

鋼 I 桁橋の破壊確率に対する確率分布の影響に関する検討

論文

Influence of probability distribution on the failure probability of steel I-girder bridges

○宮田 喜生* 中村 聖三** 高橋 和雄***

Yoshio MIYATA Shozo NAKAMURA Kazuo TAKAHASHI

ABSTRACT Although the allowable stress design method has been used for the design of highway bridges, introduction of the limit state design method based on the reliability design is required. In the reliability design, a target value of reliability index is used to guarantee a certain level of structural safety. However, the failure probability of a member with the same value of reliability index may be different if the probability distribution of design valuables is different. In this study, the failure probability of steel I-girder bridges is calculated using Markov-Chain Monte Carlo Simulation and subset method. And the influence of the probability distribution on the failure probability is evaluated.

Keyword : 破壊確率, subset 法, マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーション
failure probability, subset method, Markov-Chain Monte Carlo Simulation

1. はじめに

わが国の道路橋は、道路橋示方書¹⁾(以下、道示)にしたがって設計される。現在の道示では、大地震に対する耐震設計を除き、許容応力度法が用いられている。一方、米国の道路橋に対する設計基準である AASHTO の LRFD コード²⁾や欧州における Eurocode³⁾では、信頼性理論に基づいて部分係数を決定した限界状態設計法が採用されており、道示においても要求性能を合理的に検証する手段として、信頼性設計の考えを基礎とする国際的な技術基準の書式としての限界状態設計法の導入が求められている。そうした状況に対して、日本道路協会において実施されている次期道示改訂のための調査検討では、部分係数設計法の導入を前提とする議論が行われている。

その一環として村越ら⁴⁾は、道示に従って設計された鋼 I 桁橋に対して信頼性指標 β を試算し、その傾

向を把握するとともに、目標とする β を与えた場合の部分係数の傾向について分析している。しかし、考慮する確率変数の分布形は正規分布のみであり、 β に対する確率分布形の影響は検討されていない。また吉田ら⁵⁾は、3種類の鋼 I 桁橋に対して、ばらつきを考慮する設計変数の確率分布形を正規分布、対数正規分布、ワイブル分布と変えたモンテカルロシミュレーションにより β を試算し、確率分布形が β に与える影響は概して小さいとの結論を得ている。しかし、 β の値が同じでも破壊確率が異なる可能性が考えられる。

破壊確率を算定する最も一般的な方法として、モンテカルロシミュレーションが挙げられるが、構造物の破壊確率のように極めて小さい確率の現象を対象とする場合、非常に計算時間がかかるという難点がある。低破壊確率を算定する方法としては加重サンプリング^{6), 7)}の考え方がよく知られているが、サ

*長崎大学大学院博士前期課程 生産科学研究科環境システム工学専攻

(〒852-8521 長崎市文教町1番14号)

**博(工) 長崎大学工学部教授 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号) 第2種正会員

***工博 長崎大学名誉教授 (〒852-8521 長崎市文教町1番14号) 第2種正会員

ンプリングのための密度関数の選び方に解の精度が依存するという問題がある。それに対して、限界状態関数から感度の高い確率変数を分離し、限界指標の考え方をういて効率的に破壊確率を算定する方法が検討されている^{8)・13)}。しかし、各変数の感度が不明な場合や感度の高い変数が複数あるような場合には、必ずしも満足できる結果が得られないことがある。近年、感度解析を自動的にを行い、効率的に破壊確率を算定する方法として、マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーション（以下、MCMC）を用いた subset 法¹⁴⁾が提案され、その効率化¹⁵⁾や有効性¹⁶⁾の検討が行われている。

そこで本研究では、鋼 I 桁橋を対象に設計変数の確率分布形を変化させ、subset 法と MCMC を用いて破壊確率を算定することにより、鋼 I 桁橋の破壊確率に対する確率分布形の影響を明らかにする。

2. 解析方法

2.1 破壊確率の算定方法^{15), 16)}

破壊確率の算定方法を以下に簡単に説明する。確率変数の空間内の破壊領域を F とし、破壊確率を $P(F)$ とする。ここで、全体集合を F_0 、その部分集合を F_i と表し、 $F_m = F$ とする。

$$F_0 \supset F_1 \supset F_2 \supset \cdots \supset F_m = F \quad (1)$$

破壊確率はこれらの部分集合を用いることにより次式で算定できる。

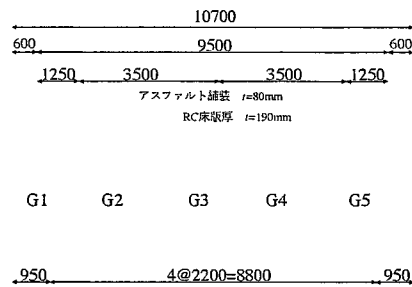
$$\begin{aligned} P(F) &= P(F_m) \\ &= P(F_m | F_{m-1}) P(F_{m-1} | F_{m-2}) \cdots P(F_1 | F_0) \end{aligned} \quad (2)$$

限界状態関数 $z(x)$ 、確率変数ベクトル x の確率密度分布が与えられるとし、破壊状態を $z < 0$ と定義して、破壊確率を算定する。計算手順を以下に示す。

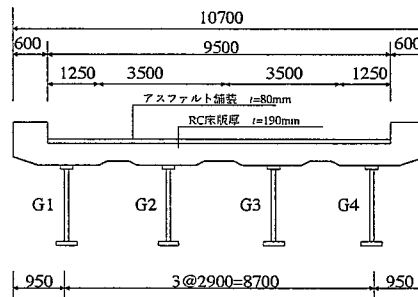
- 1) 確率変数の密度関数に従って、 n_i 個のサンプルを通常のモンテカルロシミュレーションと同様に発生させ、それぞれの限界状態関数の値を求める。部分空間のカウンターを $i=0$ とする。
- 2) 限界状態関数の値を小さい順に並べ、 z_1, z_2, z_3, \dots とする。 $P(F_{i+1}|F_i) = n_j/n_i$ となる部分空間 F_{i+1} を次式で定義する。

$$F_{i+1} = \{x | z(x) < C_{i+1}\}, \quad C_{i+1} = \frac{z_{n_i} + z_{n_{i+1}}}{2} \quad (3)$$

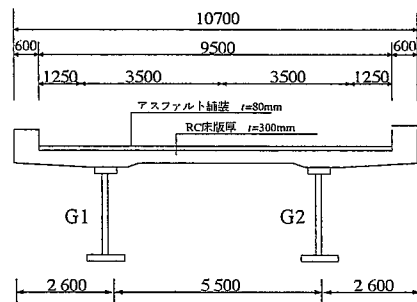
- 3) MCMC によって、部分空間 F_{i+1} 内に n_i 個のサンプルを発生させる。サンプルの発生方法については文献 15), 16) を参照されたい。



図一1 対象断面1



図一2 対象断面2



図一3 対象断面3

- 4) $z < 0$ となるサンプルの個数 n_j が十分な場合 ($n_j > n_s$) には終了。そうでない場合は $i=i+1$ として手順 2) から繰り返す。

以上の手順により損傷が生じたサンプルが十分得られたら、次式によって破壊確率を求めることができる。

$$P(z < 0) = \left(\frac{n_s}{n_i} \right)^i \frac{n_j}{n_i} \quad (4)$$

ここで、 n_s は部分空間の大きさを決めるパラメータである。本研究では $n_i = 5000$ 、 $n_s = 500$ として解析を行った。

表-1 断面諸元

| 断面 No. | 部位 | 幅×厚さ (mm) | 鋼種 |
|-------------------|-------|--------------|--------|
| 断面 1 支間 20m | 床版 | 2198×190 | — |
| | 上フランジ | 290×11 | SM400 |
| | ウェブ | 1100×9 | SM400 |
| | 下フランジ | 560×22 | SM400 |
| 断面 2 支間 40m | 床版 | 2458×250 | — |
| | 上フランジ | 410×19 | SM490Y |
| | ウェブ | 2200×11 | SM490Y |
| | 下フランジ | 680×21 | SM490Y |
| 断面 3 支間 50m | 床版 | 5350×300 | — |
| | 上フランジ | 710×34 | SM490Y |
| | ウェブ | 2750×14 | SM490Y |
| | 下フランジ | 1300×44 | SM520 |

表-2 作用モーメント内訳

| | | 断面 1 | 断面 2 | 断面 3 |
|------------|----|-------|------|-------|
| 合成前 死荷重 | 鋼桁 | 92.1 | 1387 | 2522 |
| | 床版 | 601.9 | 3638 | 13435 |
| | 型枠 | 109.9 | 594 | 1638 |

単位: [kN・m]

表-3 鋼材特性

| 鋼種 | 保証降伏点 [N/mm ²] | ポアソン比 | ヤング 係数 [N/mm ²] |
|--------|-------------------------------|-------|-----------------------------------|
| SM400 | 235 | 0.3 | 2.0×10 ⁵ |
| SM490Y | 355 | 0.3 | 2.0×10 ⁵ |
| SM520 | 355 | 0.3 | 2.0×10 ⁵ |

2.2 解析モデル

解析は、道路橋示方書に従い設計された3種類の鋼I桁橋モデルについて行う。対象橋梁断面は、図-1～図-3に示す通りである⁹⁾。対象橋梁はすべて単純合成桁で断面諸元と断面力の内訳をそれぞれ表-1, 表-2に示す。対象断面の支間長は、図-1の対象断面①に対して20m, 図-2の対象断面②に対して40m, 図-3の対象断面③に対して50mと設定した。断面設計でクリティカルとなる支間中央部を対象とし、着目する主桁は、断面①に対しては許容応力度の余裕が最も小さくなっていたG2, G4とし、断面②に対しては活荷重断面力の割合の大きさから外桁(G1, G4)とした。断面③については2主桁であるためG1, G2とした。使用材料は、鋼材をSM400, SM490YおよびSM520とし、鉄筋をSD295およびSD345とした。また、コンクリートの設計基準強度

は27N/mm²、それぞれの鋼材特性は表-3のように設定した。

2.3 解析に用いる限界状態関数

合成前曲げモーメントによるフランジ圧縮強度について考え、限界状態関数 z は以下のように定義した¹⁷⁾。

$$z = \sigma_y \min \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}, \frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y} \right) - \frac{M_s}{I} y_c \quad (5)$$

ここで、 I は、断面2次モーメント、 M_s は、合成前の死荷重による曲げモーメント、 y_c は、中立軸から圧縮フランジ縁までの距離、 σ_y は、鋼材降伏強度である。また、 $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$ は局部座屈強度、 $\frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y}$ は横倒れ座屈強度であり、それぞれ以下のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &= 1.0 & (R \leq 0.7) \\ \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &= \frac{0.5}{R^2} & (0.7 < R) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k}} \quad (7)$$

ここで、 b は突出部の長さ、 t は板厚、 k は座屈係数、 E は弾性係数、 μ はポアソン比である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y} &= 1.0 & (\alpha \leq 0.2) \\ \frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y} &= 1.0 - 0.412(\alpha - 0.2) & (0.2 < \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{2}{\pi} K \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{l}{b}} \quad (9)$$

$$K = \begin{cases} 2 & (A_w / A_c \leq 2) \\ \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_c}} & \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 b は圧縮フランジ幅、 l は圧縮フランジの固定点間距離、 A_w は腹板の総断面積、 A_c は圧縮フランジの総断面積である。

2.4 確率変数

確率変数とする設計変数は鋼材の降伏点 σ_y 、板厚 t 、弾性係数 E 、ポアソン比 μ 、コンクリート床版厚、合成前死荷重によるモーメント M_s とし、それらの確率分布を正規分布、対数正規分布、ワイブル分布と仮定し分布形が破壊確率に与える影響について調査し

表-4 確率変数の統計量

| 不確定要因 | 平均値 基準値 | 標準偏差 |
|-------------|------------|--------|
| 鋼材降伏強度 | 1.232 | 0.1011 |
| コンクリート床版厚 | 1.050 | 0.0138 |
| 板厚 | 1.0017 | 0.0121 |
| 鋼材ポアソン比 | 0.937 | 0.085 |
| 鋼材弾性係数 | 0.999 | 0.045 |
| 死荷重によるモーメント | 1.000 | 0.010 |

た. 正規分布の確率密度関数を式(11), 対数正規分布の確率密度関数を式(12), ワイブル分布の確率密度関数を式(13)に示す.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (11)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad (12)$$

$$f(x) = \frac{1}{\gamma^m} m(x-\omega)^{m-1} \exp\left[-\frac{1}{\gamma^m}(x-\omega)^m\right] \quad (13)$$

鋼材の降伏点 σ_y , 鋼材の板厚 t , ヤング係数 E , ポアソン比 μ , コンクリート床版厚に対する乱数を発生させる際のパラメータには文献 18)~20) に示されているデータを用い, 表-4 ように決定した.

合成前死荷重によるモーメント M_s の統計量は, 床版厚や板厚等の確率変数を表-1 に示す平均値と標準偏差を有する正規分布とし, 通常のモンテカルロシミュレーションを 10,000 回行って求めた. また, 対数正規分布とワイブル分布のパラメータはそれぞれ式(14), (15), および式(16), (17)を用いて求めた.

$$\lambda = \ln \mu - \frac{1}{2}\xi^2 \quad (14)$$

$$\xi^2 = \ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right) \quad (15)$$

$$\mu = \gamma \Gamma\left(\frac{1}{m} + 1\right) + \omega \quad (16)$$

$$\sigma^2 = \gamma^2 \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{m} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{m} + 1\right) \right\} \quad (17)$$

乱数を発生させるにあたって, 鋼材降伏点や鋼材

表-5 破壊確率の平均値

| | 正規 | 対数正規 | ワイブル |
|------|----------|----------|----------|
| 断面 1 | 2.43E-12 | 8.60E-14 | 3.58E-07 |
| 断面 2 | 1.59E-12 | 3.06E-14 | 3.82E-07 |
| 断面 3 | 7.48E-14 | 1.48E-16 | 1.72E-07 |

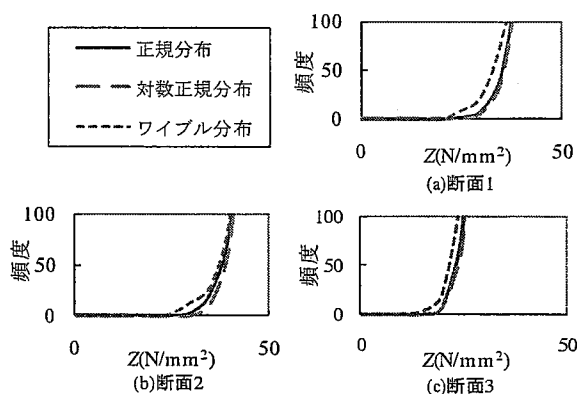


図-4 z のヒストグラム

板厚のように確率変数に上限値, 下限値がある場合には, 上下値を超えた場合には再度乱数を発生させて確率変数が制限値内になるようにした. その結果得られた確率分布形が設定した確率分布に従っているかは, コルモゴロフ-スミルノフ検定を行い, 1% の有意水準で採択されることを確認した. また, 板厚の許容差は JIS G3193²¹⁾ によるものとした.

3. 解析結果と考察

3.1 破壊確率

解析によって破壊確率を 30 回求めて算定した破壊確率の平均値を表-5 に示す. どの断面においても, 破壊確率は確率分布形によって大きく変わっており, 最大で 1.2×10^9 程度も変化している. そのため, 破壊確率に対する確率分布形の影響は大きいといえる. 図-4 に, 各断面の限界状態関数 z が 0 付近の z のヒストグラムをそれぞれの確率分布ごとに示す. ヒストグラムの裾野を比較すると, どの断面の場合でも対数正規分布の裾野が最も狭くなっているため破壊確率が小さくなるのに対し, ワイブル分布の裾野が最も広がっているため, 破壊確率が大きくなることが理解できる.

3.2 各確率変数の破壊確率への影響の大きさ

どの確率変数の分布形が, 破壊確率に与える影響が大きいかを調べるため, 鋼材の降伏点 σ_y , 板厚 t , ヤング係数 E , ポアソン比 μ , コンクリート床版厚,

表一6 各確率変数の破壊確率への影響

| 対数正規分布とする確率変数 | 破壊確率 P' | すべて正規分布の場合の破壊確率 P'' | P'/P'' |
|-------------------|--------------|-----------------------|----------|
| 鋼材降伏強度 σ_y | 4.82E-13 | 2.43E-12 | 0.198 |
| 床版厚 | 2.43E-12 | | 0.999 |
| 鋼材弾性係数 E | 1.20E-13 | | 0.049 |
| 板厚 | 1.34E-12 | | 0.550 |
| ポアソン比 μ | 1.60E-12 | | 0.659 |
| M_s | 1.19E-12 | | 0.490 |
| | | | |
| ワイブル分布とする確率変数 | 破壊確率 P' | すべて正規分布の場合の破壊確率 P'' | P'/P'' |
| 鋼材降伏強度 σ_y | 7.42E-11 | 2.43E-12 | 30.6 |
| 床版厚 | 2.43E-12 | | 1.00 |
| 鋼材弾性係数 E | 3.32E-07 | | 136688 |
| 板厚 | 2.39E-12 | | 0.99 |
| ポアソン比 μ | 2.14E-12 | | 0.88 |
| M_s | 1.21E-12 | | 0.50 |

合成前死荷重によるモーメント M_s のうち、一つのみを対数正規分布またはワイブル分布で仮定し、他は正規分布に従ってサンプルを発生させ、30回破壊確率を求めた。その平均値を断面1について、表一6にまとめた。表一6の結果から、対数正規分布とワイブル分布のどちらで置き換えた場合でも、鋼材弾性係数 E の確率分布形を変化させた場合が最も破壊確率が大きく変化し、次に鋼材降伏強度 σ_y の影響が大きくなった。そのため鋼材弾性係数と鋼材降伏強度の分布形の違いが特に破壊確率に対する影響が大きいといえる。

3.3 信頼性指標と破壊確率

通常のモンテカルロシミュレーションでサンプルを50,000個発生させ、限界状態関数 z の平均値 \bar{z} と標準偏差 σ_z から式(18)を用いて求めた信頼性指標 β 、および式(19)で求めた z が正規分布と仮定した場合の β に対する破壊確率とシミュレーションから得られた破壊確率を表一7に示す。

表一7 破壊確率の結果

| | 確率分布形 | 正規 | 対数正規 | ワイブル |
|-----|----------------|----------|----------|----------|
| 断面1 | Zの平均値 | 49.6 | 49.5 | 50.1 |
| | 標準偏差 | 9.24 | 9.28 | 8.76 |
| | 信頼性指標 β | 5.37 | 5.34 | 5.71 |
| | 式(19)で計算した破壊確率 | 3.87E-08 | 4.77E-08 | 5.51E-09 |
| | 破壊確率 | 2.43E-12 | 8.60E-14 | 3.58E-07 |
| 断面2 | Zの平均値 | 73.8 | 73.6 | 74.6 |
| | 標準偏差 | 13.8 | 13.9 | 13.1 |
| | 信頼性指標 β | 5.35 | 5.29 | 5.71 |
| | 式(19)で計算した破壊確率 | 4.52E-08 | 6.22E-08 | 5.83E-09 |
| | 破壊確率 | 1.59E-12 | 3.06E-14 | 3.82E-07 |
| 断面3 | Zの平均値 | 77.1 | 76.9 | 78.8 |
| | 標準偏差 | 14.0 | 14.1 | 13.3 |
| | 信頼性指標 β | 5.52 | 5.44 | 5.93 |
| | 式(19)で計算した破壊確率 | 1.70E-08 | 2.63E-08 | 1.54E-09 |
| | 破壊確率 | 7.48E-14 | 1.48E-16 | 1.72E-07 |

$$\beta = \bar{z} / \sigma_z \quad (18)$$

$$p = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (19)$$

いずれの断面においても、信頼性指標 β は分布形が異なってもあまり変化していない。また、式(19)で求められる破壊確率の変化は、最大でも14倍程度である。また、式(19)から求めた破壊確率と各確率変数を正規分布と仮定して求めた破壊確率が大きく異なっているが、これは、各確率変数を正規分布で仮定しても限界状態関数 z の値は確率変数の非線形関数である式(5)によって計算されるため、 Z の分布形自体は、正規分布にはならないことによる。ワイブル分布については、 β の値が他の分布形に比べ大きいにもかかわらず、本研究で求めた破壊確率も他より大きくなっていることが確認できる。このことから、同じ信頼性指標を確保するように設計しても、確率分布形によって破壊確率が大きく異なると言える。

図一4に示したように、ワイブル分布では z の値が小さいほうの裾野が広がっているため破壊確率が大きくなる。一方、表一7に示したように、ワイブル分布の場合の z の平均値は他の分布より大きく、標準偏差は小さくなる傾向にあるため β の値は大きくなる。

4. まとめ

破壊確率に対する確率分布形の影響は非常に大きく、確率分布形が異なれば β の値が同じでも破壊確率は大きく異なる可能性がある。また、座屈破壊では、鋼材弾性係数 E の確率分布形が破壊確率に与える影響が最も大きく、次に鋼材降伏強度 σ_y の影響が大きくなった。今後の課題として、破壊確率に対する各設計変数の平均値や標準偏差の感度を明らかにすることや同じ破壊確率を確保するために必要な断面の違いを明確にすること等が挙げられる。

【参考文献】

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編，2002.3
- 2) AASHTO: LRFD Bridge Design Specifications, 3rd Edition, 2004
- 3) Eurocode-Basis of Structural Design, 2002
- 4) 村越潤，清水英樹，有馬敬育：鋼 I 桁橋の信頼性指標 β の評価と部分係数に関する基礎的検討，構造工学論文集，Vol.53A，pp.914-925，2007.3.
- 5) 吉田遼一，中村聖三，高橋和雄：鋼 I 桁橋の信頼性指標 β に対する確率分布形の影響，鋼構造年次論文報告集，第15巻，pp.169-174，2007.11.
- 6) 津田孝夫：モンテカルロ法とシミュレーション（三訂版），培風館，1995
- 7) 伏見正則：確率的方法とシミュレーション，岩波講座応用数学，1994
- 8) 吉田郁政，鈴木修一：限界地震動指標を用いた損傷確率の効率的な算定方法，構造工学論文集，pp.201-206，2003
- 9) 吉田郁政，秋吉良樹，北爪貴史：限界地震動を用いた斜面の損傷確率の算定法，土木学会第58回年次学術講演会，Ⅲ，2003
- 10) 大鳥靖樹，吉田郁政，石川博之，武田智吉：限界地震動指標による土構造物の年損傷確率評価，第5回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム，講演論文集，pp.695-700，2003
- 11) 奥野俊也，赤石沢総光，吉田郁政，鈴木修一，長船徹：ケーソン堤の滑動破壊モードに着目した効率的損傷確率算定手法について，海岸工学論文集，第50巻，pp.896-900，2003
- 12) 吉田郁政，原田光男，福本幸成，鈴木修一，安中正：LCCに基づく地中RC構造物の耐震設計に関する研究，構造工学論文集，vol.47A，pp.267-275，2001
- 13) 鈴木修一，赤石沢総光，吉田郁政：地中RC構造物の劣化を考慮した常時・地震時の信頼性評価に関する基礎研究，土木学会第57回年次学術講演会，Ⅵ-131，pp.261-262，2002
- 14) Au, S-K. and Beck, J.L.: Subset Simulation and its Application to Seismic Risk Based on Dynamic Analysis, Journal of Engineering Mechanics, Vol.129, No.8, pp.901-917, 2003
- 15) 吉田郁政，佐藤忠信：MCMCを用いた損傷確率算定方法，土木学会論文集，No.794/I-72，pp.43-53，2005.7
- 16) Furuta, H., Miyake, K., Sato, T. and. Tsukiyama, I.: Reliability Analysis Using Markov-Chain Monte Carlo Simulation, Proceedings of the 9th Korea-Japan Joint Symposium on Steel Bridges, pp.17-28, 2007.8
- 17) 独立行政法人土木研究所，土木研究所資料第4141号鋼道路橋の部分係数設計法に関する検討，2009
- 18) 奈良敬，中村聖三，安波博通，川端文丸，塩飽豊明：橋梁向け構造用鋼板の板厚および強度に関する統計調査，土木学会論文集，No.751/I-66，2004.1.
- 19) 東海鋼構造研究グループ：鋼構造部材の抵抗強度の評価と信頼性設計への適用(下)，橋梁と基礎，1977
- 20) (社)日本道路協会：限界状態設計法分科会荷重検討班第一次報告書，1986.
- 21) JIS G3193：熱間圧延鋼板及び鋼帯の形状，寸法