

ころがり—すべり接触する鋼の表面疲労

古 谷 吉 男

長崎大学教育学部工業技術教室
(昭和60年10月31日受理)

Surface Fatigue of Steel in Rolling Contact with Sliding Component

Yoshio FURUYA

Department of Technology, Faculty of Education,
Nagasaki University, Nagasaki 852
(Received Oct. 31, 1985)

Abstract

One of the typical failures due to the surface fatigue of steel is pittings on surface which are caused by the repetitive rolling contact with sliding component being in bearings, gears or contacts between rail and wheel.

In this work, detailed investigations on the pitting failure have been tried experimentally by fatigue tests using two cylindrical test pieces contacted each other under a rolling condition with sliding. Materials adopted for the tests were annealed S45C and SCM21 steels (by JIS) which were typical gear materials, and two kinds of surface condition, as turned and as ground, were prepared in each steel.

As the result, it was clarified that the pitting failure originated from surface fatigue cracks which were able to propagate only on the surface of the testing cylinder with lower rotational speed, independent of the surface roughness and hardness. It was also clarified that the pitting failure was enhanced by the surface roughness of testing cylinder with higher rotational speed. In this paper, in addition to these results, the initial stage of pitting cracks will be discussed in some detail based on optical micrographic observations of fatigued surfaces.

1. 結 言

近年、各種産業機械においては、より高速化あるいは高荷重化へ向けての技術革新が進められているが、また一方では、軽量化、省力化も強く要求されており、機械材料に課せられる使用条件はますます過酷になってきている。そのような中であって、材料の疲労破壊現象は、機械の使用寿命を限定するのみならず、その信頼性あるいは安全性の確保の立場から極めて重大な問題を提起している。

本研究は、軸受、歯車あるいはレールと車輪間等の機械的接触部に見られるような、すべりを伴うころがり接触部に発生する表面損傷の代表例であり、材料の疲労に起因するピッチング損傷¹⁾について扱ったものである。材料の疲労破壊はその微視的状态と材料に繰返し負荷される局所的な応力状態とが複雑に関与し合った結果として誘起される現象であるが、表面疲労損傷については、それらの因子に加えて、接触表面の形状や潤滑状態さらには熱的状态等の因子も関与してくる。このために、ピッチング損傷については既に多くの研究報告がなされている^{2),3),4),5)}にもかかわらず、関与する諸因子の局所状態における測定および評価が困難なために、その発生原因については今なお不明な点が多く残されている⁶⁾。従って、現在、これに対する有効な対策を得るための手段としては、使用状態を想定した系統的な実験データの蓄積に依らざるを得ない実状である⁶⁾。

著者らは、先に、動力伝達用歯車のかみ合い歯面に発生するピッチング損傷について、その発生時の特性を、歯に負荷される動荷重状態等と対応づけて実機試験により検討した⁷⁾が、ピッチング損傷の発生原因を解明するためには、その発生にかかわる諸因子をさらに明確化して掌握する必要が生じた。そこで、前報⁷⁾における結果を基礎にして、実験および条件設定の容易な2円筒試験片を用いたころがり-すべり耐久試験によるピッチング損傷発生を試みた。本報では、ころがり-すべり接触する2円筒表面のピッチング損傷発生に及ぼすすべり、材質差(硬度差)および表面あらさ等の影響について調査した結果を報告するとともに、さらに、疲労表面の観察結果に基づき、その損傷発生にかかわる疲労クラックの生成および伝播機構について検討した結果について報告する。

2. 実 験 方 法

2.1 試験装置

ころがり-すべり耐久試験には西原式摩耗試験機(島津製作所製)を用いた。その概要および試験片の形状寸法(8×30φmm)を図1に示す。この装置において、両試験片(高速側試験片、低速側試験片)は歯車列を介してそれぞれ独立に駆動されており、その接触部には歯車G₁およびG₂の歯数Z₁およびZ₂に応じた強制すべりを与えることができる。接触荷重は、コイル状バネを用いて、高速側試験片を低速側試験片に押付けることにより連続的

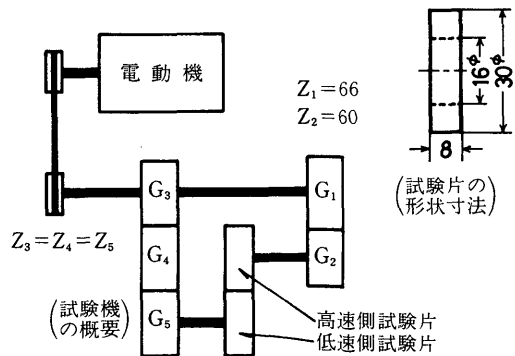


図1 試験機の概要と試験片の形状寸法

表1 供試材料の熱処理条件および表面あらさ

材 質	熱 処 理	表面状態	あ ら さ R max(μm)
S 45 C	焼なまし (840°C 30分保持 炉冷)	研 削	4
		旋 削	17
S C M 21	焼なまし (870°C 30分保持 炉冷)	研 削	2
		旋 削	22

表2 供試材料の機械的性質

機械的性質	材 質	
	S 45 C	S C M 21
降伏強度 (kg/mm ²)	34.4	32.2
引張強度 (kg/mm ²)	64.9	54.6
伸 び (%)	27.2	32.1
絞 り (%)	43.5	59.9
硬 度 (Hv)	216	162

に負荷され得る。また、潤滑油は高速側試験片の外周表面に滴下することにより接触部に供給される。

2.2 供試材料

試験に供した鋼材は調質用歯車材料として汎用されているS45C(炭素鋼)および浸炭肌焼用材料のSCM21(低合金鋼)の2種類である。それらを表1に示す条件の下でそれぞれ焼なまし熱処理による均質化を行った後、所要の形状寸法に機械加工した。この際、表面疲労損傷発生に及ぼす表面あらさの影響を調べ得るように、それぞれの鋼材に対して、外周表面が研削表面である試験片と旋削表面である試験片との2種類の試験片を用意した。加工後のそれぞれの試験片の軸方向表面あらさプロファイルの一例を図2に示す。これらのプロファイルから表面あらさのR_{max}値は表1右欄に示すように評価される。

両鋼材の熱処理後の機械的性質を単軸引張試験等により測定した結果を表2に示す。これによれば、SCM21材はS45C材に比較して延性的性質が大きくかつ軟質材である。

2.3 実験条件

ころがり-すべり耐久試験は、上述のように、その機械的性質に差異のある2種類の鋼を用いて、しかも、それぞれの鋼材において2種類の表面状態を有する4種の円筒状試験片を準備し、高速側および低速側を考慮することにより、合計16対の組合せ

表3 耐久試験条件

試験片	高速側	935 rpm
	低速側	850 rpm
回転数	高速側	9%
	低速側	-10%
すべり率		
接 触 荷 重		175 kg
潤 滑 条 件		2~3 cc/min, 滴下

表4 潤滑油の性状

潤 滑 油	共石ソニック・レータス 6150	
比 重 [15°C]	0.8679	
粘 度	37.8°C	31.98 cst
	98.9°C	5.256 cst
粘 度 係 数	106	

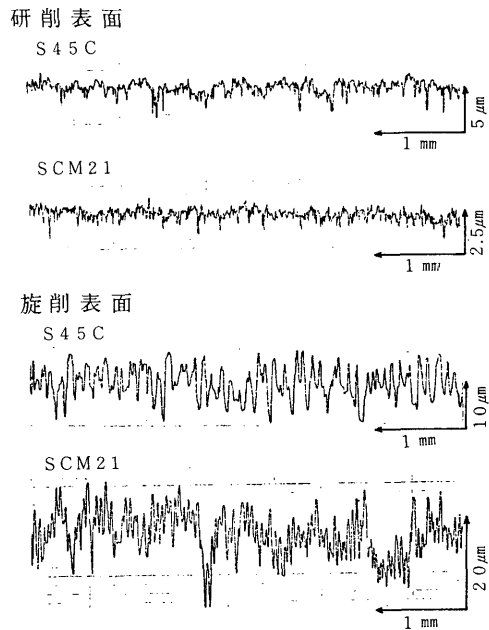


図2 試験片の表面あらさプロファイルの例

を設定して行った。試験条件は全ての組合せにおいて同一とし、その条件を表3に示す。表4は使用した潤滑油の性状である。負荷した接触荷重は、ピッチング損傷発生を容易ならしめるために、市丸らの考察⁸⁾および前報の結果⁷⁾を参考にし比較的高い値に設定した。

ここで、本実験条件の下で試験片の接触部に生じる応力状態をHertzによる弾性接触の理論⁹⁾を適用して評価しておく。それによれば、曲率半径がそれぞれ ρ_1 、 ρ_2 である接触する2つの円筒(1, 2)の軸直角断面における接触幅 b_H (Hertzの接触幅)は

$$b_H = \frac{4 p_n}{\pi} \rho \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (1)$$

で与えられる。また、最大接触圧 P_H (Hertzの最大接触圧)は

$$P_H = \frac{2 p_n}{\pi b_H} \quad (2)$$

となり、試験片接触表面下に生ずるせん断応力の軸直角断面成分 τ は、 h を表面からの深さとして

$$\tau = \frac{2 p_n}{\pi b_H^2} \left(h - \frac{h^2}{b_H^2 + h^2} \right) \quad (3)$$

と与えられる。ここで、 p_n は単位線荷重(荷重/試験片の有効接触幅)、 ρ は相対曲率半径($\rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$)、 ν_1 、 ν_2 および E_1 、 E_2 は円筒1, 2のポアソン比およびヤング率である。本実験条件においては、 $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ 、 $E_1 = E_2 = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ 、 $\rho_1 = \rho_2 = 15 \text{ mm}$ 、 $p_n = 21.9 \text{ kg/mm}$ であるので、Hertzの接触幅および最大接触圧はそれぞれ $b_H = 0.137 \text{ mm}$ および $P_H = 101.7 \text{ kg/mm}^2$ と求まる。また、試験片内部に生じる最大せん断応力 τ_{\max} は、(3)式において $d\tau/dh = 0$ の条件により、 $h = 0.786 b_H$ の深さの位置に発生し、その値は $\tau_{\max} = 0.295 P_H$ により与えられる。これより $h = 0.11 \text{ mm}$ 、 $\tau_{\max} = 30 \text{ kg/mm}^2$ となる。

次に、このような接触荷重および回転速度の下における接触部の潤滑状態を、使用した潤滑油に対して吟味しておく。D. Dowsonによる弾性流体潤滑の理論¹⁰⁾を適用すれば、本実験条件下における理論的最小油膜厚さ t は $t \sim 0.9 \mu\text{m}$ 程度と見積られる。接触部の潤滑状態を評価する基準となるP.H.Dawsonの提唱した D 値(2円筒の R_{\max} の和/ t)¹¹⁾は、今回の試験の場合、最も小さい表面あらかの試験片($R_{\max} = 2 \mu\text{m}$)を用いた組合せにおいても $D = 4.4$ となる。試験片の表面あらかは試験中に突起部の摩耗により試験前の R_{\max} 値よりも若干減少する(約20%)¹²⁾。そのことに伴い試験中の D 値も若干小さくなるが、それでもなお完全弾性流体潤滑状態($D < 1$)を超えた値を示す。従って、今回行った全ての試験片の組合せにおいて、その接触部はかなりの程度金属間の直接接触状態にあることが予測される。

以上のような荷重および潤滑条件の下で、材質、表面あらかおよびすべり状態を考慮した16通りの試験片の組合せに対して、表面疲労耐久試験は発生するピットの数が20個以上になるまで行われた。各組合せにおける表面疲労の進行状況は、一定の累積回転数毎に表面に発生しているピットを計数することにより調べ、表面疲労損傷の発生およびその進行の難易を各組合せについて比較検討した。耐久試験終了後、ピッチング損傷発生およびその初期過程にかかわる材料学的な情報を得るために、両試験片を試験機から取りはずし、それらの接触表面および軸直角断面における材料組織学的な観察および測定を光学顕微鏡、マイクロビッカース硬度計等を用いて詳細に行った。

3. 実験結果および考察

3.1 表面疲労の進行とピッチング

図3(a)は、旋削表面を有するSCM21材を高速側試験片とし、同じく旋削表面を有するS45C材を低速側試験片として組合せた場合（以下、SCM21（旋削）/S45C（旋削）と表示）の両試験片の接触表面の変化を一定の累積回転数経過毎に連続観察した接写写真の一例である。この写真から、表面疲労によるピッチング損傷は、硬質材であるS45Cの低速側試験片表面にのみ発生し、高速側試験片表面には 6×10^5 回の累積回転数を経過した後においても全く発生していないことがわかる。本組合せの場合においては、低速側試験片の表面には後述するような微小な表面クラックが 3×10^5 回の累積回転数を経過した時点で観察され始めるが、図3(a)からもわかるように、累積回転数 4×10^5 回に到るとピットが出現し始め、以後、累積回転数の増加につれてその数も増加しており、低速側試験片の表面疲労が進行していることがわかる。表面疲労に伴うこのようなピッチング損傷は、試験片の材質あるいは表面あらさの差異にもかかわらず、今回試みたいずれの組合せの耐久試験においても、本図に示した例と同様に、全て低速側試験片の表面にのみ発生した。このことは、ピッチング損傷の発生には接触部のすべり方向、すなわち、接触表面に作用する接線力の方向が深く関与することを示唆している。

図3(b)はSCM21材の低速側試験片表面に発生したピッチング損傷例を示す接写写真である。また、同図(c)は、S45C材の場合の例であるが、表層部が完全に剝離した典型的なピットの走査型電子顕微鏡（SEM）写真像である。ピットの形状は歯車のかみ合い歯面に発生するピット⁷⁾と同様の扇形をしており、その尖端部の向きは接線力の作用方向と一致している。また、表層部の剝離は、図3(b)からも観察できるように、歯車における場合と同様にピットの尖端部から進むことが推測される。この方向は接線力の作用方向とは逆の向き

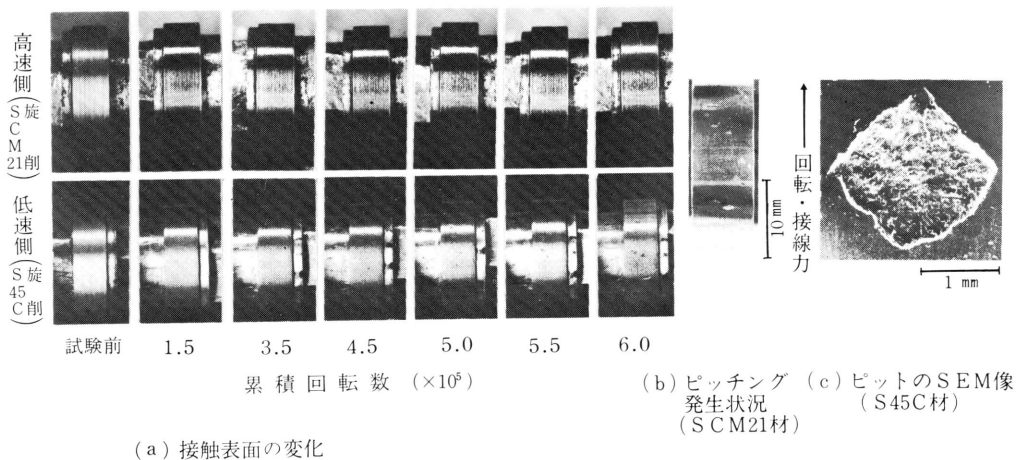


図3 表面疲労の進行状況およびピットの形状

である。ピットの扇形尖端部の角度はS45C材においては $\leq 90^\circ$ であるが、軟質材であるSCM21材では鈍角になる傾向にあることが観察された。

3.2 材質および表面あらしの影響

上述のように、低速側試験片の表面疲労の進行に伴い発生し、増加するピットの数(ピッチングクラックも含む)を累積回転数に対して逐次測定し、高速側および低速側試験片の組合せ材質別に整理した結果が図4である。

この図において、(a)はSCM21/SCM21(高速側試験片/低速側試験片)、(b)はSCM21/S45C、(c)はS45C/SCM21、(d)はS45C/S45Cのそれぞれの組合せに対する結果である。また、各図において、試験片の表面あらしの差異を考慮した結果は、図4(a)上部に示されているように、▲、●、△、○印により区別され、表示されている。

これらの図から、低速側試験片表面におけるピッチング損傷の発生およびその進行の難易について次のことがわかる。すなわち、同一の組合せ材質条件の下では、高速側試験片(相手側)の表面あらしが大きい程ピッチングは早期に発生し、かつ、表面疲労の進行も著しい傾向を示す(図4(a)、(c)、(d))。しかし、この傾向は、図4(b)に見られるように、高速側試験片が軟質材の場合は顕著でなくなる。このことは、表面の摩耗により高速側試験片の表面あらしの減少が著しいことに起因していると考えられる。さらに、軟質材が高速側試験片である場合は、図4(a)および(b)に見られるように低速側試験片の表面あらしの影響を受ける傾向が認められる(●、▲印)。これは高速側試験片表面に低速側試験片の表面あらしが転写される結果に起因していると考えられる。従って、高速側試験片に軟質材を用い、両試験片の表面あらしが小さい組合せにおいてはピッチング損傷は最も発生し難くなり、また、高速側試験片に表面あらしの小さ

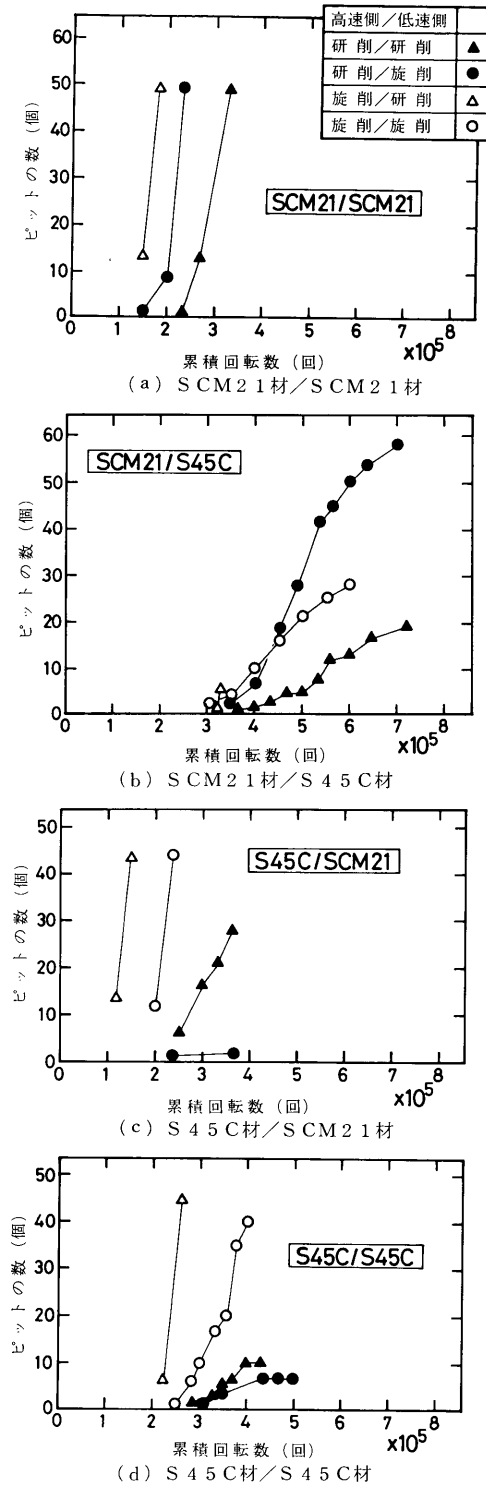


図4 ピッチング損傷の進行状況

い硬質材を用いた組合せの場合にはその進行は抑制されることが考えられる。図4に示される結果はこれらのことを裏付けている。

3.3 表面疲労クラック

耐久試験終了後、試験片の接触表面を光学顕微鏡により詳細に観察した。その結果、低速側のピッチング損傷発生表面には扇形ピットの尖端部に対応すると思われる形状を有した微小な表面クラックが数多く観察された。S45C材におけるその一例を図5(a)に示す。クラックの進展方向は作用する接線力の方向とは逆方向である。図5(b)は同じくS45C材において観察されたさらに微小な表面クラックを、ナイトール腐食液($C_2H_5OH + 2\%HNO_3$)を用いて出現させた材料組織と対応させて観察した光学顕微鏡写真である。同図(c)は(b)の微小クラック部の拡大写真である。図5(b)および(c)において黒く観察される組織はパーライトであり、白い部分はフェライトである。S45C材は炭素含有量が多い鋼($\sim 0.45\%C$)であるので、これらの写真から認められるようにパーライト部の多い組織を呈しているが、疲労に起因した組織上の変化は特に観察されない。微小クラックはパーライト・

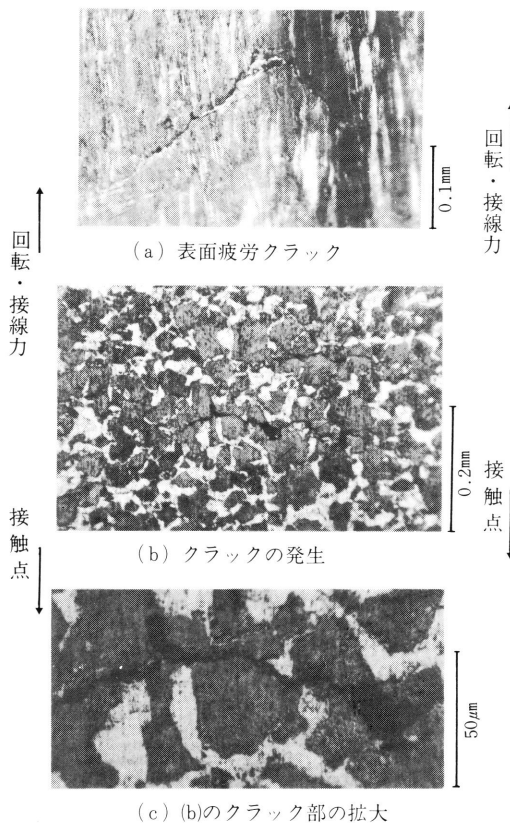


図5 S45C材の疲労表面とクラック

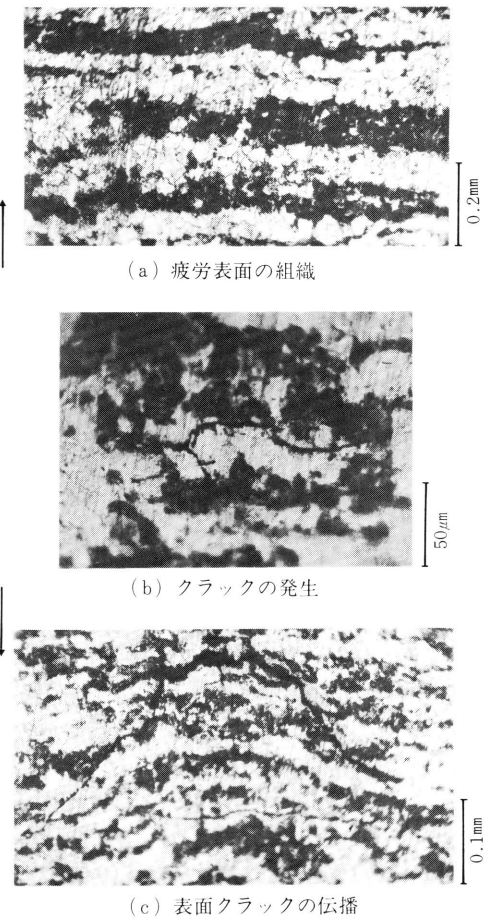


図6 SCM21材の疲労表面とクラック

パーライトあるいはフェライト・パーライト間の界面に沿って発生している。

図6はSCM21材における疲労表面の観察結果である。SCM21材はS45C材に比べ炭素含有量が少い（ $\sim 0.18\%C$ ）ためにフェライト部の多い軟質材の組織を呈する。この疲労表面に特徴的なことは、図6(a)に見られるように、パーライトとフェライトが回転方向に垂直、すなわち、円筒表面上で軸方向に平行な層状の組織を形成する傾向にあることである。このような組織の中であって、表面クラックは、図6(b)および(c)に示されているように、層状になる傾向のあるフェライト・パーライトの界面付近に発生し、そこを尖端部とする扇形を形成するように接線力の作用する方向とは逆方向に進展している。さらに、クラックの進展経路を詳細に観察すれば、フェライト・パーライトの界面に沿う傾向にあることが認められる。SCM21材に発生するピットの扇形の尖端部の角度が鈍角傾向になるのはこのような層状組織の形成に起因した結果と考えられる。

高速側試験片の表面には、SCM21材においては上述のような層状組織は認められたものの両鋼材共に低速側試験片において観察されたような表面クラックは全く観察されなかった。図7(a)および(b)に両鋼材の高速側表面の光学顕微鏡組織写真の例を示す。図7(b)に認められる模様は接触時の摩耗粉等の存在による圧痕と考えられる凹部である。このような表面上の微小欠陥部は特に軟質材において多数観察されたが、そのような欠陥部を起点とした疲労クラックも全く認められなかった。これらのことは、高速側試験片表面には疲労クラックが発生し難い条件が存在していることを意味するとともに、クラックの発生には接触点の移動方向と接線点の作用方向との関係が深く関与することを示唆している。

3.4 クラックの伝播と表層の剝離

表面疲労クラックの内部への伝播の状況を、試験片の軸直角断面内で観察した。図8(a)および(b)にS45C材の場合の例を示す。図8(b)は材料組織との対応を調べた結果である。図9(a)および(b)はSCM21材の場合の同様の例である。クラックは両材共に、表面に作用する接線力の方向とは逆方向に、表面からS45C材においては $40\sim 45^\circ$ 、また、SCM21材においては $30\sim 35^\circ$ の角度をもって内部へ伝播している。その伝播経路について材料組織との対応を見ると、S45C材においては表面観察結果の場合と同様にパーライト・パーライトあるいはフェライト・パーライトの界面に沿っていることがわかる。また、S45C材では、図8(a)に見られるように、主クラックから生じている枝分的なクラックが多く観察されるが、そのクラックの伝播経路についても主クラックと同様に結晶粒の界面に沿っていることが認められる。一方、SCM21材においては、その表層部はあたかも接線力の作用方向に圧延され

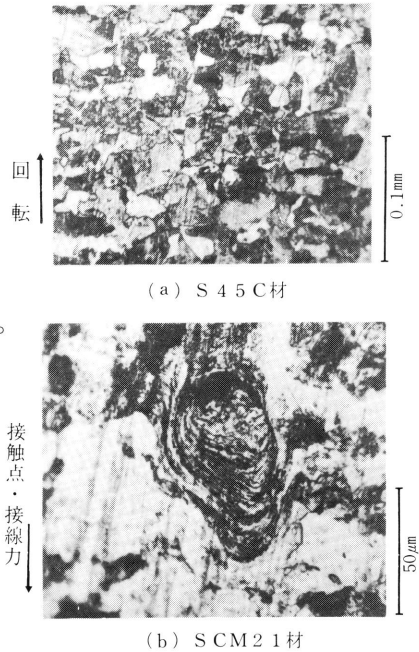


図7 高速側試験片表面

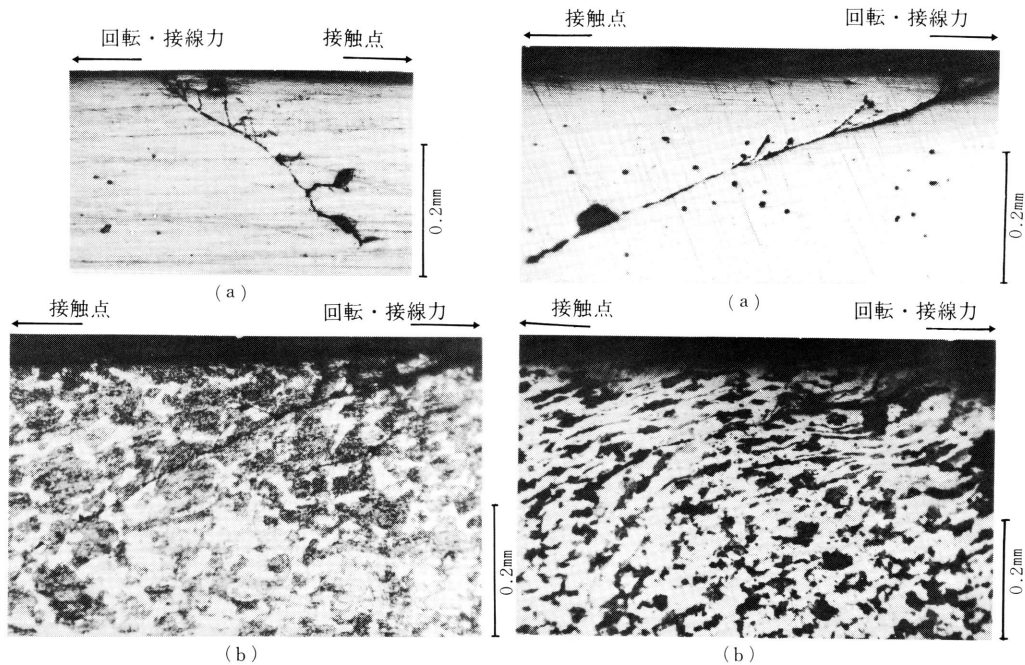


図8 クラックの内部への伝播 (S45C材)

図9 クラックの内部への伝播 (SCM21材)

たかのような塑性流動状態を示す組織を呈しており、クラックは表面からフェライト・パーライト界面をその流動組織に沿って内部へと伝播している。

ここで、SCM21材において観察された塑性流動層の出現について若干検討してみる。本試験条件の下で接触する2円筒表面に発生する最大接触圧 (Hertzの最大接触圧) P_H は、先に評価したように、 $P_H \approx 101.7 \text{ kg/mm}^2$ であった。材料の塑性変形抵抗を見積る条件として von Misesの降伏条件を適用すると、試験初期においては接触圧力が $4\sigma_s/\sqrt{3}$ を超えれば、また、試験の進行とともに材料が加工硬化すると考えれば、 $4\sigma_B/\sqrt{3}$ を超えれば塑性変形が生じると見なすことができる。ここで、 σ_s および σ_B はそれぞれ材料の降伏強度および引張強度である。表2より、S45C材においては σ_s に対応して 79.4 kg/mm^2 、 σ_B に対応して 149.9 kg/mm^2 となり、また、SCM21材においてはそれぞれ 74.4 kg/mm^2 および 126 kg/mm^2 となる。従って、本試験条件のような接触荷重 ($P_H = 101.7 \text{ kg/mm}^2$) 下においては、両材共に試験の初期には塑性流動を生じ得るが、累転回数の増加とともに加工硬化が進み流動現象は停止するはずである。所で、初期に生じた流動層は表層の摩耗により除去されるために、S45C材の例からもわかるように、試験終了後においては流動組織は観察され得ないことになる。それ故、試験終了後のSCM21材で観察される流動組織は、試験初期に生じたものではなく、試験中に連続して生じている組織変化であると考えることができる。この原因としては、SCM21材においては、硬化の進行する速度よりも摩耗により表層が除去される速度が大きいことに起因することが考えられる。また、この流動組織が最も顕著に観察される深さは、図8(b)からも認められるように、約 0.1 mm の位置である。この深さは先に吟味した最大せん断応力の発生深さと良い一致を示している。

図10はS45C材の場合のピットが形成される直前のクラックの伝播状態を示した写真で

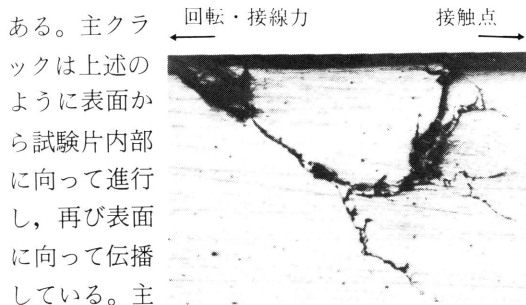


図11 ピットの形成

ある。主クラックは上述のように表面から試験片内部に向かって進行し、再び表面に向かって伝播している。主クラックからさらに枝分

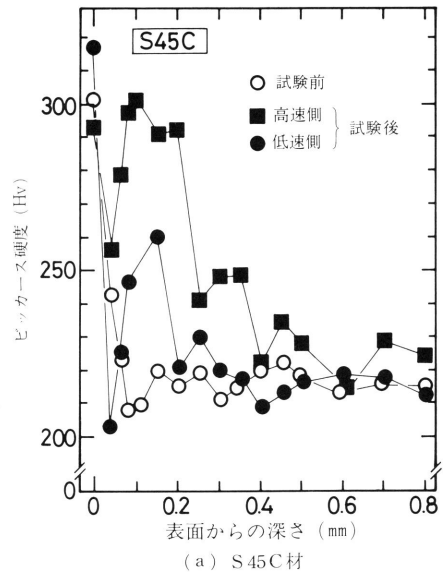
裂的に内部へ進行しているクラックも認められるが、主クラックの最深部は表面から約0.2mmの深さの位置である。

耐久試験の前後における試験片の深さ方向の硬度分布を両鋼材について測定した結果を図11(a)および(b)に示す。両鋼材の試験前の試験片には、その表層部に試験片製作時の機械加工による影響と思われる硬度上昇が認められる(○印)が、その影響も約0.05mm深さまでである。耐久試験終了後の試験片においては、両材共に、最表面層および深さ0.1~0.2mmの領域に硬化層が存在すると同時に、0.05mmの付近に硬化が顕著には認められない領域も存在していることがわかる。表層内部0.1~0.2mmにおける硬化領域は、前述の最大せん断応力発生深さの位置に良く対応しているとともに、図10に示した主クラックの最大深さとも良い一致を示している。また、図11(a)からも認められるように、耐久試験後の試験片の硬度上昇は高速側試験片においてより著しいことが明らかになった。

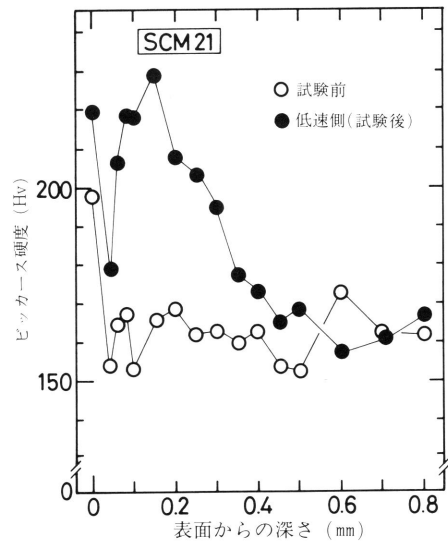
4. 結 言

すべりを伴うころがり接触部における鋼の表面疲労に起因して発生するピッチング損傷について、2円筒試験片を用いた耐久試験により、その発生に及ぼす材質差(硬度差)、表面あらし、すべり等の影響について調べた。さらに、疲労表面の観察結果に基づきピッチング損傷発生初期過程について検討した。その結果以下のことが明らかになった。

- (1) ピッチング損傷は、材質差および表面あらし状態の程度にかかわらず、全て低速側試験片にのみ発生した。このことは、ピッチング発生には表面に作用する接線力の方向が重要な役割を担っていることを意味している。



(a) S45C材



(b) S C M21材

図11 深さ方向の硬度分布

- (2) 低速側試験片に発生したピットは、歯車のかみ合い歯面歯元部に発生するピットと同種の形状をしており、その表層部の剝離過程も同一である。また、剝離方向は歯車の場合と同じように接線力の方向とは逆方向で、接触点の移動方向と一致する。
- (3) ピッチング損傷の発生および進行は高速側試験片の表面あらさにより助長される。その程度は高速側試験片の硬度が大きい程顕著である。また、高速側試験片が軟質材の場合には、低速側試験片の表面あらさの転写効果が生じ、そのために損傷の進行が助長され得る。
- (4) ピッチング損傷をもたらす初期クラックは、疲労表面の結晶粒界々面に発生する表面クラックである。その微小な表面クラックは、接線力の作用を受け、低速側試験片表面においてのみ結合の弱い結晶粒界面に沿って内部に伝播し得る。この伝播はおそらく接線力によるクラックの表面での開口作用と潤滑油の流入によるくさび作用によるものと考えられる。
- (5) 試験片の接触表面下の加工硬化層は最大せん断応力発生深さ付近から0.2mmの深さの領域に見られる。ピットの形成に到る主クラックの伝播はこの硬化層領域で生じている。内部に伝播した主クラックがその最深部から再び表面に到る過程は疲労脆性による瞬時の伝播により起ると考えられる。

本研究を遂行するにあたり、防衛大学校名誉教授山田金雄博士（故人）並びに同校機械工学教室助教授背戸一登博士、技官山之内三男氏の御助言、御協力を得ました。ここに付記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 平野富士夫, 上野 拓: 日本機械学会誌, 79, 696 (昭51-11) 49.
- 2) 仙波正荘: 歯車 (第4巻), 日刊工業新聞社, (昭33) .
- 3) 橋本誠也: 日本機械学会論文集, 28, 190 (昭37-6) 700.
- 4) 藤田公明, 吉田 彰, 長尾幸男: 日本機械学会論文集, 43, 365 (昭52-1) 303.
- 5) 三由 久: 日本機械学会論文集, 45, 400 (昭54-12) 1382.
- 6) 寺内喜男: 日本機械学会誌, 81, 719 (昭53-10) 112.
- 7) 古谷吉男, 山田金雄: 防衛大学校理工学研究報告, 18, 4 (昭55-12) 387.
- 8) 市丸和徳, 平野富士夫, 畠本道男: 日本機械学会論文集, 41, 345 (昭50-5) 1587.
- 9) 例えば, 小野浩二, 河村末久, 北野昌則, 島宗 勉: 理論切削工学, 現代工学社, (昭54) 21.
- 10) D. Dowson: Proc. Inst. Mech. Engr., 182-3A (1967) 151.
- 11) P. H. Dawson: Proc. Inst. Mech. Engr., 180-3B (1965) 95.
- 12) 上瀬克也, 中野喜志男: 防衛大学校機械工学教室卒業論文 (24期), (昭55-3) .