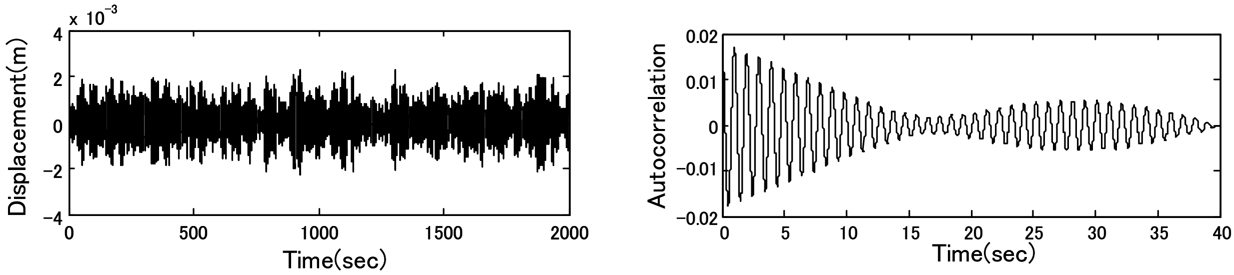
図－4.9 に Δ=0.001sec の場合の質点１の変位応答，および自己相関関数を示す．応答波形にはノイズの影響が見られるが，計算した自己相関関数からうなりの発生を確認することができる．



Case1（f_2 =1.10Hz）



Case2 （f_2 =1.06Hz）



Case3（f_2 =1.02Hz）

図－4.9　変位応答（質点１，Δ=0.001sec）（上段：変位応答／下段：自己相関関数）

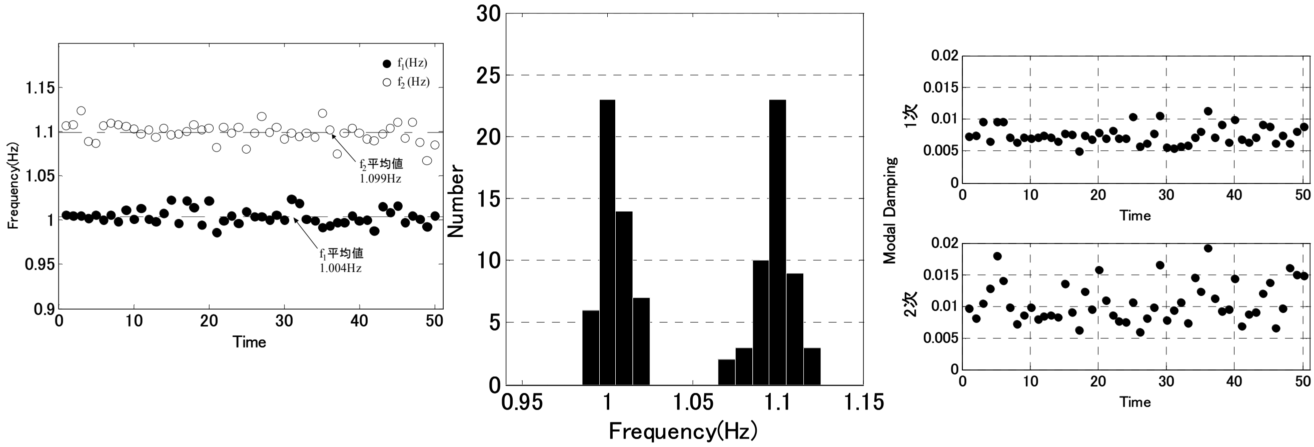
4-4-3 振動特性推定結果

(1) 推定条件

得られた応答波形より，ERA 法を用いて振動特性の推定を行った．推定には，速度応答を用い，40sec のデータを一区分として計 50 回の推定を行った．また，解析対象は質点 1，2 の多点観測としてそれぞれ解析を行った．よって推定条件は，観測点の数 : 2 点（質点 1，2），時間刻み : 0.001sec，一回の計算に使用するデータ長 : 40sec，Hankel 行列の行数 : 100，計算回数 : 50 回である．

(2) Case1

図－4.10 に Case1 における振動特性推定結果を示す．推定の結果，振動数は 1.1Hz と 1.0Hz 付近に集中したが，衝撃加振力の場合と比べてばらつきが大きく，平均値も設定値と完全に一致しない結果となった．振動数推定結果のヒストグラムの分布が固有振動数の位置に集中していることがわかる．減衰定数の結果については推定できているが，設定値である h=0.005 よりも高い値となった．これは，常時微動外力が作用する場合には連続的に荷重が作用し，衝撃加振力の場合のように自由減衰とならないためだと考えられる．

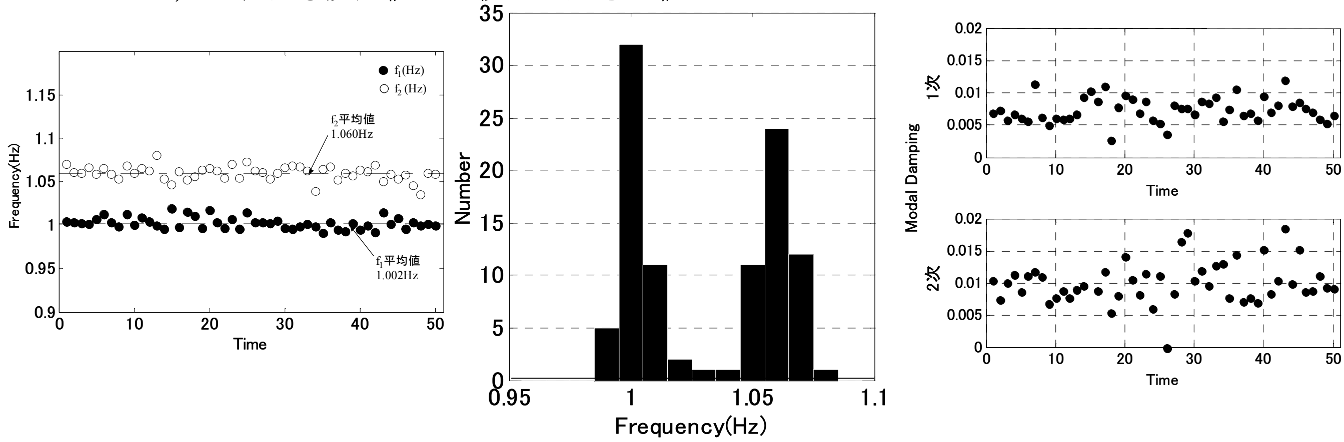


(a)振動数　　(b) ヒストグラム　　(c) 減衰定数

図－4.10　振動特性推定結果（Case1,　f_2=1.10Hz）

(3) Case2

図－4.11 に Case2 における振動特性推定結果を示す．推定振動数は，Case1 と同様にばらつきの小さい結果となった．また，ヒストグラムの分布についても，固有振動数の位置に集中していることがわかる．減衰定数推定結果に関しては，Case1 と同様に値は得られているが，いずれも設定値と比較して大きな値となった．

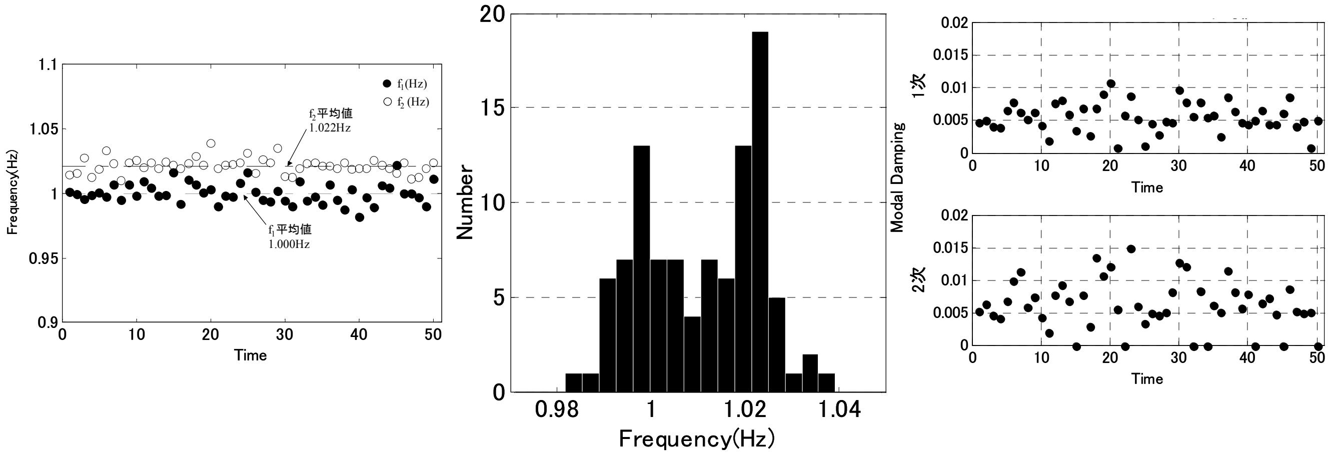


(a)振動数　　(b) ヒストグラム　　(c) 減衰定数

図－4.11　振動特性推定結果（Case2,　f_2 =1.06Hz）

(4) Case3

図－4.12 に Case3 における振動特性推定結果を示す.推定振動数は,ばらつきも小さく,平均値も設定値と非常に近い結果が得られた．減衰定数に関しては他ケース同様に振動数と比較してばらつきが大きく，また，設定値から大きく外れる結果となった．



(a)振動数　　(b) ヒストグラム　　(c) 減衰定数

図－4.12　振動特性推定結果（Case3,　f_2 =1.02Hz）

(5) 推定結果の評価

近接固有値を有する構造モデルに，常時微動外力が作用した場合について応答計算を行い，速度応答から振動特性の推定を行った．常時微動外力によるノイズの除去および，長い周期で発生すると予想されるうなりを捉えるため，比較的長時間の常時微動データを取り出し，取り出したデータの自己相関関数から振動特性の推定を行った．Case1～3 の推定結果の平均値と変動係数を表－4.2 に示す．推定結果より，衝撃加振の場合と比較してばらつきが見られたが，固有値の近接幅が小さい場合でも概ね良好な推定結果が得られた．従って，近接固有値を有する構造モデルの振動数推定には，実現理論を用いる手法が有効であることを確認した．減衰定数の推定については設定値に近い値が得られず，変動係数も非常に大きな値となった．常時微動を用いて振動特性を推定する場合，計算に使用するデータ長が長くなるため，計算に要する時間も長くなる傾向にある．計算手法の改善も含めた検討が必要と考えるが，これについては今後の課題とする．

表－4.2　推定結果の平均値と変動定数

Case	時間刻み Δ (sec)	固有振動数			固有振動数			減衰定数	減衰定数（1次）		減衰定数（2次）	
		設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)	設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)	設定値	平均値	変動係数 (%)	平均値	変動係数 (%)
Case 1	0.001	1.000	1.004	0.87	1.10	1.900	0.97	0.005	0.008	18.7	0.011	30.0
Case 2			1.002	0.67	1.06	1.060	0.78		0.007	25.6	0.011	39.4
Case 3			1.000	0.79	1.02	1.022	0.57		0.006	40.5	0.006	60.7

4-5. 吊床版橋の衝撃加振実験による振動特性推定

4-5-1　吊床版橋の衝撃加振実験

本手法の有効性を検証するために，近接固有値を有する実橋梁３橋の振動特性推定を行った．対象橋梁の形式はいずれも吊床版橋であり，梶川らによって実施された人力加振による衝撃加振実験[1,2]で得られた速度応答を本解析に用いた．

4-5-2　対象橋梁と衝撃加振実験

計測対象は既存の吊床版橋３橋である．それぞれ A 橋，B 橋，C 橋とし，表－4.3 に各橋梁の諸元を示す．本解析で用いた速度データは，各吊床版橋の 1/4L 地点で人力加振して得られたものである．表－4.4 に各橋梁における加振実験の条件，図－4.13 に速度計の設置位置と支間中央における速度応答波形を示す．支間長は C 橋のみ比較的長いが，各吊床版橋の構造はほぼ同様であり，本章で対象とする振動次数までのモード形状はいずれも同様であった[1]．実験で求められた各橋の振動特性の詳細は，文献 1)を参照されたい．

表－4.3　各吊床版橋の諸元

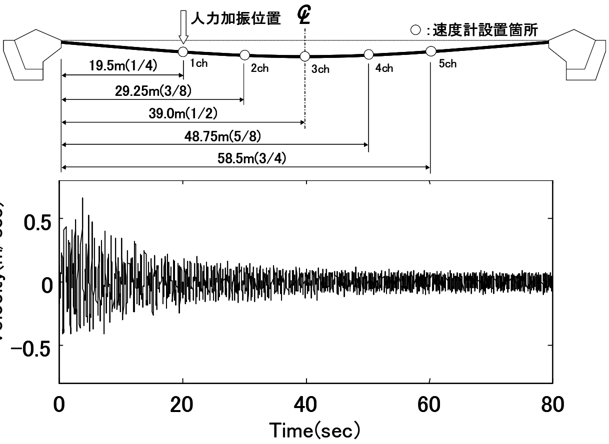
		A橋	B橋	C橋
橋長	m	88.0	85.0	137.0
支間長	m	78.0	76.5	123.0
サグ比		1/34.7	1/34.8	1/30.0
有効幅員	m	1.50	1.50	1.50

表－4.4　加振実験の条件

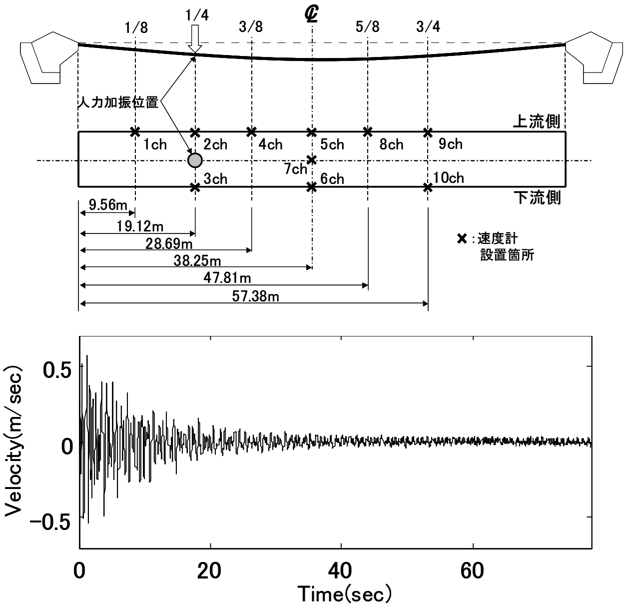
		A橋	B橋	C橋
加振位置	m	19.50	19.12	30.75
センサー数	点	5	10	10
サンプリング周波数	Hz	100	100	40
計測時間	sec	80.0	78.0	50.0

表－4.5　推定条件

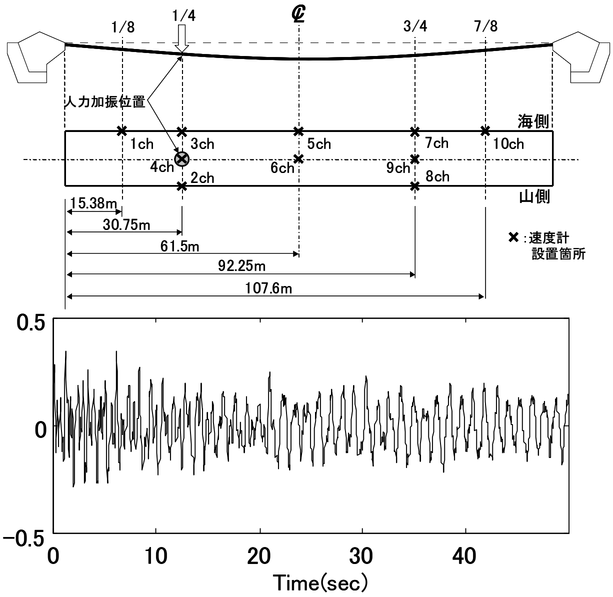
		A橋	B橋	C橋
観測点の数	点	5	10	10
時間刻み	sec	0.01	0.01	0.025
計算に使用するデータ長	sec	4	4	4
Hankel行列の行数		50	50	50
計算回数	回	20	18	11



(a) A 橋の速度計設置箇所と速度応答（3ch）



(b) B 橋の速度計設置箇所と速度応答（5ch）



(c) C 橋の速度計設置箇所と速度応答（5ch）

図－4.13　速度計設置位置

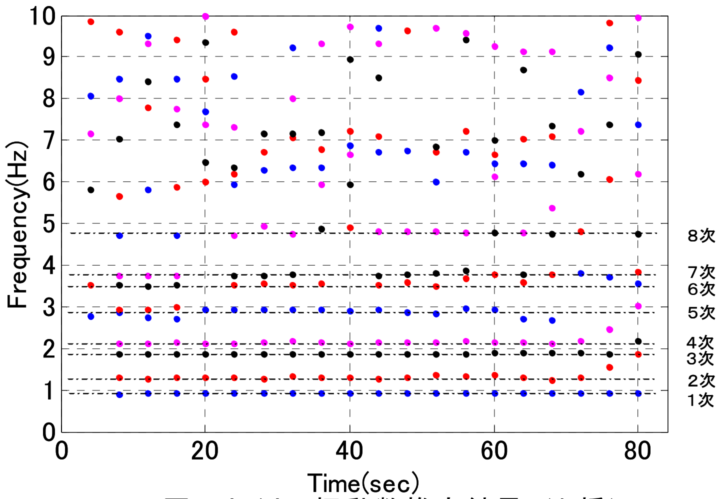
4-5-3　吊床版梁の振動特性推定

衝撃加振実験で得られた速度応答を用いて ERA 法により振動特性の推定を行った．推定条件を**表－4.5** に示す．各ケースの振動特性推定結果を以下に記す．

(1) A 橋の振動特性推定結果

①振動数

A 橋における振動数の推定結果を**図－4.14** に示す．最初の衝撃加振時および，後半部分以外は，0.9，1.2，1.9，2.1，2.9，3.5，3.6，4.8Hz 付近の固有振動数の存在を確認できる．このように，実現理論を適用した結果，比較的近接した固有値を有する構造物の固有振動数を推定できることを確認している．後半部分については，減衰により明確な振動数を推定することができていない．また，5.0Hz 以上の振動数に関しては非常にばらつきが大きく，明確な振動数を推定ができていない．**表－4.6** 中に示す平均値，標準偏差および変動係数は，得られた推定結果に対し統計処理を施した値である．２次を除く低次振動においては変動係数が低いことから高精度な推定が行われていることが確認できる．それに対して高次振動においては，変動係数が若干大きくなり，推定精度が低下することが確認された．



図－4.14　振動数推定結果（A 橋）

表－4.6　振動数推定精度の評価（A 橋）

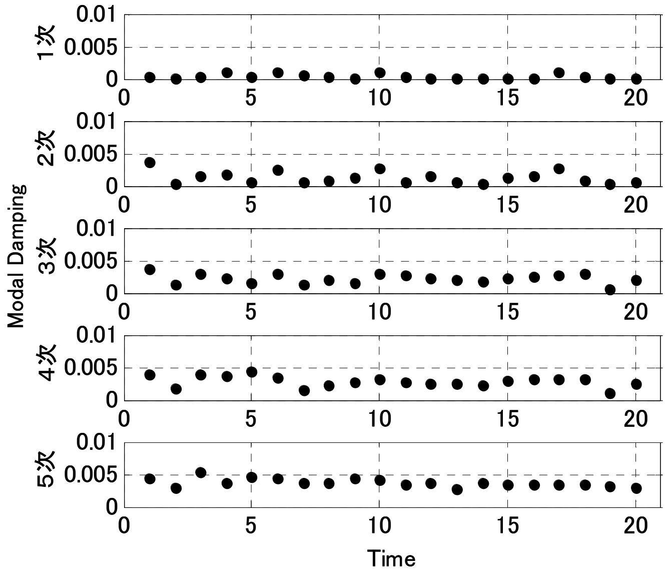
次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	0.928	0.009	0.99
2次	1.345	0.146	10.8
3次	1.892	0.070	3.7
4次	2.207	0.212	9.6
5次	2.993	0.326	10.9
6次	3.901	0.904	23.2
7次	4.522	1.165	25.8

表－4.7　減衰定数推定精度の評価（A 橋）

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0004	0.0004	100.0
2次	0.0013	0.0010	76.9
3次	0.0022	0.0008	36.4
4次	0.0029	0.0008	27.6
5次	0.0037	0.0006	16.2

②減衰定数

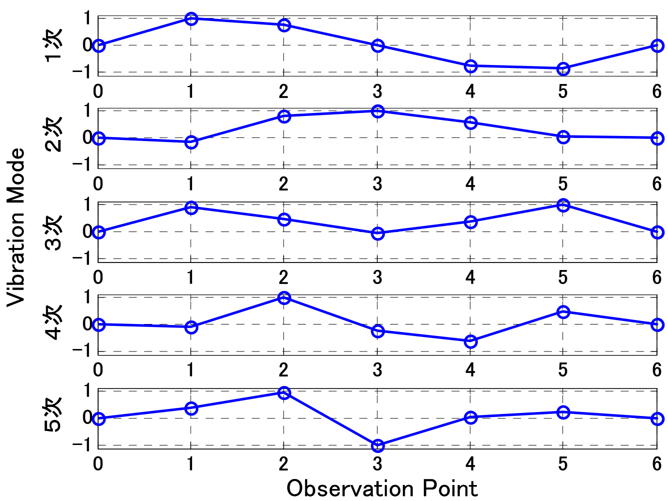
１次から５次までの減衰定数の推定結果を**図－4.15** に示す．減衰定数の推定結果は，固有振動数の場合と比較して，ばらつく傾向にあることが確認できる．推定結果の平均値，標準偏差および変動係数を表したものが**表－4.7** である．全体的に変動係数は振動数の場合と比較して，大きな値となっている．一方で，減衰定数の変動係数は，高次になるに従って小さくなることが確認できる．ただし，各次数の標準偏差において，有意な差は認められない．よってその理由は，減衰定数自体が高次になるに従って大きくなることによる，見掛け上の効果と考えられる．



図－4.15　減衰定数推定結果（A 橋）

③振動モード

１次から５次までの振動モード推定結果を**図－4.16** に示す．５次の振動モードについてはセンサの設置箇所が少ないため３次と同じ振動モードとなっているが，これはねじれによる影響と考えられる．

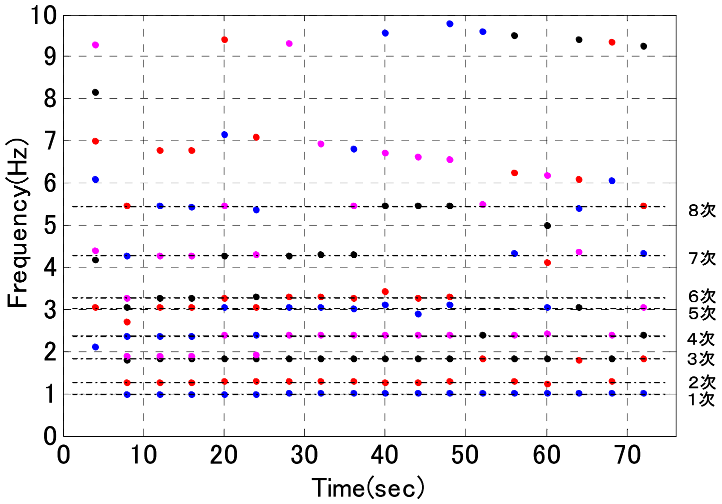


図－4.16　振動モード推定結果（A 橋）

(2) B 橋の振動特性推定結果

①振動数

B 橋における振動数の推定結果を**図－4.17** に示す．最初の衝撃加振時および後半部分において推定結果にばらつきが生じているが，1.0，1.2，1.9，2.4，3.1，3.2，4.2，5.4Hz 付近に固有振動数が存在することが同図より見てとれる．また， 6.0Hz 以上の高次振動に関しては，明確な振動数推定ができていないことがわかる．**表－4.8** は，推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものである．振動次数が高くなるにつれ，推定結果の変動係数が大きくなる（振動数推定精度が低くなる）傾向にあるといえる．以上のように，B 橋に対する振動数推定結果は，橋梁諸元が類似する A 橋の場合と同様となった．



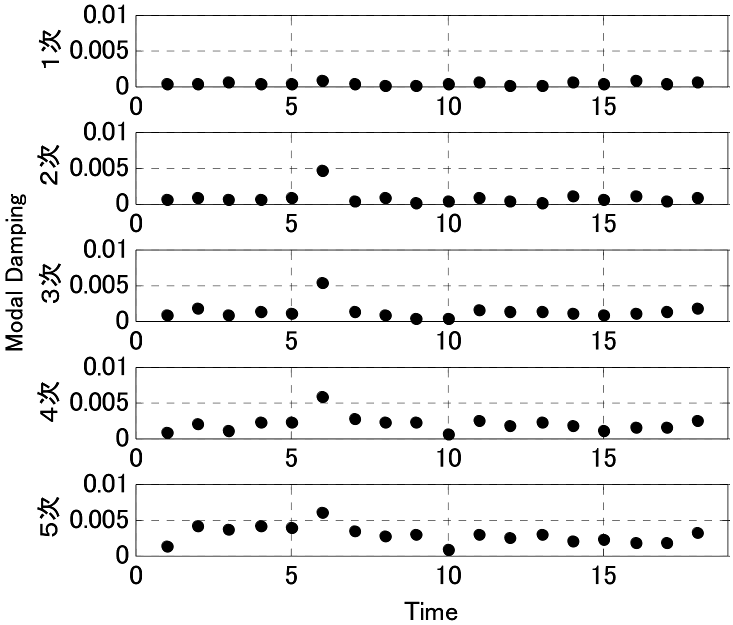
図－4.17　振動数推定結果（B 橋）

表－4.8　振動数推定精度の評価（B 橋）

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	1.012	0.017	1.65
2次	1.402	0.254	18.1
3次	1.967	0.250	12.7
4次	2.641	0.891	33.7
5次	3.343	1.032	30.9
6次	3.925	1.172	29.8
7次	5.123	2.075	40.5

②減衰定数

図－4.18 に１次から５次までの減衰定数の推定結果を示す．**表－4.9** は，推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものである．推定結果の変動係数は，全体的に振動数の場合と比較して大きいことがわかる．また振動次数が高くなるに従い，変動係数は小さくなる傾向にあることが確認できるが，各次数の標準偏差間には有意な差が認められないことから， A 橋の場合と同様，減衰定数自体が次数とともに大きくなることによる，見掛け上の効果と考えられる．



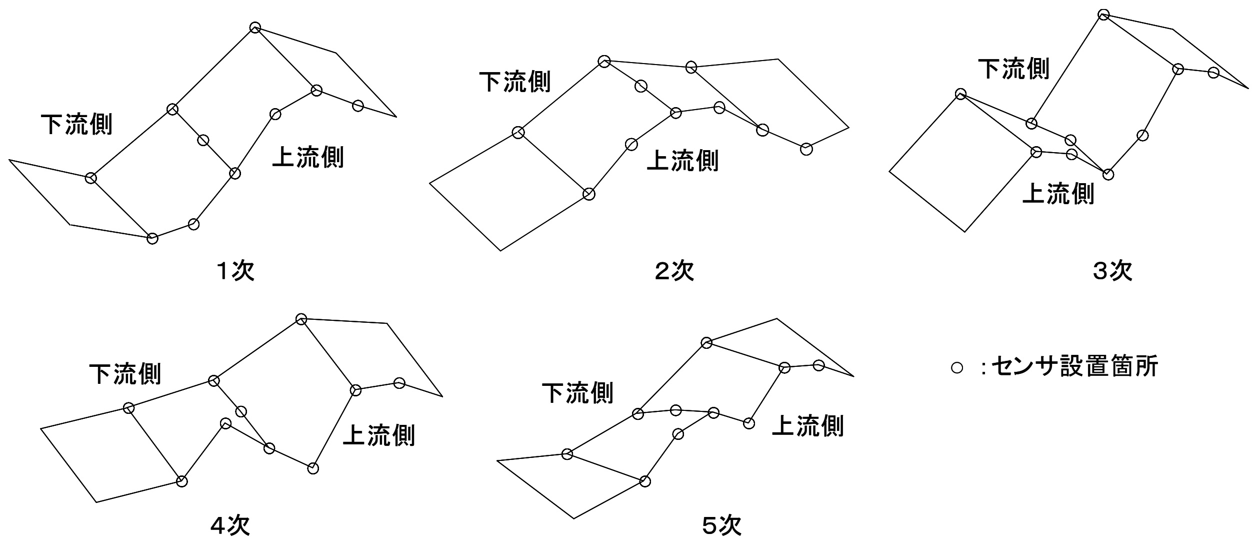
図－4.18　減衰定数推定結果（B 橋）

表－4.9　減衰定数推定精度の評価（B 橋）

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0004	0.0002	50.0
2次	0.0009	0.0010	111.1
3次	0.0013	0.0011	84.6
4次	0.0021	0.0011	52.4
5次	0.0029	0.0012	41.4

③振動モード

図－4.19 に１次から５次までの振動モードの推定結果を示す．４次および５次の振動モードについては，下流側の 1/4 地点および 3/4 地点にセンサを設置していないため，たわみモードとねじれモードの区別が困難となっていることがわかる．

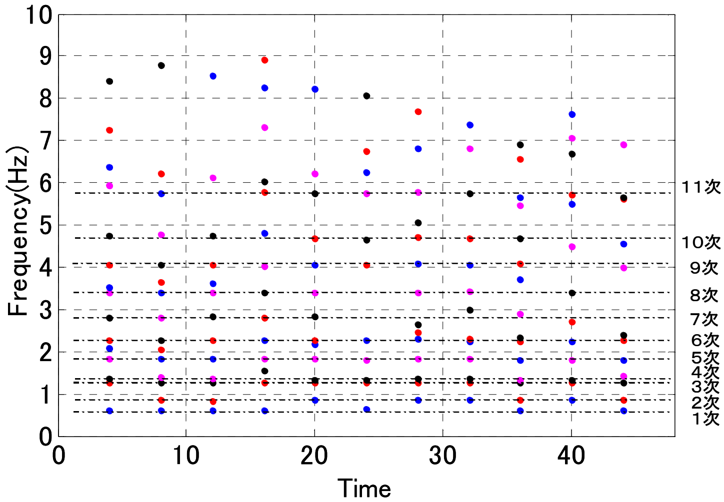


図－4.19　振動モード推定結果（B 橋）

(3) C 橋の振動特性推定結果

①振動数

図－4.20 に C 橋における振動数の推定結果を示す．A，B 橋と異なり，最初の衝撃加振時および後半部分において推定結果にばらつきが確認されておらず，全体的に 0.7，0.9，1.2，1.3，1.8，2.3，2.8，3.4，4.0，4.7，5.6Hz 付近に固有振動数が明確に表れている．ばらつきが見られない理由は，振動計測時のサンプリング周波数が 40Hz と他の２橋に比べて小さかったことが原因と考えられる．つまりサンプリングが荒くなったことにより，橋梁振動の高次成分が除去され，外力および減衰による影響が薄れた結果，衝撃加振および橋梁の減衰による推定結果のばらつきが見られなかったものと推察できる．表－4.10 は，推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものであるが，A，B 橋の場合と同様，高次の振動数ほど変動係数が大きくなる結果となった．



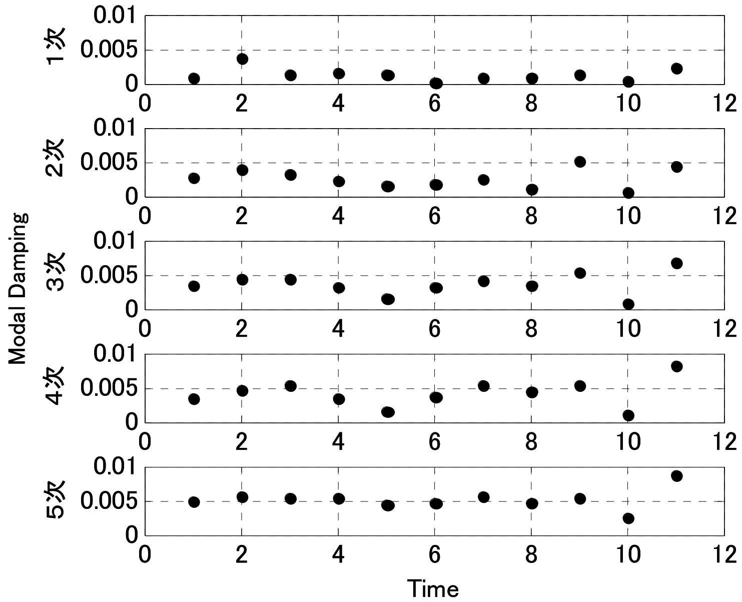
図－4.20　振動数推定結果（C 橋）

表－4.10　振動数推定精度の評価

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	0.713	0.126	17.7
2次	1.114	0.205	18.4
3次	1.334	0.083	6.22
4次	1.664	0.225	13.5
5次	2.078	0.215	10.3
6次	2.518	0.555	22.0
7次	2.966	0.681	23.0

②減衰定数

１次から５次までの減衰定数の推定結果を**図－4.21**に示す．また推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を**表－4.11**に示す．A，B 橋と同様，推定結果の変動係数は，全体的に振動数の場合と比較して大きく，また振動次数が高くなるに従い，変動係数は小さくなる傾向にあることが確認できる．



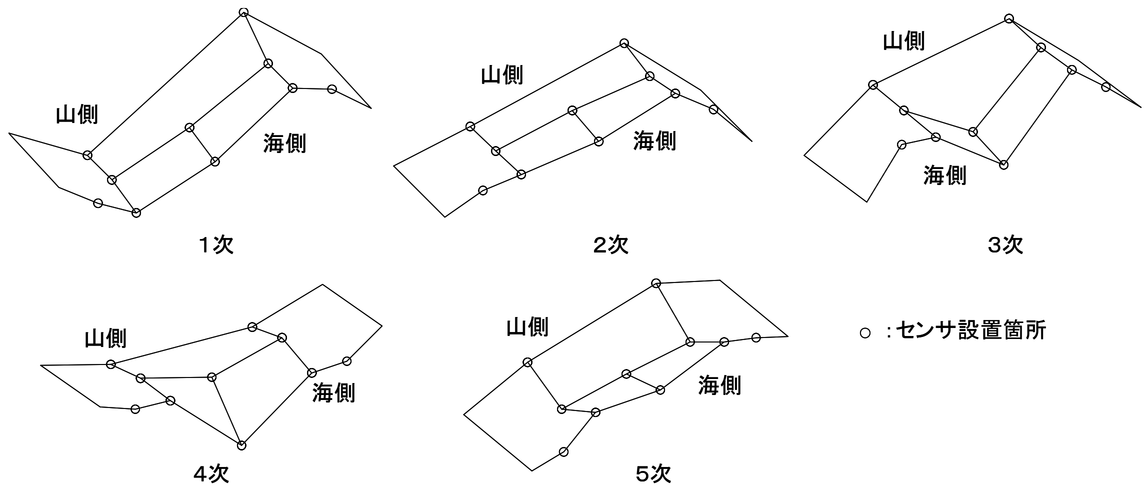
図－4.21　減衰定数推定結果（C 橋）

表－4.11　減衰定数推定精度の評価

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0013	0.0010	76.9
2次	0.0027	0.0014	51.9
3次	0.0037	0.0016	43.2
4次	0.0042	0.0019	45.2
5次	0.0052	0.0015	28.8

③振動モード

図－4.22 に１次から５次までの振動モード推定結果を示す．B 橋と同様に，４次と５次の振動モードについては，センサの設置箇所が少ないため，たわみモードとねじれモードの区別が困難となっている．



図－4.22　振動モード推定結果（C 橋）

（4） 推定結果の評価

近接固有値を有する構造物として吊床版橋３橋を取り上げ，計測した速度応答から振動特性の推定を行った．振動数の推定結果については，いずれの橋梁においても低次の振動数において卓越した振動数を確認することができたが，高次の振動数についてはばらつきが大きく，明確な振動数を得られなかった．減衰定数の推定結果については，振動数の推定結果と比較してばらつきが大きく，変動係数も大きくなる結果となった．

(5) モード解析法による解析結果との比較

実現理論による振動特性推定結果を，モード解析法による解析により過去に推定[12)]した結果と比較したものを**表－4.12**に示す．

モード解析法による振動特性推定[10～12)]は以下により定式化される．

1) 2自由度系の時間応答関数と周波数応答関数

式(4.1-1)の固有値解析を行うと振動モードが得られる．振動モード$\boldsymbol{\phi}_k \in \mathbf{R}^{n\times n}$より構成される振動モード行列を

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1\ \boldsymbol{\phi}_2\ \cdots\ \boldsymbol{\phi}_n] \tag{4.30}$$

で定義する．なお，$\boldsymbol{\Phi} \in \mathbf{R}^{n\times n}$である．さらに振動モードを

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{m}\boldsymbol{\Phi}=\mathbf{I} \tag{4.31}$$

となるように基準化する．この$\boldsymbol{\Phi}$を用いると，$\mathbf{c}, \mathbf{k}$は，

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}\boldsymbol{\Phi}=[2h_k\omega_k]\ ,\ \ \boldsymbol{\Phi}^{T}\mathbf{k}\boldsymbol{\Phi} = [\omega_k^2] \tag{4.32}$$

のように対角化できる.ここにω_kとh_kは,それぞれk次の固有円振動数と減衰定数である.

p点に荷重が作用した場合のl点の変位応答関数$\mathrm{y}_l(t)$は，次式で与えられる．

$$y_{\ell p}(t) = \sum_{k=1}^{2} A_{\ell p}^{k} exp(-h_k\omega_k t) sin(\omega_{dk} t + \theta_{lp}^{k}) \tag{4.33}$$

ここで，$l = 1, 2$，$p = 1, 2$である．またω_{dk}は減衰固有円振動数 ($\omega_{dk} = \sqrt{1-h_k^2}\omega_k$), $A_{lp}^k = \phi_{lk}\phi_{pk}$である．ここに$\phi_{lk}$は$k$次振動モードの$l$点の値である．なお，$\theta_k$は曲線適合の誤差を吸収させるパラメータである．

p点に荷重が作用した場合のl点の変位の応答周波数伝達関数は,

$$G_{lp}(\omega) = \sum_{k=1}^{2}\left\{\frac{A_{lp}^k}{-\omega^2+\omega_k^2+2ih_k\omega_k\omega}\right\} + R_{lp} + iI_{lp} \tag{4.34}$$

で与えられる．なお，R_{lp}とI_{lp}は曲線適合誤差を吸収させるパラメータである．

2) 曲線適合による振動特性推定

時間領域における構造同定では，2自由度系で表された式(4.33)が目的関数となる．ここで，求めるものは，次式で与えられる8個のパラメータである．

$$\alpha = \begin{bmatrix}\omega_k & h_k & A_{\ell p}^k & \theta_k & \omega_{k+1} & h_{k+1} & A_{\ell p}^{k+1} & \theta_{k+1}\end{bmatrix}^T \tag{4.35}$$

うなりを伴う実測データ$\hat{y}(k)(k=1,\cdots,N)$がN個得られたとする.ここにkは時刻みΔで離散化したサンプリング時間である．実測データと式(4.33)の二乗誤差 ε_{lp}^tが最小になるように，非線形最小二乗法により曲線適合させる．

$$\varepsilon_{lp}^{t} = \sum_{k=1}^{N} \left| \hat{y}(k) - y_{lp}(k, \boldsymbol{a}) \right|^2$$

(4.36)

ここで，$y_{lp}(k, \boldsymbol{a})$は推定パラメータ $\boldsymbol{a}$ を有する目的関数(4.33)である．次に周波数領域の推定法を述べる．2 自由度系で表された式(4.34)が推定関数となる．ここで，求めるものは，次式で与えられる 8 個のパラメータである．

$$\boldsymbol{a} = \left[\omega_k \quad h_k \quad B_{\ell p}^{k} \quad \omega_{k+1} \quad B_{\ell p}^{k+1} \quad h_{k+1} \quad R_{lp} \quad I_{lp}\right]^T \tag{4.37}$$

p 点に加えた衝撃力と l 点の実測の変位応答を FFT でフーリエ変換して，周波数伝達関数 $\hat{G}_{lp}(s)(s = 0, \cdots, M-1)$ が得られる．ここに s は周波数刻み$\Delta\omega = 2\pi / L$で離散化したサンプリング円周波数である．ここに，L は測定時間 $(L = NT)$である．実測データと式(4.34)の二乗誤差 $\varepsilon_{lp}^{\omega}$が最小になるように，非線形最小二乗法により曲線適合させる．

$$\varepsilon_{lp}^{\omega} = \sum_{s=0}^{M-1} \left(\left| \tilde{G}_{lp}(s) - G_{lp}(s, \boldsymbol{a}) \right|^2 \right)$$

(4.38)

ここで$\mathrm{G}_{lp}(s, \boldsymbol{a})$は，推定パラメータ$\boldsymbol{a}$を有する推定式(4.35)である．

両手法の推定差 ε は以下の式により評価した．

$$\varepsilon = \frac{(\theta_m - \theta_r)}{\theta_r} \times 100\ (\%) \tag{4.39}$$

ここに，θ_mはモード解析法の推定値，θ_rは実現理論による推定値である．

振動数では，実現理論による推定結果は，モード解析法で求めた値より若干高い値を示す結果となったが，差は数%内にあり，全般的に良い一致が見られる．これに対し，減衰定数は実現理論で求められた値は，モード解析法より低く評価され，その差もかなり大きくなる結果となった．このように実現理論は減衰定数の推定精度について課題を残す結果となっている．

モード解析法の手法では，曲線適合によりパラメータ推定を行っているので，推定結果は目視でも判断できる．

しかし，非線形最小二乗法を使うために，初期値の設定が必要になる．また，多自由度系の推定は，誤差の集積などにより，実際には困難な場合が多い．

これに対して，実現理論による推定法は，代数演算と特異値分解により構成されているので，初期値の設定が必要なく，さらに，高次振動特性を容易に推定することが可能である．本章では，近接固有値を有する構造物の振動特性推定に，実現理論を適用できることを確認した．しかし，高次の振動数においてばらつきが大きく，良好な推定結果が得られなかったため，今後においては高周波領域における推定精度向上のための工夫[27]等について検討する必要があると考える．

表－4.12　振動数推定精度の評価

	次数	固有振動数(Hz)			減衰定数		
		実現理論	モード解析法	相対差（%）	実現理論	モード解析法	相対差（%）
A橋	1次	0.928	0.917	-1.19	0.0004	0.0071	1675
	3次	1.892	1.870	-1.16	0.0022	0.0071	222.7
B橋	1次	1.012	0.997	-1.48	0.0004	0.0095	2275
	3次	1.967	1.826	-7.17	0.0013	0.0085	553.8
C橋	1次	0.713	0.619	-13.18	0.0013	0.0023	76.9
	3次	1.334	1.261	-5.47	0.0037	0.0060	62.2

4-6. まとめ

本章で得られた結果をまとめると以下のようになる．

(1)　近接固有値を推定するために実現理論による振動特性推定法を適用した．推定精度を評価するために２自由度系の自由振動に本手法を適用した．その結果，振動数と減衰定数の推定において精度の高い推定が可能でることが確認できた．

(2)２自由度系の常時微動シミュレーションに実現理論の手法を適用した．推定を数回繰り返し，変動のある推定値の平均をとることにより，精度の高い推定が可能であることが確認できた．

(3)実現理論による振動特性推定法を，振動数が近接する振動特性を有する吊床版橋の衝撃加振動計測結果に適用した．各吊床版橋における振動数の推定結果は，いずれの橋梁においても低次の振動数を精度良く推定することができた．しかし，高次の振動数については推定結果のばらつきが大きくなることが確認できた．減衰定数の推定結果は，いずれの橋梁においても振動数と比較して変動係数が大きくなる結果となった.

(4)実現理論では振動モードについても容易に推定が可能であることを確認した．

(5)吊床版橋３橋の振動推定法について，モード解析法と実現理論による方法の比較を行った．振動数については実現理論とモード解析法は同程度の推定が得られた．しかし，減衰定数については，実現理論の推定は，かなり小さい値となった．

(6)モード解析法に比べて実現理論法は，初期値の設定が必要なく，また高次振動の推定が可能な利点がある．さらに，常時微動による振動特性推定では，自動的な推定が可能であるので，推定値の統計的処理が可能になる．

以上に示したとおり，近接固有値を有する構造物の振動特性に，実現理論による振動特性推定手法が有効であることを確認した．しかし，高次の振動数においてばらつきが確認されたため，高次の振動数の推定精度を向上させるための工夫が必要である．

参考文献

1)梶川康男，深田宰史，吉川裕晃：単径間 PC 吊床版歩道橋の振動特性，構造工学論文集, Vol.44A, pp.811-817, 1998.

2) 角本周，梶川康男：PC 吊床版橋の減衰定数の評価と振動使用性照査における影響，土木学会論文集 No.612/I-46, pp.337-348,1999.

3) 山口宏樹，高野晴夫，小笠原政文，下里哲弘，加藤真志，岡田淳：鶴見つばさ橋の振動実験による動的特性の同定，土木学会論文集, No.543/I-36, pp.247-258, 1996.

4) 米田昌弘：歩行者によって誘起される吊床版橋の動的応答特性とその設計用使用性評価式,構造工学論文集, Vol.47A, pp.351-362, 2001.

5) 権 映録，畑中章秀：高欄設置用の薄型 TMD を用いた既設歩道橋の制振対策，橋梁と基礎, 36 巻 12 号, pp.23-27, 2002.

6) 森尾敏，平川良浩，島田昌樹，三木英通：鉄道高架橋から伝播する地盤振動に見られる「うなり」現象，土木学会論文集, No.701/Ⅲ-58, pp.421-432, 2002.

7) 讃岐康博，大塚良隆，大艸孝美，金子鉄男：Beating 波形からの各単振動の対数減衰率算出法，第２回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集, pp.109-114, 1989.

8) 岩本政巳，藤野陽三：自由振動減衰波形からの固有振動数の近接した２自由度線形系のパラメータ同定，土木学会論文集, No.450 / I-20, pp.141-149, 1992.

9) 長山智則，阿部雅人，藤野陽三，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の非反復構造逆解析と長大吊橋の動特性の理解，土木学会論文集, No.745 / I-65, pp. 155-169, 2003.

10) 長松昭男：モード解析，培風館, 1985.

11)岡林隆敏，原忠彦，龍博志：周波数領域多自由度曲線適合法による道路橋の振動特性同定，構造工学における数値解法シンポジウム論文集，第 19 巻, pp.43-48, 1995.

12)岡林隆敏，山森和博，讃岐康博，田村太一郎：近接固有値を有する構造物の振動特性推定，土木学会論文集, No.633/I-49, pp.93-102, 1999.

13)米田昌弘，真本卓充：GA を適用したうなり波形の減衰定数推定法，土木学会第 60 回年次学術講演会, pp.1093-1094, 2005.

14)丸山 収，相沢 旬，星谷 勝：ARMA モデルによる既存構造物の動特性同定，土木学会論文集, Vol.416/I-13, pp. 439-447, 1990.

15)金澤健司，松井徹哉：ARMA モデルによるスペクトル解析と振動モード同定，日本建築学会構造系論文集，第 554 号, pp.71-78, 2002.

16)岡林隆敏，中 忠資，奥松俊博，郝 婕馨：多次元 AR モデルを用いた常時微動による橋梁振動特性推定法と推定精度の検討，土木学会論文集 A, Vol.64, No.2, pp.474-487, 2008.

17)Ho, B.L. and Kalman, R.E.: Effective Construction of linear state-variable models from input/output functions, Regelungstechnik, Vol.14, No.12, pp.545-548, 1966.

18)Ljung, L.: System Identification -*Theory for the Use*r (2nd ed.), Prentice-Hall, 1999.

19)Juang, J.N. and Pappa, R.S.: An eigen system realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.8, No.5, pp.620-627, 1985.

20)Juang, J.N.: Mathematical correlation of modal Parameter identification methods via system realization theory, *International Identification of Analytical and Experimental Modal analysis*, Vol.2, No.1, pp.1-18, 1987

21)Juang, J.N.: *Applied System Identification*, Prentice Hall PTR, 1994.

22)片山徹：システム同定，朝倉書店, 2004.

23)Wenzel, H. and Pichler, D.: *Ambient vibration monitoring*, John Willey & Sons, Ltd., 2005.

24)奥松俊博，岡林隆敏，田代大樹，要谷貴則, Jawaid, B.A.: 橋梁遠隔モニタリングシステムによる鋼ランガートラス橋の固有振動数の推移観測，構造工学論文集，土木学会, Vol.53A, pp.844-852, 2007.

25)Ali, M.R., Okumatsu, T. Okabayashi, T. and Jawaid B.A.: Dynamic characteristics estimation from the ambient vibration of existing bridge by realization theories, 構造工学論文集，土木学会, Vol.55A, pp.284-294, 2009.

26)Ali, M.R., Okabayashi, T.: System identification of highway bridges from ambient vibration using subspace stochastic realization theories, *An International Journal of Earthquake Engineering and Earthquake Effects on Structures*, Vol.2, No.2, 2011

27)Ali, M.R., Okabayashi, T and Okumatsu, T.: Ambient vibration data re-sampling by cubic spline interpolation for high accurate estimation of bridge dynamic characteristics using realization theory, *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol.57A, 2011.

28)Zhang, Q.W.: Statistical damage identification for bridges using ambient vibration data, Computers and Structures, No.85, pp.476-458, 2007.

29)吉岡勉，原田政彦，山口宏樹，伊藤信：斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討，構造工学論文集, Vol.54A, pp.119-208, 2008.

第 5 章　結　論

橋梁の健全度診断のための振動モニタリング技術には解決すべき課題として，①維持管理分野で着目すべき微細振動数の把握, ②環境変動による構造系振動特性への影響, 及び, 橋梁架設方向が振動特性の変化に与える影響，③構造系が複雑化することによる近接固有値の存在，等が挙げられる．

本論文では，以上の課題を踏まえ，以下を目的とした．

①振動モニタリングによる健全度技術を確立するための基礎的な検証として，有限要素モデルのモデル化の違いが及ぼす影響を把握すること．

②橋梁の架設環境による影響検証として，温度変化による振動数変動を実験的に明らかにし温度変化による変動を解析的に確認すること．

③近年，構造系が複雑化する橋梁への対応検証として，振動特性推定法の緻密化を行い近接固有値を有する実橋にて実現理論の適用を検証すること．

以下に，本研究で得られた成果を要約する．

(1) 有限要素モデルのモデル化の違いによる振動解析結果への影響評価

下路式鋼ランガートラス橋の吊り材の分割数，せん断変形の考慮の有無によるモデル化の違いが，維持管理分野に利用されると考えられる比較的高い振動数領域での動的特性に及ぼす影響に着目し，解析・検討を行った．固有値解析により本橋では，モデル化の違いが 5Hz 程度以上の固有振動数・振動モードに与える影響が大きいことが明らかとなった．

白色雑音を用いた常時シミュレーション解析について，本橋の鉛直方向の応答に着目した場合，吊り材の分割数が同じ場合においては，せん断変形を考慮した場合の方が，RMS 応答値が高くなることが明らかとなった．なお，吊材の分割数だけを見た場合は，分割数が増えるほど，RMS 応答が高い値を示す傾向が明らかとなった．

一方，橋軸直角方向の応答に着目した場合，吊材の分割数が同じケースにおいて，せん断変形を考慮した場合の共通の変化は見られないこと確認された．なお，吊材の分割数だけを見た場合については，2 分割の場合は，スパン中央に近いほど，RMS 応答の変化が大きくなる傾向が確認された． 4 分割の場合は，全体的に RMS 応答が小さくなる傾向が確認された．

橋梁の健全度評価は，比較的高次振動数領域の変化で議論する場合が多いため，高次振動数領域で解析的に評価・検証する際には，有限要素モデルのモデル化の違いが解析結果に影響することを事前に把握した上で，評価・検証を行う必要がある．

(2)パワースペクトルを用いた固有振動特性の推定精度の検証

橋梁のパワースペクトルによる固有振動数の推定では，常時微動シミュレーションより得られる各節点の定常状態の応答値(解析開始１～5 分間)を用いた結果, 固有振動数については，誤差１％以内で高精度に推定できることが確認された．振動モードについては，ねじれモードを時刻歴データから除去して推定をおこなった結果，推定精度に関して大幅な向上が見られた．しかしながら，減衰定数の推定精度については，時刻歴データの時間幅の取り方に推定結果が大きく依存することが判り，この手法では信頼性が高い結果をえることは困難であることが確認された．

橋梁の健全度評価を行う際，基本となる固有振動数，振動モードを把握する場合は，パワースペクトルによる推定が比較的簡易かつ高精度な手法として利用できる．ただし，近接固有値問題，橋梁の計測モニタリングにおいては，近接固有値の分離，振動数の時系列変化の把握が困難である．

(3)温度変化に伴う橋梁振動数の変化の定量的検証

AR モデルに基づく構造物振動特性推定システム，および移動体通信を用いた長期モニタリングシステムを開発し, 下路式鋼ランガートラス橋を対象に年間振動計測を実施した．日変動および年変動で固有振動数と温度変化の関係に着目した結果，対象橋梁の固有振動数は温度の増減に連動し, 温度変化方向と対称に周期的に変動することが明らかとなった．さらに, 温度変化による影響は高次振動で大きく現れることが確認され, その変化分は１％(0.2Hz)程度であることが明らかとなった．この現象について，3D-FE 解析ソフト MIDAS にて，解析的に検証を実施した．具体的には，温度変化（±15℃）による影響を軸力変動として捉え，軸力の違いによる固有振動数の変化を確認した．その結果，軸力を考慮した固有振動数は，軸力無視の固有振動数に比べ，全体的に 1%程度，最大で 4%程度低くなる傾向が明らかとなった．

橋梁の健全度評価を行う際には，比較的高周波数領域で温度変化の影響が顕著に現れるため，予めその影響を考慮して評価を行うことが重要である．温度変化の影響を実測データから差し引くことで，橋梁の損傷影響のみを抽出した振動数を把握できる．

(4)近接固有値を有する構造系の振動特性の高精度推定検証

近接固有値を有する構造物の振動特性に実現理論による振動特性推定手法の有効性について検証した．２自由度系モデルに衝撃加振力を与え得られた応答値を実現理論手法の適用により推定し，推定結果の平均をとった結果，変動係数０％の高精度で推定が可能であることが確認できた. 同モデルに常時微動外力を加え, 同様に振動特性を推定した結果,

衝撃加振時に比べばらつきが見られるが，固有値の近接幅が小さい場合でも，変動係数 1%以下で推定可能である結果が得られた．ただし，減衰定数に関しては変動係数が最大 60%程度と非常に大きな値となった．次に実橋である吊床版橋 3 橋について衝撃加振力を加え，計測した速度応答から振動特性の推定を行った．結果，いずれの橋梁においても低次の振動数において卓越した振動数を確認することができ，振動数については，2Hz 程度以下の振動特性に対して，10%程度の変動で高精度推定が可能であることが明らかとなった．しかしながら，減衰定数については，いずれの橋梁においても変動係数が 20%以上と大きくなる結果となった．一方，振動モードについては，実現理論を用いることで容易に推定可能であることが明らかとなった．

近年，建設された橋梁は，近接固有値を有する場合があり，将来的にはこのような橋梁についても健全度診断を行ってゆく必要がある．なお，近接固有値を有する橋梁の振動数の変化を把握する際には，近接固有値を分離して推定することが重要である．本研究では，近接固有値を有する橋梁の実測データから振動数推定する手法として，実現理論（ERA 法）の有効性が確認され，橋梁健全度診断に有効利用できることが明らかとなり，そのシステム構築が実現できた．

実橋梁の健全度評価を行うためには，長期的に観測を行い，外的要因（環境変化，地震等），内的要因（劣化，損傷等）による振動特性の変化を時系列的に相対比較することが有効な手段の一つと考える．なお，維持管理分野では，比較的高次モードに劣化・損傷の影響が現れるため，有限要素モデルのモデル化の違いが維持管理分野に利用されると考えられる高次モードでの動的特性に及ぼす影響を上記のとおり把握した．また，1 年間の振動モニタリングを通じて温度変化が橋梁の振動特性に与える影響も定量的に把握できた．さらに，近年確立されつつある高精度の振動特性推定技術により，振動数の高精度推定が可能であることを示した

今後，モニタリング技術による健全度診断，または損傷検出を実用化するためには，以下の課題があると考える．

①維持管理分野で着目すべき振動数領域は比較的高次モードとなるため，高次モードの微小変化を適切に評価できる計測器を選定すること．

②実験より得られた結果を検証する際に用いる解析モデルは，部材分割数，せん断変形考慮の有無により，高次モードに与える影響が大きいため，橋梁形式毎に検証する必要があること．

③計測実験においては，計測データには，常時微動成分の中に，走行車両，計測ノイズによる影響が介入するため，これらの影響を分離して評価する必要があること．

④実現理論による減衰定数の推定値は，モード解析法に比べ，外力の減衰特性の影響が推定結果に起因し変動が大きいため，推定精度向上の工夫を必要とすること．

⑤計測モニタリングデータを蓄積し，損傷が発生した際に生じる，振動特性変化との関係を明らかにし，損傷箇所・損傷部位を特定する手法を明らかにすること．

本研究で得られた成果は，我が国の老朽化する既設橋梁に対し，維持管理に関するヘルスモニタリングの基礎的研究として，有効に活用・応用できると判断される．今後は，本研究で得られた成果を基礎とし，上記の課題を踏まえた研究を重ね，改良・発展させる必要がある．将来的には，本研究の最終目標となる「振動情報による橋梁損傷診断技術の開発」に向けて，著しく発展するICTや高精度計測器等を活用することで，実践的な形で橋梁の健全度診断技術の一つとして確立させ，よりよい社会資本整備の一手法として役立ててゆきたい．

謝　辞

本論文を取りまとめるにあたり，懇篤なるご指導とご協力，およびご教授を頂いた方々に心より感謝致します共に御礼申し上げます．

本研究は，長崎大学工学部社会開発工学科名誉教授 岡林 隆敏先生のご指導を賜って取りまとめたものです．岡林 隆敏先生は，筆者が在学中に退官されたにもかかわらず，密に連絡，御指導頂き，筆者の研究にご尽力頂いたとともに，社会人としてのこれから身の振り方，会社に利益をもたらすにはどうすればよいかを常に考え，先見の目を持って貴重なご意見を賜りました．心より感謝と御礼申し上げます．

同社会開発工学科教授 中村 聖三先生には，岡林 隆敏先生の後任の指導教官として，本論文の構成から詳細記述に至るまで，常に懇切かつ的確なご指導を賜りました．また，論文発表で北京へ行く機会を与えて頂くとともに，本研究の本論文を取り纏めるにあたっても，多大なご尽力を賜りましたこと，厚く御礼申し上げます．

同社会開発工学科准教授 奥松 俊博先生には，業務多忙な中，本研究はもとより大学院の書類整備の御支援，スケジュール調整等，多岐に渡り御尽力，御指導，御支援を賜りましたこと，深く感謝致します．同社会開発工学科助教　西川 貴文先生には，研究の基礎となる講義，適切なご指導を賜りましたこと，感謝申し上げます．

金沢大学名誉教授　梶川 康男先生，同大学准教授 深田 宰史先生には，本研究をまとめるに当たり貴重なデータを提供いただきました．ここに深く感謝の意を表します．

三菱重工鉄構エンジニアリング 株式会社 西行 健様には，本研究を取り纏めるにあたり，論文を参考にさせていただきました．ここに深く感謝申し上げます．

大日本コンサルタント株式会社 下妻 達也様には，本研究を取り纏めるに当たり，論文を参考にさせていただきました．ここに深く感謝申し上げます．

株式会社日本構造橋梁研究所 代表取締役 古川 毅様には，博士課程への進学に導いて頂くとともに，数々のご支援頂きました．ここに深く感謝申し上げます．同 取締役松原 啓二様には，大学へ進学するに当たり支援いただき，感謝申し上げます．同 取締役前田 晴人様には，博士課程の進捗について，お気遣いいただき感謝申し上げます，同 取締役 塩田 良一様，同 部長花島 崇様，同部長小西 俊之様には，本論文をまとめるにあたり，深い御理解と数々の御支援を頂きました．ここに深く謝意を表します．

同 設計部の井上 靖様には，ランガー橋のモデルを作成するにあたって，支援を頂きました．ここに感謝申し上げます．

最後に業務と大学を両立させる上で，心の支えとなってくれた妻，子供に感謝いたします．また，両親，祖父母に感謝の意を表し，結びとさせて頂きます．