構造工学論文集　Vol.34A（1988年3月）　土木学会

面内変動曲げを受ける曲線平板構造の動的安定性

Dynamic Stability of an Annular Sector Plate Subjected to Inplane Dynamic Moment

髙橋和雄*・小西保則**・平川倫明***・夏秋義広****
By Kazuo TAKAHASHI, Yasunori KONISHI, Michiaki HIRAKAWA and Yoshihiro NATSUAKI

In this paper, dynamic stability of an annular sector plate subjected to an inplane sinusoidally time-varying moment is presented. The problem is analyzed by the two-dimensional theory of elasticity and the linear theory of the thin plate. The basic equation of motion is solved by using a Galerkin method and the harmonic balance method.

Numerical results are presented for the dynamic stability of several annular sector plates with different boundary conditions, opening angles and aspect ratios.

1．まえがき

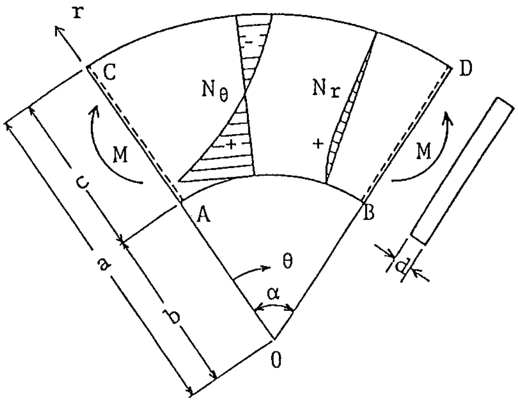
アーチ系橋梁の腹板や、ラーメン構造の隅角部、曲線桁橋の床版などに多用されている曲線平板構造の基本単位として、扇形板にモデル化することが可能である。腹板および隅角部に曲線構造が使用される場合、荷重として扇形板の直線辺に面内曲げ、せん断力および軸力が作用しているものとみなすことができる。扇形板の曲げおよび振動に関しては数多くの研究が見受けられるが、座屈に関しては、研究の蓄積が少ない。これまでのところ、面内圧縮力を取扱ったRubin[1]、Srinivasanら[2]の研究、面内曲げ、せん断力および軸力を受ける薄肉I断面曲がりばりの扇形腹板の弾性局部座屈を取扱ったChu[3]の研究、曲げを受けるI断面曲がりばりの腹板の局部座屈および腹板とフランジの連成座屈を解析した三上ら[4]の研究および面内曲げを受ける扇形板の座屈を取扱った著者ら[5]の研究が見受けられる程度である。これらの研究によって、扇形板の特性を考慮した基本的な座屈特性が明らかになっている。

座屈問題は、構造部材の静的強度評価の基礎となるものであるが、交通荷重などによって、構造物の面内方向に変動荷重が作用すると、座屈荷重よりはるかに小さい荷重振幅のもとに、面外振動が発生し、騒音の発生や疲労の原因となる。この問題は、力学的には、面外の運動方程式の係数項が加振される、いわゆる動

*　工博　長崎大学助教授　工学部土木工学科　〒852　長崎市文教町1の14
**　工博　長崎大学教授　工学部土木工学科　〒852　長崎市文教町1の14
***　長崎大学大学院学生　〒852　長崎市文教町1の14
****（株）片山鉄工所　橋梁設計部　〒551　大阪市大正区南恩加島6丁目2-21
（長崎大学大学院学生　海洋環境建設学講座）

的安定性問題（係数励振振動、パラメーター励振振動）と呼ばれている[5]。この動的安定性の観点から、土木構造物の振動を取扱った研究は少なく、研究の蓄積が望まれる領域である。

著者らは、すでに面内変動曲げを受ける長方形板の動的安定性を解析し、面外振動の発生条件[7]および安定を失った後の非線形応答[8]を明らかにしている。曲線平板の場合、面内力の負荷形式が長方形板の場合と異なるために、動的安定性も扇形板としての特性が現われることが予想される。面内変動荷重を受ける扇形板の動的安定性を明らかにしておくことが必要である。その第一段階として、本研究は、直線辺が単純支持され、円弧辺が任意の境界条件をもつ扇形板の直線辺に曲げのみが作用する場合を解析するものである。解法として、二次元弾性論と平板の曲げ理論を用いて得られる運動方程式をGalerkin法を用いて離散化する手法を用いる。数値解析において、面外不安定領域に及ぼす境界条件、扇形板の開き角および内外径比からなる形状パラメーターおよび静的曲げの影響を明らかにする。



図－1　一般図及び座標系

2．基礎式および境界条件

図－1に示すように、外径a、内径b、開き角αの扇形板を考える。この扇形板の直線辺に、静的曲げモーメントM_0と変動曲げモーメント$M_t\cos\Omega t$の和からなる曲げモーメントMが作用する。この場合の平板内の面内力$N_r, N_\theta, N_{r\theta}$は平面応力問題として求めることができる[9]。

$$N_r=-\frac{4M}{N}\left(\frac{a^2b^2}{r^2}ln\frac{a}{b}+a^2ln\frac{r}{a}+b^2ln\frac{b}{r}\right) \tag{1}$$

$$N_\theta=-\frac{4M}{N}\left(-\frac{a^2b^2}{r^2}ln\frac{a}{b}+a^2ln\frac{r}{a}+b^2ln\frac{b}{r}+a^2-b^2\right) \tag{2}$$

$$N_{r\theta}=0 \tag{3}$$

ここに、$M=M_0+M_t\cos\Omega t$、$N=(a^2-b^2)^2-4a^2b^2(\ln(a/b))^2$

長方形板の場合と異なって、N_θは曲線分布となり、扇形板の場合は平面保持の法則が成立しない。また、円周方向の面内力N_θの他に半径方向の応力N_rも存在することに注意を要する。

これらの面内力を受ける扇形板の面外曲げ振動の運動方程式は、座屈の基礎式に慣性力を加えることによって次のように表わされる[5]。

$$D\nabla^4 w+\rho d\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rN_r\frac{\partial w}{\partial r}\right)-\frac{N_\theta}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}=0 \tag{4}$$

ここに、ρ：板の密度、d：板厚、$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$、D：板剛度｛$=Ed^3/12(1-\nu^2)$｝、E：ヤング率、$\nu$：ポアッソン比。

境界条件として、次の3ケースについて考える。

caseⅠ：荷重辺（直線辺）単純支持，他辺（円弧辺）単純支持；caseⅡ：荷重辺単純支持，他辺固定；caseⅢ：荷重辺単純支持，他辺自由。

解析に先だって、変数r、時間t、モーメントM_0およびM_tを無次元化する。

変数 r:　$\xi = r/a$ (5)

時間 t:　$\tau = \omega^1{}_1 t$ (6)

外力の円振動数 Ω:　$\bar{\omega} = \Omega/\omega^1{}_1$ (7)

モーメントM_0、M_t:　$\bar{M}_0 = M_0/M_{cr}$,　$\bar{M}_t = M_t/M_{cr}$ (8)

ここに、$\omega^1{}_1 = k_{11}{}^2/a^2\sqrt{\rho\, d/D}$:最低次の固有円振動数[10]、$k_{11}$:最低次の振動固有値、$M_{cr} = \lambda_{cr} D$:座屈曲げモーメント、$\lambda_{cr}$:座屈固有値[5]

このとき、式（4）は次のように書き改められる。

$$L(w)=\nabla^4 w + k_{11}^4 \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + \frac{4}{\bar{N}}\lambda_{cr}(\bar{M}_o + \bar{M}_t \cos\bar{\omega}\tau)\left[\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left\{\xi f_1(\xi)\frac{\partial w}{\partial \xi}\right\} + \frac{1}{\xi^2} f_2(\xi)\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}\right]=0 \tag{9}$$

ここに、L(w):微分演算子、$\bar{N}=(1-\beta^2)^2-4\beta^2(\ln(1/\beta))^2$、$\beta = b/a$:内外径比、

$$f_1(\xi)=\frac{\beta^2}{\xi^2} ln\frac{1}{\beta} + ln\xi + \beta^2 ln\frac{\beta}{\xi},\ f_2(\xi) = -\frac{\beta^2}{\xi^2} ln\frac{1}{\beta} + ln\xi + \beta^2 ln\frac{\beta}{\xi} + 1 - \beta^2$$

3．解法

式(9)は変数係数の偏微分方程式であるから、厳密解を求めることは不可能である。本論文では、Galerkin法による近似解法を採用する。すなわち、式(9)の微分方程式の形から一般解を次のように仮定することができる。

$$w = \sum_{s=1} T_{sn} W_{sn} \tag{10}$$

ここに、T_{sn}：未知の時間関数、W_{sn}:境界条件を満足する座標関数。n=1,2,…：θ方向の半波数

式(10)の座標関数W_{sn}として、静的曲げモーメント$\bar{M}_0$が作用しない扇形板の自由振動の基準関数を用いるものとすれば、W_{sn}は次のように表わされる[10]。

$$W_{sn} = R_{sn} \sin\alpha_n \theta \tag{11}$$

ここに、$R_{sn} = A_{sn} J_{\alpha n}(k_{sn}\xi) + B_{sn} Y_{\alpha n}(k_{sn}\xi) + C_{sn} I_{\alpha n}(k_{sn}\xi) + D_{sn} K_{\alpha n}(k_{sn}\xi)$,

$A_{sn}, B_{sn}, C_{sn}, D_{sn}$：境界条件によって定まる定数，$k_{sn} = \sqrt[4]{(\rho d a^4 \omega^n{}_s{}^2/D)}$：s次振動の固有値，$J_{\alpha n}, Y_{\alpha n}$：$\alpha_n$次の第1種，第2種 Bessel関数，$I_{\alpha n}, K_{\alpha n}$：変形された$\alpha_n$次の第1種，第2種 Bessel関数，$\alpha_n = n\pi/\alpha$，$\omega^n{}_s$：θ方向の半波数n、r方向の次数sをもつ固有円振動数

式(10)は仮定した解で、式(9)の厳密解ではない。したがって、式(10)を式(9)に代入しても右辺は一般に零にならない。そこで、微分方程式の近似解法として知られている Galerkin 法に対応する。つまり、

$$\int_\beta^1 \int_0^\alpha L(w) W_{pn} \xi d\xi d\theta = 0 \tag{12}$$

ここに、p＝1,2,…。

扇形板の基準関数W_{sn}に関する関係式$\nabla^4 W_{sn} = k_{sn}{}^4 W_{sn}$、固有振動形の直交性および定積分の演算を部分積分を用いて簡潔にすると、級数の項数をs=1,2,…,N項まで採用した場合には上式は次のような時間関数に関する運動方程式に変換される。

$$[I]\{\ddot{T}_n\} + [A]\{T_n\} + (\bar{M}_0 + \bar{M}_t \cos\bar{\omega}\tau)[B]\{T_n\} = \{0\} \tag{13}$$

ここに、[I]:単位行列、[A]:対角行列、[B]:正方行列、$\{T_n\} = \{T_{1n} T_{2n} \cdots T_{Nn}\}^T$

式(13)の一般解を次のように仮定する[11]。

$$\{T_n\} = e^{\lambda\tau}\left\{\frac{1}{2}b_o + \sum_{n=1}(a_n \sin n\bar{\omega}\tau + b_n \cos n\bar{\omega}\tau)\right\} \tag{14}$$

ここに、λ：未定定数、　b_o, a_n, b_n：未知のベクトル

式(14) を式(13)に代入して、調和バランス法を適用すれば、次のような b_o, a_n, b_n, を求めるための同次方程式が得られる。

$$(M_0-\lambda M_1-\lambda^2 M_2)X=0 \tag{15}$$

ここに、　M_0, M_1, M_2 ：λの0,1,2次の係数行列

上式のλを求めるために、２倍サイズの固有値問題に変換する。得られた固有値の実数部の正負によって系の安定性を評価することができる。

なお、扇形板の形状を表わすパラメーターは次の２個である。

α：開き角

β：内外径比

また、長方形板との対応を考えるうえでは、次式で定義される縦横比μを採用する。

μ：縦横比,平均円弧長$\ell=(a+b)\alpha/2$に対する直線辺の長さcの比、すなわち、$\mu=(1+\beta)\alpha/2(1-\beta)$

また、本題の動的安定性を支配するパラメーターは次の３個である。

$\bar{\omega}$　：無次元加振円振動数

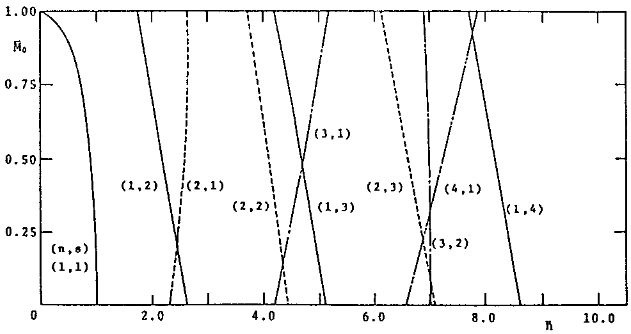
$\bar{M}_t$：無次元変動曲げモーメントの振幅

$\bar{M}_0$：無次元静的曲げモーメント

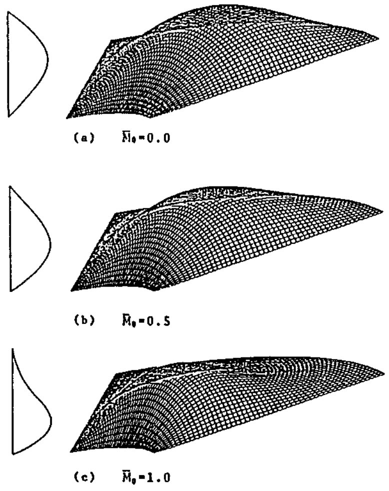
４．数値解析結果

(１)固有振動特性

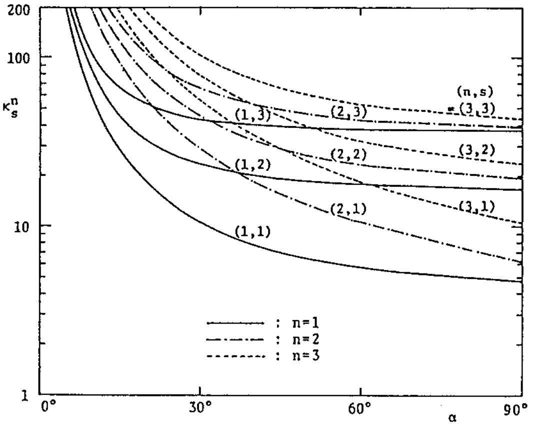
図－２はcase I の扇形板（縦横比μ=1.0，開き角α=60°，ポアッソン比ν=0.3)の静的曲げモーメント$\bar{M}_0$と固有振動数比$\bar{n}$（$\bar{n}=\omega^n{}_s/\omega^1{}_1$）の関係である。この結果は式(13)で$\bar{M}_t$=0.0として固有値解析して得られたものである。縦軸$\bar{M}_0$は無次元静的曲げモーメントで、横軸nは１次の固有振動数で無次元化した固有振動数である。図中の記号(n,s)はθ方向の半波数n、半径方向の半波数sをもつ固有振動形を意味する。図に示すようにθ方向の半波数n=1の場合は静的曲げモーメント$\bar{M}_0$の増大とともに振動数は減少する。特に、$\omega^1{}_1$は $\bar{M}_0$＝1.0の場合には復元力をもたないために、固有振動数は零となる。nが２以上の場合に、一様圧縮力を受ける長方形板のように荷重の増大によって減少する一定したパターンは見受け



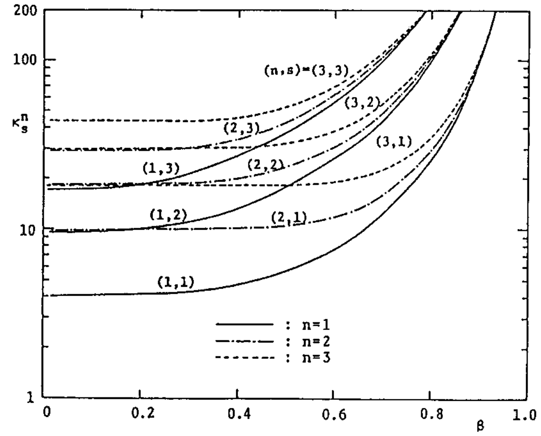
図－２　静的曲げモーメントと固有振動数の関係(case Ⅰ)



図－３　静的曲げモーメントの変化に伴う固有振動形の変化(case Ⅰ)



図－４　開き角の変化に伴う固有振動数の変化(case Ⅰ, β=0.5)



図－５　内外径比の変化に伴う固有振動数の変化(case Ⅰ, α=60°)

られず、曲げモーメントの増大とともに増加する場合がある。この原因は、面内力の分布に圧縮力と引張力の領域が同時に存在するために固有振動形によっては引張力の効果が効いてくるものと思われる。

case Ⅰの場合について、曲げモーメント$\overline{M}_0$の増大にともなう最低次の固有振動形(n=1,s=1)の変化を図－3に示す。曲げモーメント$\overline{M}_0$の増大とともに、固有振動形が変化し、扇形板の内側に最大変位が移動してくる。このように、固有振動形($\overline{M}_0$=0.0)と座屈波形($\overline{M}_0$=1.0)が異なるために、面内曲げが作用した場合の応答振動形は複数個の固有振動形の組み合せを用いて表わされることになる。したがって、本題の不安定領域には複数の固有振動形をもつ結合共振も存在することが予想される。図－４,５に扇形板の開き角αと内外径比βを変化させた場合の無次元固有振動数$\kappa^n{}_s$($\omega^n{}_s=\kappa^n{}_s\pi^2/a^2\sqrt{D/\rho d}$、$\kappa^n{}_s=k_{ns}{}^2/\pi^2$)を$\overline{M}_0$＝0.0の場合に対して、示したものである。これらの図のように、固有振動数$\kappa^n{}_s$は開き角αと内外径比βの大きさの影響を受けて変化するので、不安定領域の発生位置およびその領域は、これらの影響を著しく受けることが予想される。

(２)面外不安定領域

扇形板の面外不安定領域の種類および幅は式(13)の安定性に関係する行列〔B〕の要素構成によって定まる。本題の行列〔B〕は零要素をもたない対称行列である。したがって、不安定領域は単純共振ならびに和形の結合共振が存在することになる[12]。すなわち、

$\overline{\omega}=2\,\omega^n{}_i/k$　　付近に生ずる単純共振

$\overline{\omega}=(\omega^n{}_i+\omega^n{}_j)/k$　付近に生ずる結合共振

ここに、k=1,2,･･･、k=1：主不安定領域、k≧2：副不安定領域(k=2：第２不安定領域,･･･)

面内曲げを受ける長方形板では、行列[B]の対角要素が零となる[8]。したがって、面外不安定領域は結合共振が支配的であることがわかっている[11]。しかし、扇形板では、対角要素が零でないために、単純共振と結合共振の不安定領域が同時に存在する。この事実は、長方形板と扇形板の不安定領域が異なることを意味する。

本研究では、１次の固有振動数の15倍までの振動数領域の不安定領域を求める。単純共振は１自由度系の振動、結合共振は２自由度系の振動である。したがって、不安定領域を求めるにあたっては、これらの自由度を適宜含むように３自由度系を採用した。加振モーメントの振幅$\overline{M}_t$=0.5において、不安定領域の上限と下限の幅が0.1以上となる場合を対象として、以下の議論を展開する。

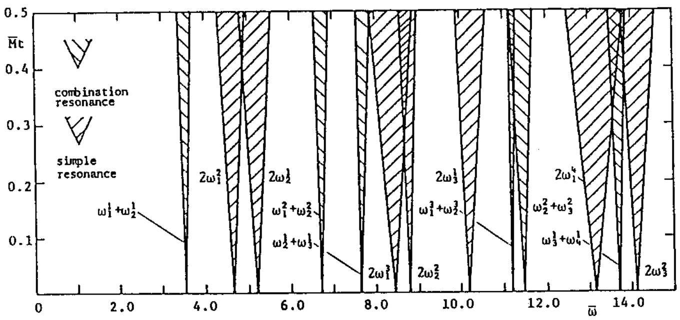
表－１　無次元固有円振動数　(μ=1.0, α=60°)

case	I				II						III		
s　n	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3
1	1.000	2.320	4.201	6.579	1.000	1.877	3.242	4.959	7.009	9.387	1.000	3.871	8.344
2	2.610	4.397	7.017	10.207	2.429	3.494	5.296	7.571	10.210	13.197	4.147	9.993	17.577
3	5.122	7.099	10.255	14.178	4.510	5.648	7.682	10.412	13.586	17.127	8.557	17.065	24.431
4	8.598	10.630	14.058	18.583	7.259	8.435	10.553	13.579	17.230	21.298	15.170	25.224	38.625
α^1_1	6.5019				7.8300						3.4982		
λ_{cr}	-28.1428				-44.7665						2.4200		

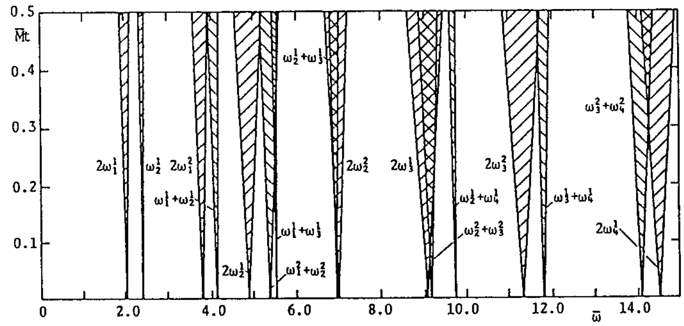
(３)境界条件の影響

静的曲げが作用しない場合 ($\bar{M}_0$=0.0) について、縦横比μ=1.0 (β=0.31)、開き角α=60° の形状をもつ扇形板の面外不安定領域をcase I , II , III の境界条件にたいして示せば、図－6, 7, 8, 9のようになる。なお、case II は不安定領域の種類が多く、密接しているので、θ方向の半波数がn＝1,2（その１，図－７）およびn＝3,4,5（その２，図－８）の２ケースに分けてプロットしている。図中において、横軸$\bar{\omega}$は加振振動数で、縦軸$\bar{M}_t$は変動曲げモーメントの振幅である。また、図中の右下がりの斜線部が結合共振を、右上がりの斜線部が単純共振を意味する。不安定領域に示した記号２$\omega^n{}_i$/k, ($\omega^n{}_i$+$\omega^n{}_j$)/kはそれぞれ単純共振、結合共振を意味する。また、各境界条件の無次元固有振動数$\omega^n{}_s$、１次振動の固有値$\alpha^1{}_1$および座屈固有値λ_{cr}は表－１のとおりである。

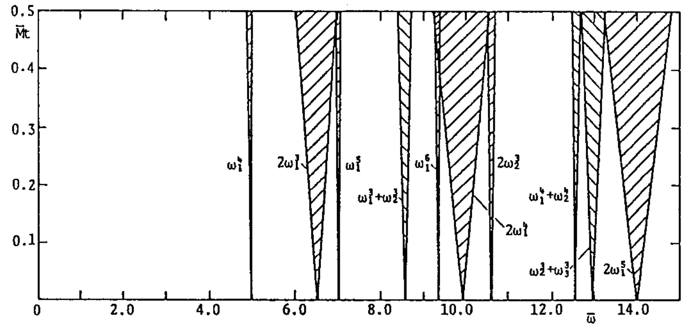
これらの図に示すように、一般に扇形板の不安定領域は単純共振が結合共振よりも広く優勢である。いずれの場合もk＝１に対する主不安定領域の幅が広く、k≧２の副不安定領域の幅は無視できるほど狭い。また、荷重辺が単純支持される扇形板では結合共振は、θ方向の半波数nが同じでかつ、相隣る固有振動数である場合、すなわち$\omega^n{}_i$+$\omega^n{}_{i+1}$が卓越し、次数が離れてくるにつれて不安定領域の幅が狭くな



図－６　扇形板の面外不安定領域(case I , μ=1.0, α=60°)



図－７　扇形板の面外不安定領域(case II , μ=1.0, α=60°)その１



図－８　扇形板の面外不安定領域(case II , μ=1.0, α=60°)その２

表－２　無次元固有円振動数
(case Ⅰ, μ=1.0)

s　α	45°	60°	90°
1	1.000	1.000	1.000
2	2.559	2.610	2.780
3	5.059	5.122	5.417
4	8.541	8.598	8.957
5	13.014	13.053	13.429
α^2_1	7.9049	6.5019	5.1088
λ_{cr}	-30.5320	-28.1428	-25.7722

る。また、結合共振の幅は固有振動数が接近している場合に広くなる。

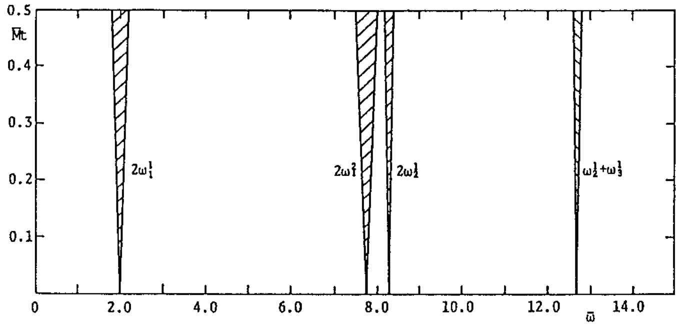
これらの図より、面外不安定領域は境界条件の影響を著しく受けるといえる。caseⅢの場合には、１次の振動数と２次以上の振動数が離れているので、図－９に示した範囲では不安定領域の種類は少ない。一方、caseⅡでは、固有振動数が密に接近しているので、図－7,8に示すように不安定領域の種類は多い。

(４)開き角αの影響

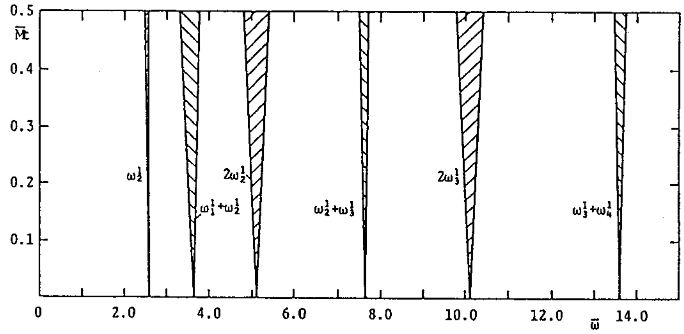
面外不安定領域に及ぼす扇形板の形状パラメーターである開き角αの影響を調べるために、caseⅠの扇形板（μ=1.0）の開き角α= 45°,60°, 90°に対して示せば、図－10,11,12のようになる。この場合、θ方向の半波数n＝１の場合の不安定領域を示している。各開き角αに対する無次元固有円振動数$\omega^2{}_s$、１次振動の固有値$\alpha^2{}_1$および座屈固有値λ_{cr}は表－２に示すとおりである。図－４の結果から予想されるように、開き角α＝45°,60°,90°はほぼ同じ振動数比となっている。不安定領域の幅は開き角αが大きくなるほど、広くなる傾向にある。しかし、この影響はさほど大きいものでなく、対象とした開き角の領域ではその影響は小さいといえる。

(５)内外径比βの影響

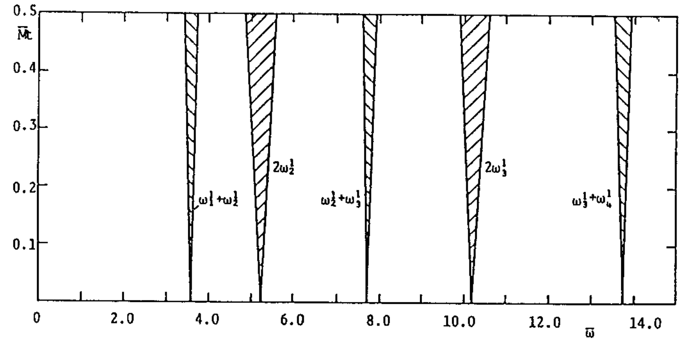
面外不安定領域に及ぼす扇形板の形状パラメーターである内外径比βの影



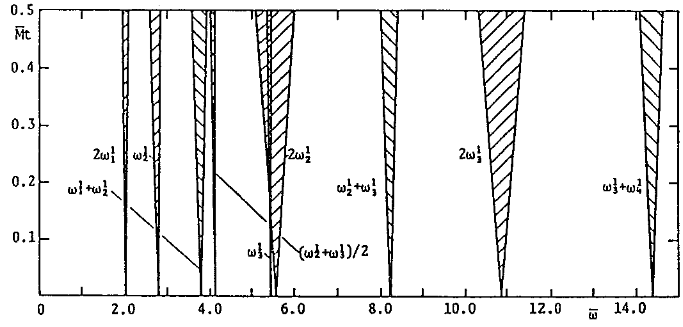
図－９　扇形板の面外不安定領域(caseⅢ, μ=1.0, α=60°)



図－10　扇形板の面外不安定領域(caseⅠ, μ=1.0, α=45°)



図－11　扇形板の面外不安定領域(caseⅠ, μ=1.0(β=0.31), α=60°)



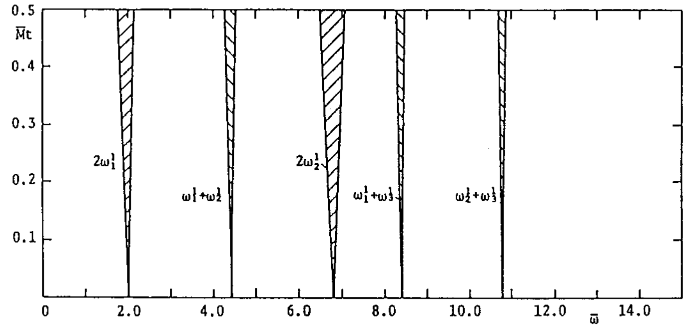
図－12　扇形板の面外不安定領域(caseⅠ, μ=1.0, α=90°)

表－３　無次元固有円振動数

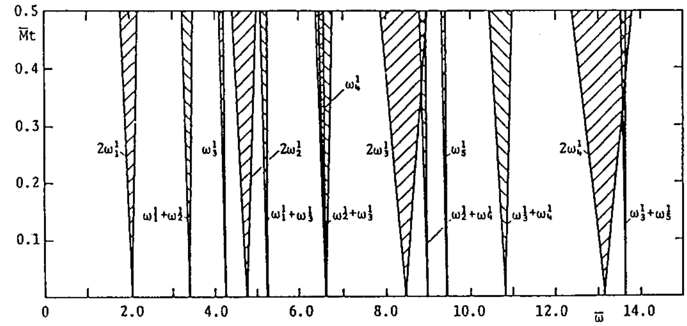
(case Ⅰ, α=60°)

s　β	0.59	0.31	0.00
1	1.000	1.000	1.000
2	3.399	2.610	2.366
3	7.378	5.122	4.221
4	12.946	8.598	6.569
5	20.104	13.053	9.410
6	28.172	18.494	12.745
$\alpha^1{}_1$	8.4896	6.5019	6.2112
λ_{cr}	-33.0598	-28.1428	-61.6178

響を明らかにするために、caseⅡの扇形板(α=60°)の内外径比β=0.59(μ=2.0),0.31(μ=1.0),0.0(μ=0.526)に対する不安定領域をθ方向の半波数n=1に対して示せば、図－13,11,14のとおりである。各内外径比βに対する無次元固有円振動数$\omega^1{}_s$、1次振動の固有値$\alpha^1{}_1$および座屈固有値λ_{cr}は表－3に示すとおりである。図－5および表に示すように、μの減少とともに、固有振動数が接近してくる。したがって、不安定領域は縦横比μの影響を著しく受ける。図－13,11,14の比較から明らかなように、μの減少にともなって不安定領域の種類が多くなる。また、不安定領域の幅も広くなる。



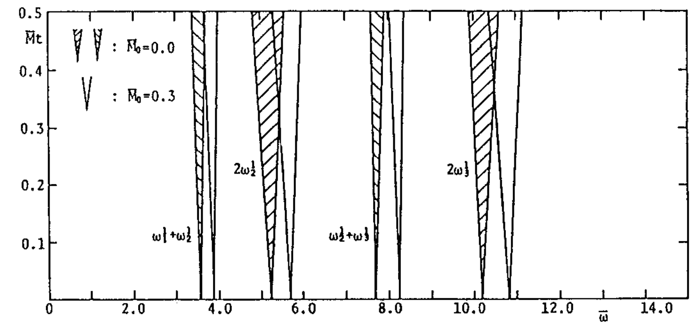
図－13　扇形板の面外不安定領域(caseⅠ, β=0.59, α=60°)



図－14　扇形板の面外不安定領域(caseⅠ, β=0.00, α=60°)

（６）静的曲げ$\overline{M}_0$の影響

扇形板の面外不安定領域に及ぼす静的曲げ$\overline{M}_0$の影響を明らかにするために、caseⅠ(μ=1.0, α=60°)の扇形板について$\omega^1{}_1$, $\omega^1{}_2$, $\omega^1{}_3$(n＝1)の３自由度の組合せからなる不安定領域を$\overline{M}_0$ = 0.0,0.3に対して示せば、



図－15　扇形板の面外不安定領域(case Ⅰ, μ=1.0, α=60°, $\overline{M}_0$=0.0,0.3)

図－15のとおりである。図のように、不安定領域の発生位置が異なるものの、不安定領域の広さおよび種類は変わらない。この事実から、面内変動曲げを受ける扇形板の動的安定問題では、静的曲げの影響は小さいといえる。面内曲げを受ける長方形板では[7)]、静的曲げの項をかいして、単純共振が優勢になったことに比較して際立った特徴といえる。

５．まとめ

本研究は面内変動曲げを受ける扇形板の動的安定性を、二次元弾性論と薄板の曲げ理論を用いて解析したものである。得られた結果をまとめると次のようになる。

(１)扇形板の固有振動数は、静的曲げモーメントの増加とともに変化する。半径方向の半波数が１の場合は、

固有振動数は減少するが、他の固有振動数は減少もしくは増大する。
(2)扇形板の面外不安定領域には、単純共振と和形の結合共振が存在する。一般に単純共振の方が結合共振よりも広い。これは、結合共振のみが卓越する面内曲げを受ける長方形板の場合とは根本的に異なる。
(3)面外不安定領域は、扇形板の境界条件の影響を著しく受ける。振動の固有値が接近してくるような円弧辺が支持される場合には、その種類および幅も広くなる。
(4)面外不安定領域に及ぼす扇形板の開き角の影響は小さい。一方、内外径比の影響は大きく、内外径比が小さくなるほど、その幅が広くなり、また、その種類も多くなる。
(5)扇形板の面外不安定領域に及ぼす静的曲げの影響は小さい。

本研究によって、面内曲げモーメントを受ける扇形板の動的安定性の基本的特性が明らかにされた。面外不安定領域に及ぼす減衰力の影響、および安定を失った後の幾何学的非線形挙動、初期たわみの影響などを今後検討する必要がある。本研究の数値計算にあたって、大学院生川野隆太氏（現在鹿児島市役所）の協力を得たことを付記する。なお、数値計算には長崎大学情報処理センターのFACOM M-180を使用した。

参考文献

1) Rubin, C.：Stability of Polar-Orthotropic Sector Plates, J.Appl.Mech., Vol.45, pp.448~450, 1978.
2) Srinivasan,R.S. and Thiruvenkatachari,V.：Stability of Annular Sector Plates with Variable Thickness, AIAA Journal, Vol.22, No.2, pp.315~317, 1984.
3) Chu,K.Y.：Beuluntersuchung von ebenen Stegblechen kreisförmig gekrümmter Trager mit I-Querschnitt, Stahlbau, Heft 5, pp.129~142, 1966.
4) 三上・赤松・武田：純曲げを受ける薄肉Ｉ断面曲がり桁の局部座屈と連成座屈，土木学会論文報告集，第230号, pp.45~54, 1974.
5) 夏秋・髙橋・小西・平川：面内曲げを受ける曲線平板の座屈特性、構造工学論文集，Vol.34A,1988.
6) Boltin,V.V.：The Dynamic Stability of Elastic Systems, Holden-Day, Inc., 1964.
7) 髙橋・田川・池田・松川：面内曲げを受ける長方形板の動的安定性、土木学会論文報告集、第341号、pp.179~186,1984.
8) Takahashi,K., Konishi,Y., Ikeda,T. and Kawano,R.：Nonlinear Response of a Rectangular Plate Subjected to Inplane Dynamic Moment, Proc. of JSCE, No.374/Ｉ-6, pp.79~87,1986.
9) Timoshenko,S.P. and Goodier,J.N.：Theory of Elasticity, ３rd ed., McGraw-Hill Book Co., pp.71~75,1970.
10) 山崎・樗木・金子：扇形板の自由振動解析、九州大学工学集報、第42巻、第４号, pp.576~583, 1969.
11) Takahashi,K.：Instability of Parametric Dynamic Systems with Non-uniform Damping, J．of Sound and Vibration, Vol.85, pp.252~262, 1982.
12) Hsu,C.S.：On the Parametric Excitation of a Dynamic System Having Multiple Degrees of Freedom, J.Appl.Mech., Vol.30, pp.367~371, 1963.

(1987年10月16日)