

## 数学を活用することのよさや楽しさを実感できる授業研究

作元浩二・山本圭介・江口敬文

(長崎大学教育学部附属中学校)

平岡賢治・宮内香織

(長崎大学教育学部)

### 1. はじめに

平成 20 年の中央教育審議会答申の中で、小学校算数科、中・高等学校数学科の改善の基本方針について、生徒が数学を学ぶ意欲を高めたり、学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることは重要であると示された(文部科学省(2008))。そのためには、学習を通して身につけたものを日常生活に活用していく能力を育成することが学校教育においても重要になる。

そこで、数学科の授業において、日常生活の中にあるものを課題とすること、それらをモデル化した実験や操作活動を行うこと、その結果の数値化やグラフ化など数学的活動を行うこと、生徒にその具体的なイメージをつかませ、数学の世界と結びつける数学化を行うこと、数学を活用して問題解決できるよさや楽しさを実感させることなどを取り入れることが必要になる。

本稿では、表、式、グラフなど数学特有の言語を適切に利用して問題を解く言語活動を設定し、表、式、グラフを互に関連づけることで関数の変化の様子と対応の仕方の特徴を見いだす力を育成することをねらう授業実践とその考察を行った。また、表、式、グラフを思考のツールとして問題を解くことで関数的な見方や考え方を育むとともに、説明の言語として他者に分かりやすく説明する力を身につけさせることを意図したものである。

### 2. 授業について

本稿では、2乗に比例する関数  $y=ax^2$  を実生活に活用する 1つの場面として、車がブレーキをかけてから止まるまでの距離である制動距離を取り上げた。交通事故防止の標語に「車は急に止まらない」とあるように、車が停止するにはある程度の距離が必要である。等速運動においては、車の動く距離は速さに比例する。一方、ブレーキなどの何らかの抵抗が加わると、物体が止まるまでの距離は速さの2乗に比例する。これを車の制動距離に活用することで、関数的な見方や考え方が一層高まり、数学的考え方や数学の有用性を生徒に感じさせられると考える。また、生徒にこの事象を具体的なイメージとしてつかませるために、図1で示した実験装置でビー玉の速度と止まる距離を測る実験を行った。

# ○実験について

準備物：衝突実験機，BeeSpi，ビー玉，芝生マット，三角定規，メジャー

方法：芝生マットにボールが入る時の速度をBeeSpiで測り，その地点から止まる地点までの距離を測った。本時では，そのデータの中でも適切なデータを利用した。



(図 1)



(図 2)

本時は，関数  $y=ax^2$  を活用して問題を解くことができるように，表，式，グラフを適切に利用し，関数関係の特徴を調べる段階から徐々にステップアップして，関数  $y=ax^2$  と見なす段階，具体的な事象を関数  $y=ax^2$  を用いて捉える段階へと進ませるように内容を構成することとした。実験データを基に作成したグラフを放物線と見なす際は，数量の関係を理想化したり単純化したりして捉えさせるとともに，ICTを活用することで視覚的に理解を深めさせたい。

## ○ 実験データから関数関係を見いだす過程

授業は，ゴルフボールや急ブレーキによって車が止まる映像を見せた後，前時の実験データの基，関数関係を見いだす活動を行った。その結果を表現する際には次のループリックを示し，「( ) からは，( ) が読み取れるので ( ) が分かる」という形式で根拠をまとめさせることによって，思考が整理され，説明する力を向上させる一助となると考えた。

### 【ループリック】

段階 3	段階 2	段階 1
表，式，グラフを相互に関連づけて，関数関係についての考察をまとめる。	「( ) からは，( ) が読み取れるので ( ) が分かる」という形式で，根拠を明らかにまとめる。	表，式，グラフを適切に利用し，実験データを整理し，変化の特徴を書く。

生徒は次のような考え方で、関数関係を見いだしていた

- ・表を用いてデータを整理し変化の割合に注目する。
- ・表を用いてデータを整理し  $x$  の増え方と  $y$  の増え方に注目する。
- ・表を用いてデータを整理し  $x^2$  の値を出し  $y/x^3$  の値を調べる。
- ・グラフを用いてどんな形になるか調べる。

以下は生徒の考え方である。

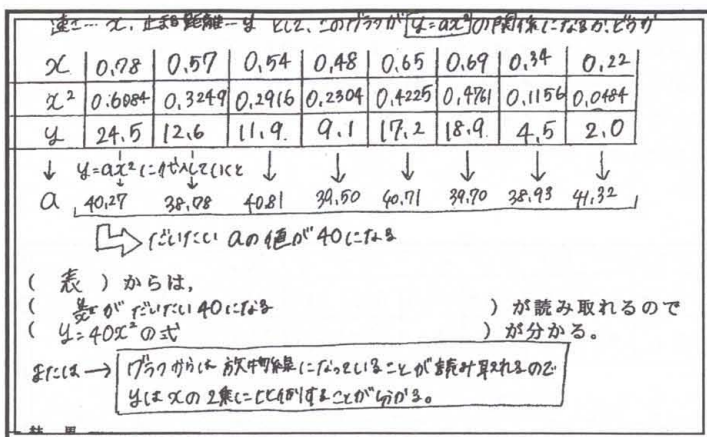
### <生徒①>

[illegible]

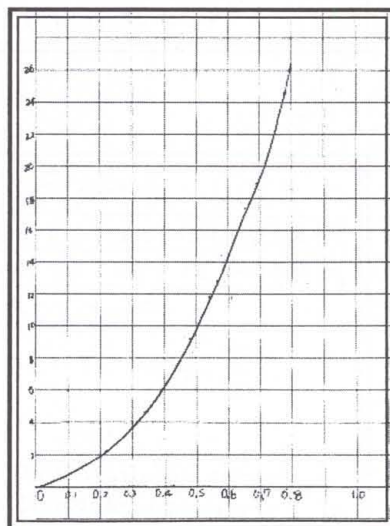
### <生徒②>

x	速さ(km/h)	0.22	0.34	0.48	0.54	0.57	0.65	0.69	0.78
y	距離(km)	2.0	4.5	9.1	11.9	12.6	17.2	18.9	24.9

<生徒③>



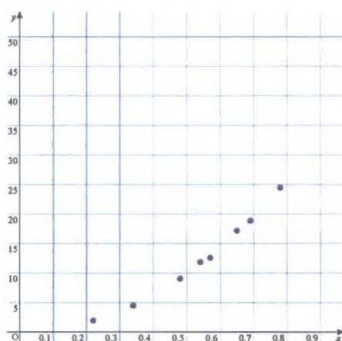
<生徒④>



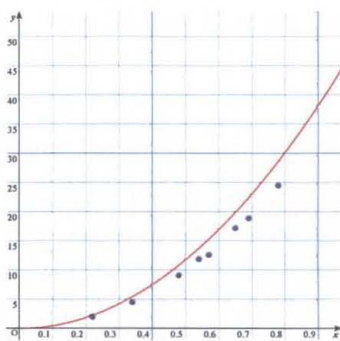
関数関係を見いだす方法がわからず活動が止まっている生徒に対しては、グラフをかかせることで、既習の関数のグラフと見なすことができないかを考えさせた。作成したグラフを放物線と見なす際は、数量の関係を理想化したり単純化したりして捉えさせるとともに、ICTを活用することで視覚的に理解を深めさせ

た。グラフ作成ソフト Grapes を利用し、動的に近似することで生徒の興味を高めることができた。また、見いだした関数関係を式に表した生徒は、ICTで近似した放物線の式と自分の式が等しくなったことに感動していた。以下のグラフ①～④は生徒に提示したものである。

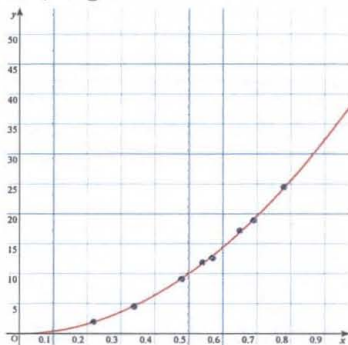
<グラフ①>



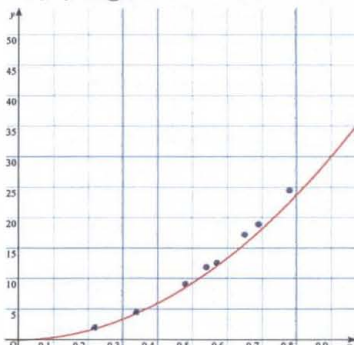
<グラフ②>



<グラフ③>



<グラフ④>



その後、見いだした知識を定着させるために練習問題を行った。解答を車の制動距離についての問題解決学習へと移っていった。

#### 練習問題

- (1) ビー玉が止まる実験において、早さが毎秒 0.36 m のときのとまる距離を求めなさい。
- (2) ビー玉が止まる距離において、芝生マットの長さが 50 cm とするとき、ビー玉がぎりぎりでは止まるときの速さを求めなさい。

自身で見いだした関数関係を利用する場面では、身近な事象として長崎市の道路についてあるブレーキ痕を生徒に提示し、これから交通事故について解明してほしいと生徒に投げかけた。

課題（事件を解決しよう！！）

制限速度が時速 60 km の道路で交通事故があり、現場には 30 m のブレーキ痕が残っていました。警察は、この自動車がスピード違反していたかどうか調べています。次の情報を基に、交通事故を起こした自動車は制限速度を超えていたかどうか確かめよう。

情報：同じ状況で実験したところ、速度 40 km のときは 8 m のブレーキ痕がつくことがわかった。

問題解決の場面で大切なことは、機械的な処理で終わるのではなく、ブレーキ痕が残る状況から、実験結果を想起させ、自動車の停止距離が速さの 2 乗に比例することを気づかせることである。そこで、ブレーキ痕が残る状況を、実験装置を利用して説明することで、物体が止まる距離と、ブレーキ痕の長さが結びつくことを理解させるように留意した。

<生徒⑤>

実験

40km/時 → 8m

$$y = ax^2 \Rightarrow 8 = 1600a$$

$$a = \frac{1}{200}$$

① 30m 残っていたことから

$$30 = \frac{1}{200}x^2$$

$$x^2 = 6000$$

$$x = \sqrt{6000}$$

$$= 77$$

77km/時のためスピード違反

② 60km/時だったら

$$y = \frac{1}{200} \times 60^2 \times 60$$

$$= 18m$$

18m ののはずが 30m なのでスピード違反



<生徒⑥>

日速 40km → 8m

$$y = ax^2$$

$$8 = 40^2 a$$

$$1600a = 8$$

$$a = \frac{8}{1600} = 0.005$$

$$y = 0.005x^2$$

$$0.005x^2 = 30$$

$$x^2 = \frac{30}{0.005} = 6000 \rightarrow x^2 \text{ が } 3600 \text{ より大きければ}$$

$$x = 77.459667 \quad \text{制限速度オーバーしていたことになる}$$

→ 交通事故を起こした自乗車は制限速度を超えていた。

<生徒⑦>

1.5 ↓

時速 40km — 8m

時速 60km — 30m

3.75

$(1.5)^2 (2.25)$

最後に、大型バスが時速 100 km でウェット路面上で急ブレーキをかけて止まるシーンや車の制動距離の資料等を提示し、数学の有用性を感じられるようにまとめた。

○ 生徒の感想

- ・ 同じ状況だったら、 $y = 1 / 200 x^2$  で事件を解決で数学を身近に感じる事ができた。
- ・ 2 乗に比例する関係だとわかったので、1 組の値が分かれば式を作り速さをブレーキ痕から求めることができる。
- ・ ブレーキ痕から速さを求められるというのは思いつかなかったのなるほどと思った。
- ・ 身近なものから 2 乗に比例する関数を学ぶことができ、とても楽しかった。

### 3. 授業の考察

関数関係を見いだす活動において、表を使う生徒が多かった。実際、教科書では表、式、グラフの順序で学習し、応用問題においては、式で解決することが多い。ともなうて変わる2つの数量において、関数関係を見いだし未知の部分を予測することができるということが関数を学ぶ意義だと考える。本時の学習を通して、グラフを利用した解法は、既習の関数と比較しやすいと実感でき生徒にとってよい学びとなった。データ処理はパソコン等を利用することで効率化でき、思考を広げることができるだろうと感じた。

### 4. 授業後の研究協議

この授業は、附属中学校の研究会の公開授業として行われたものであり、授業後に行われた研究協議は次のようであった。

#### ○A中

実験のデータから「 $x$ が2倍、3倍・・・、 $y$ は4倍、9倍・・・」を読み取るのが本時の活動だと考える。自分の学校の生徒は気づかないのでは…と思うところを、生徒が読み取ることに感心した。

#### ○B中

ビー玉をカーテンレールを使って転がしていた。きちんとしたデータが取れずに苦労したが、今回の実験装置は興味深かった。生徒は「 $x^2$ に比例する」ということを理解しているのだろうか。データから「 $x$ が2倍、3倍・・・、 $y$ は4倍、9倍・・・」を読み取るのは難しかった。グラフも放物線ではなく直線に見える。むしろ、「 $x^2$ に比例する」を予測した上で、取り組んでいたのではないか。制動距離の問題も、何が $x$ で何が $y$ なのか、よく分かってない生徒がいた。思ったより、「 $x^2$ に比例する」を捉えるって難しい。

#### ○C中

戸惑っている生徒に、どれだけ情報を与えて取り組ませたのか。指導案では、データを単純化して取り組ませるなどの記述があったが、どのような手立てで机間巡視をおこなったのか。

#### ○D中

「言語活動」にループリックを取り入れているが、どれくらいの頻度で使っているのか。



### ○指導助言

- ・ ゴルフボールや急ブレーキによって車が止まる映像の導入教材について、生徒たちが何を感じたか。速さと止まる距離の間の関係について考えることについて、問題の内容の理解とその処理の方法を考えるプロセスが大切である。
- ・ 本時のデータの処理の方法を考えさせること。これまで学習してきた比例や反比例・1次関数・2乗に比例する関数などを用いて考えさせることが大切である。また、差を考えたり、比を考える新たな方法を用いることの大切さについて気付かせることも大切である。
- ・ ループリックは何のためにあるのか。子どもの評価、子供に示し思考段階を上げるためなのか、研究のためか、それを用いる目的を明確にすることが必要である。

### 5. おわりに

車の制動距離について、車を運転する者にとっては、ブレーキや車が止まる感覚が理解できる。この題材が中学生にとっては本当に身近なものかという考えから、実験を行うことで、生徒に具体的なイメージをつかまることをねらった。

単に日常生活の問題を取り上げるだけでなく実世界と数学の世界をつなげるために必要な手立てがあることを痛感した。

今後も、生徒が数学の有用性を時間でできるような題材を研究するとともに、ICTの活用や指導助言でいただいた導入の工夫を考え実践していきたい。

### 参考文献

- ・ 文部科学省(2008) 中学校学習指導要領解説数学編